**Практическое занятие № 17.**

**ПРИМЕНЕНИЕ ВАРИАЦИОННОЙ СТАТИСТИКИ**

**В ИХТИОЛО­ГИЧЕСКИХ РАБОТАХ**

**Цель занятия:**

**Рабочее задание.**

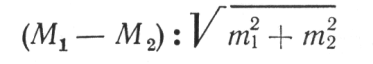
**-** Внимательно прочитать теоретическую часть работы.

- Понять, для чего необходима вариационная статистика в ихтиологических работах.

- Выполнить задание данное преподавателем.

- Ответить на контрольные вопросы.

Математический метод, или метод вариационной статистики в последние 25—30 лет широко применяется в области биоло­гических наук, особенно в области ботанической и зоологиче­ской систематики. Этим же методом пользуются и ихтиологи, преимущественно при работах по систематике рыб, хотя с та­ким же успехом математические вычисления применимы для обработки и биологических материалов (возраст, плодовитость, упитанность, линейные и весовые размеры рыб, количество вы­ловленных рыб и вообще всюду, где требуется нахождение и сравнение средних величин). Однако никогда не нужно забы­вать, что вариационная статистика это — один из многих мето­дов научной работы, и пользование им не должно носить только механический характер. При установлении морфологического диагноза рыб, чему наиболее содействует математический метод, во-первых, принимается во внимание обычно не один, а несколь­ко признаков, отличающих описываемую форму от других, во-вторых, для математических обоснований диагноза нужен большой материал исследуемых особей и, в-третьих, так назы­ваемая дифференция признаков, находимая по формуле



по отношению к рыбам, у которых абсо­лютно точное измерение тела и его частей почти невозможно, может быть признана существенной при показателе больше, чем 3 и 3,5. Для лучшей гарантии достоверности подмечаемого расхождения пластических признаков следовало бы признать показатель не 3, а 5, а для признаков мало изменяющихся (главным образом для счетных малоизменчивых признаков) можно принимать и показатель 3 или 3,5. Предлагаемый пока­затель 5 математическими расчетами не обоснован, и его при­нимаем только как гарантию получения наиболее достоверных выводов.

Здесь рассматривается приложение математического метода преимущественно к обработке измерений, получаемых при рабо­тах по систематике рыб. Понятно, каждый работающий в иной, чем систематика рыб, ихтиологической специальности вполне сумеет пользоваться нижеследующими указаниями и при своих занятиях.

**Значение индексов и модальной варианты**

Подробные промеры рыб своей конечной целью имеют опре­деление наиболее характерных, выраженных в средних вели­чинах, признаков различных групп рыб; и эта цель может быть достигнута при помощи соответствующего математического ана­лиза полученных просчетов и промеров. У рыб слишком мало постоянных признаков, которые не зависели бы от различных физиологических и внешних условий, поэтому только промеров недостаточно. Общая конституция рыб резко отличается от кон­ституции других позвоночных. У рыб рост костей происходит иначе, чем у других животных. Позвоночник рыб растет весьма продолжительное время, хотя в разные периоды жизни темп роста неодинаков: у молодых — быстрее, у старых — медлен­нее. Собственно мы не знаем, когда заканчивается рост рыбы в длину. Также точно неизвестно, до какого возраста растут и другие части тела рыб. Голова, глаз быстро растут в молодо­сти, а потом рост этих частей становится менее заметным, от­сюда и принято говорить об относительно малом глазе, малой голове старых рыб. При изучении рыб приходится иметь дело с рядом признаков, и по времени и по темпу роста изменяю­щихся.

**Пример:** положим, что мы желаем знать, какую длину имеет хвостовой стебель воблы (Rutilus rutilus caspicus). Берем 100 рыб и штангенциркулем измеряем у каждой особи длину хвостового стебля. Промеры (выраженные в *мм)* у рыб размером от 100 до 300 *мм* колеблются от 20 до 40 *мм,* т. е. в пределах 21 числа. Постоянства в цифрах нет. Причина такого непостоянства ясна: длина хвостового стебля находится в пря­мой зависимости от длины тела, является функцией длины тела: растет тело рыбы в длину,— растет, хотя и в неравномерной за­висимости от общего роста тела, и хвостовой стебель. У мелких рыб хвост короче, у крупных длиннее, но это «короче» и «длин­нее» не дает нам право сказать, что у воблы длина хвостового стебля бывает столько-то миллиметров. Если возьмем рыб более мелких или более крупных,— чем взятые в первый раз, размеры хвостового стебля будут совершенно другие.

Более наглядные результаты можно получить, если непо­средственно измеренные величины хвоста выразим в индексах, т. е. цифрах, показывающих отношения найденных цифр к ос­новной величине тела — к его длине. Если выразим длину хво­стового стебля воблы в процентах длины тела, то ряд цифр уменьшится с 21 до 7 (принимая целые проценты, что для дан­ного примера достаточно). Мало говорившие до этого цифры теперь приобретают значительную ценность: мы утверждаем, что длина хвостового стебля воблы колеблется от 18 до 24% длины тела. Результат получился уже более определенный, но при нашем представлении о вобле, как о подвиде (subspecies) плотвы, склонном давать свои местные формы (установлены локальные формы воблы для Астрабадского залива, Куры и др.), индексы нас тоже не могут удовлетворить.

Есть еще величина, на которой систематики нередко основы­вали и основывают свои вычисления. Это так называемая пре­обладающая или модальная величина, короче, как теперь при­нято называть, — мода. Моде приписывают значение определи­теля наиболее часто встречающейся величины признака. Длина хвостового стебля измеренных нами 100 особей взрослой воблы, будучи выражена в процентах длины тела, колеблется, как было упомянуто, между 18 и 24%: у одних особей длина хвостоеого стебля равна 18% длины тела, у других—19, у третьих — 20 и т. д. до 24%, но количество особей в каждой группе неодина­ково, а именно: длина хвостового стебля у 7 особей составила 18, у 9—19, у 26 —20, у 38 —21, у 13 — 22, у 6 — 23 и у 1 особи —24%.

Расположим приведенные индексы более наглядно:

% длины Число осо-

тела бей

18 7

19 9

20 26

21 38

22 13

23 6

24 1

Число рыб 100

Модальная величина равна 21%, потому что эта величина свойственна наибольшему числу исследованных особей (именно 38 особям).

Но мода сравнительно хорошо характеризует признак лишь в том случае, когда перед исследователем проходит большой и вместе с тем довольно однородный материал, как в приведен­ном примере. В нашем примере мода находится как раз в се­редине всего ряда величин признака (длины хвостового стебля): три величины (18, 19, 20) менее и три величины (22, 23 и 24) более модальной величины (21). Таким образом, мода (21%) очень близка к медиане (20, 71), которая делит весь ряд попо­лам, т. е. таким образом, что налево и направо от нее находится ровно половина всего числа особей ряда (100:2 = 50). Однако случаи, подобные приведенному, встречаются далеко не всегда. Пример. А. И. Рабинерсон (1925), сравнивая число жабер­ных тычинок у сорокских и Кандалакшских сельдей, приводит такой ряд:

Число жа­берных тычи­нок

сорокских сельдей... 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 n

Число слу­чаев ..... 1 3 8 24 29 27 32 24 10 3 1 162

Модой здесь следует считать 66, медианой приближенно 65, а средняя арифметическая величина будет 65,06.

Точно медиану можно определить, если представить ряд в виде ряда классовой вариации, т. е. с границами классов (см. ниже), и под верхней границей каждого класса подписать число особей до нее — иначе говоря, если составить так назы­ваемый налетный ряд. В данном случае границы первого класса, где число жаберных тычинок 60, будут 59,5 и 60,5, границы второго класса 60,5—61,5 и т. д. и ряд примет следующий вид, причем под ним мы подпишем и налетный ряд:

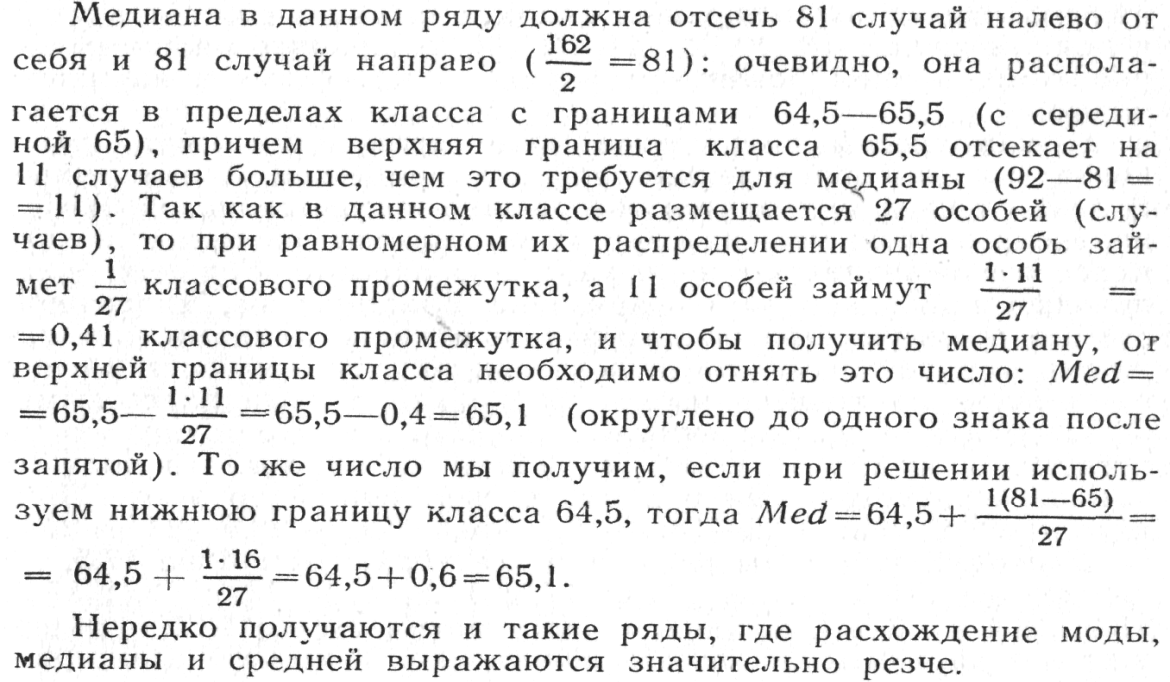
Число жаберных ты­чинок....... 59,5 60,5 61,5 62,5 63,5 64,5 65,5 66,5 67,5 68,5 69.5 70, 5 *п*

Количество случаев . 1 3 8 24 29 27 32 24 10 3 1 162

Налетный ряд ... . 1 4 12 36 65 92 124 148 158 161 162 162

Медиана в данном ряду должна отсечь 81 случай налево от себя и 81 случай направо(162/2=81):

очевидно, она распола­гается в пределах класса с границами 64,5—65,5 (с середи­ной 65), причем верхняя граница класса 65,5 отскает на 11 случаев больше, чем это требуется для медианы (92—81 = 11). Так как в данном классе размещается 27 особей (слу­чаев), то при равномерном их распределении одна особь зай­мет — классового промежутка, а 11 особей займут —- = 0,41 классового промежутка, и чтобы получить медиану, от верхней границы класса необходимо отнять это число: *Med =* 65,5-----— =65,5—0,4 = 65,1 (округлено до одного знака после запятой). То же число мы получим, если при решении исполь­зуем нижнюю границу класса 64,5, тогда Merf = 64,5+ ,~~^~~~~81~~~~~~~~~65~~~~)~~ = 64,5+^ = 64,5 + 0,6 = 65,1.



Нередко получаются и такие ряды, где расхождение моды, медианы и средней выражаются значительно резче.

**Вариационные ряды**

Прежде всего, необходимо научиться составлять так назы­ваемые вариационные ряды и производить анализ этих рядов для определения основных необходимых для работы ихтиолога величин. Мы остановимся главным образом на технической сто­роне вычислений, так как ознакомление с биометрикой по су­ществу должно вестись иным порядком.

В примере с длиной хвостового стебля воблы числа: 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 — ряд изменчивости взятого признака, и такая изменчивость, найденная количественным путем, путем промеров и просчетов, носит название изменчивости количественной; ряд цифр изменчивости от минимального до максимального значе­ния называется вариационным рядом, а самые члены этого ряда, в данном случае 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 принято называть ва­риантами, причем различают варианты классовые и варианты целые.

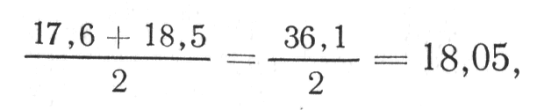
С классовыми вариантами чаще приходится иметь дело, когда мы для определения признака прибегаем к измерению. В этих случаях приходится совершенно искусственно разбивать полученные варианты на группы или классы, соединяя в один класс все величины от и до такого-то предела. Так как боль­шинство признаков рыб — признаки пластические, характери­зуемые преимущественно измерительными величинами и выра­жаемые процентными соотношениями, то ихтиологу-систематику чаще всего приходится иметь дело с вариантами классовыми.

Процентные соотношения обычно выражают с точностью до десятых процента. Разбивая варианты на классы, мы должны написать вариационный ряд иначе, чем делали до этого. При­нято писать так: 17,5—18,5—19,5—20,5—21,5—22,5—23,5—24,5.

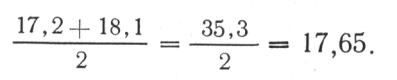
В первый класс мы включили все варианты свыше 17,5, но не свыше 18,5 т. е. 17,6; 17,7; 17,8; 17,9; 18,0; 18,1; 18,2; 18,3; 18,4 и 18,5. Следующий класс начинается с 18,6 и содер­жит все варианты до 19,5 включительно. Таким образом, разница между границами классов, называемая интервалом клас­са, или классовым промежутком, равна 1%. При такой разбивке вариантов на классы все они с любым десятичным знаком по­падут в какой-либо класс нашего ряда. Необязательно писать вариационный ряд с пятью десятыми, можно с любым десятич­ным знаком, например 17,1 —18,1 —19,1 —20,1 —21,1 —22,1 — 23,1—24,1 и т. д.

В этом ряду разница между границами каждого класса так же равна 1%. В первый класс попадают варианты с 17,2 и до 18,1 включительно; второй класс начинается с 18,2 и до 19,1 включительно и т. д. Обычно принято писать ряд с 0,5 (17,5—18,5—19,5 и т. д.).

Серединой класса, или типичной его вариантой, будет ва­рианта, равная полусумме крайних значений класса; например, серединой первого класса нашего первого вариационного ряда будет величина, равная полусумме крайних членов этого класса



середина первого класса второго ряда.



Вот какой вид примет вариационный ряд, выражающий длину хвостового стебля воблы в процентах длины тела.

Классы, см..... 17,5—18,5—19,5—20,5—21,5—22,5—23,5—24,5 *п*

Число особей или час­тота вариант ... 7 9 26 38 13 6 1 100

Число особей — числа, выражающие частоты при классовых вариантах, пишутся под серединой классов. Здесь каждый класс выражен единицей (одним процентом), т. е. от 17,6 до 18,5 включительно. При длинных рядах классы берут более широкие. Вообще дробление ряда на классы произвольно, но лучше брать нечетное число классов.

Например, нужно составить вариационный ряд длины тела рыб размером от 2 до 35 *см.* Если бы за класс мы избрали одну единицу (1 *см),* то ряд получился бы очень протяженный и, воз­можно, с несколькими модами; удобнее взять больший интервал, или промежуток класса, например, 5 *см.* Тогда получим такой ряд:

Классы, *см*....... 0—5—10—15—20—25—30—35 n

Частота ......... 4 10 30 70 27 15 1 157

Середина каждого класса здесь равна также полусумме его крайних членов: например, середина I класса (1 + 5):2 = 3.

Приведенный пример относится к случаю измерения длины рыб целыми сантиметрами, поэтому и классы выражены в виде целых единиц, разница между границами двух соседних классов равна 5 *см:* в первый класс внесены рыбы длиной тела от 1 до 5 *см* включительно.

Если возьмем широкий ряд с показателями, аналогичными тем, какие даны в примере, относящемся к длине хвостового стебля, то вариационный ряд будет иметь выражение, представ­ленное в таблице показателей высоты анального плавника у самки горбуши. Высота анального плавника у самки горбуши в процентах длины основания *А:*

Классы, *%* 67,5—72,5—77,5—82,5—87,5-92,5-97,5—102,5 n

Частота . . 1 11 6 7 17 7 1 50

Ширина класса равна 5 единицам (%):

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 67,6 | 68,6 | 69,6 | 70,6 | 71,6 |
| 67,7 | 68,7 | 69,7 | 70,7 | 71,7 |
| 67,8 | 68,8 | 69,8 | 70,8 | 71,8 |
| 67,9 | 68,9 | 69,9 | 70,9 | 71,9 |
| 68,0 | 69,0 | 70,0 | 71,0 | 72,0 |
| 68,1 | 69,1 | 70,1 | 71,1 | 72,1 |
| 68,2 | 69,2 | 70,2 | 71,2 | 72,2 |
| 68,3 | 69,3 | 70,3 | 71,3 | 72,3 |
| 68,4 | 69,4 | 70,4 | 71,4 | 72,4 |
| 68,5 | 69,5 | 70,5 | 71,5 | 72,5 |
|  |  |  |  |  |

Первый класс начинается с 67,6 и оканчивается 72,5. Целые варианты, когда их немного, выражаются только целыми едини­цами без объединения их в группы (классы). Целыми вариан­тами мы характеризуем обычно меристические или счетные признаки рыб: число чешуи в боковой линии, число лучей в плавниках, число жаберных тычинок и т. п.

Вариационный ряд целых вариант, когда ряд небольшой, имеет такой вид:

Число мягких лучей в *D* (у воблы)

Целые варианты...... 8 9 10 n

Частота......... 2 88 9 99

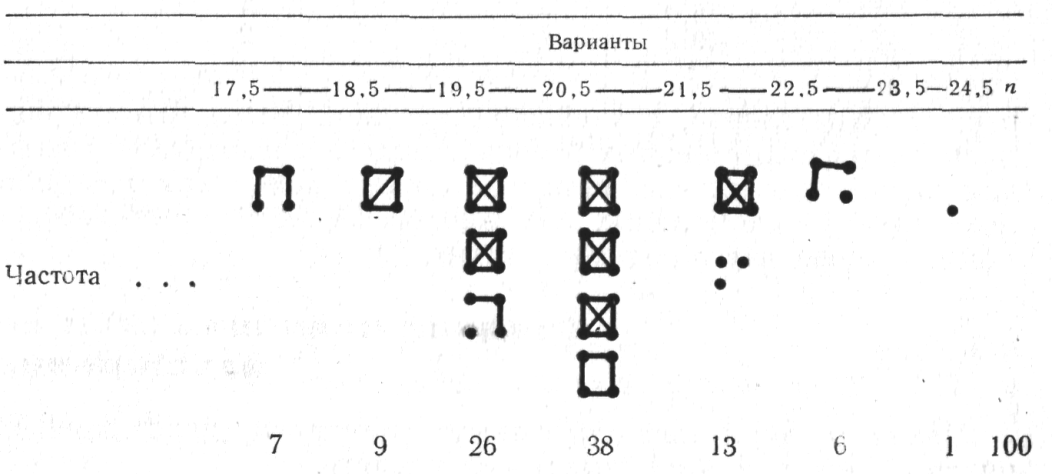
При большом количестве вариант их объединяют в классы. Частоту при целых вариантах указывают против вариант. Со­ставление вариационных рядов технически рекомендуем произ­водить следующим образом.

Прежде всего, находим максимальную и минимальную вели­чины составляемого ряда и этим определяем его ширину.

Если ширина ряда большая, более 13—15 членов, группи­руем по две и более варианты в один класс. Далее разносим частоты (случаи наблюдений) по классам. Практически это выражается в разноске по классам счетных или измерительных показателей данного признака. Легче разносить показатели счет­ных признаков, труднее группировать измерительные показа­тели, которые обычно выражаются с точностью до десятых (т. е. с одним десятичным знаком). Эти показатели берут из ведомости индексов.

Индексы зачитывают по порядку и каждый из них отмечают условным знаком в соответствующем классе нашего ряда. Та­кими знаками избирают точки, черточки, крестики, но несрав­ненно более удобно отмечать таким способом: первые четыре индекса (частоты) данного класса отмечают четырьмя точками, расположенными в углах воображаемого квадрата::, вторые че­тыре — черточками, соединяющими наши точки, получается фигура квадрата □, а два следующие индекса отмечают диа­гоналями этого квадрата S- Каждая полная фигура представ­ляет десяток (что сильно облегчает просчет). В качестве при­мера разноски индексов приводим табл. 1.

Таблица 1.



Удобен также следующий способ разнесения вариант. Вари­анты отмечают в так называемой разносной решетке, форма которой дана в табл. 2. Классы расположения в этой таблице по восходящим величинам, но можно располагать и по нисхо­дящим величинам.

Ряды из целых и классовых вариант можно изображать и графически при помощи вариационных кривых, кривых измен­чивости или кривых частоты. Построение простых кривых обще­известно, к тому же ими в работах по систематике рыб пользо­ваться приходится мало. Заметим, что когда вариационная кривая имеет не одну, а, например, 2—3 вершины (это бывает в тех случаях, если в вариационном ряду не одна мода), то можно думать, что исследуемый материал представляет собой неоднородную группу особей (быть может, сказалось влияние пола, возраста или другие причины). Графический анализ «(построение и внимательное рассмотрение графиков) всегда полезен как контроль математической работы. Полимодаль­ность может быть результатом: недостаточного числа промеренных экземпляров, случайным явлением, результатом прин­ципиальных существенных отличий. Дело исследователя в каж­дом конкретном случае выяснить, почему появилась одна или несколько дополнительных мод. Биологические соображения тут обычно ценнее чисто математических.

Таблица 2.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Граница классов |  |  |
| (от — до) | Отметка вариант | Частота |
| 3,1—4,5 | / | 1 |
| 4,6—6,0 | /// | 3 |
| 6,1—7,5 | //// | 4 |
| 7,6—9,0 | *//////* | 6 |
| 9,1—10,5 | *////////* | 8 |
| 10,6—12,0 | */////////* | 9 |
| 12,1—13,5 | *///////* | 7 |
| 13,6—15,0 | */////* | 5 |
| 15,1—16,5 | *///* | 3 |
| 16,6—18,0 | — | 0 |
| 18,1—19,5 | // | 2 |