

### 3. Частотные фильтры

Частотные фильтры электрических сигналов (далее - фильтры) предназначены для повышения помехоустойчивости различных электронных устройств и систем, в том числе и систем управления на их основе. Они широко применяются в автоматике, радиотехнике, измерительной технике, технике связи, электронной вычислительной технике и т.д. Фильтры обеспечивают выделения сигнала из помех при наличии отличий в их частотных спектрах /1/. /2/. /3/. /4/. /5/.

Идеальные фильтры не ослабляют сигнал в полосе пропускания и полностью исключают прохождение сигнала в полосе задержания, обладая бесконечно большой крутизной амплитудно-частотной характеристики на частоте среза. Аналогичные параметры реальных фильтров конечны и зависят как от применяемых электрорадиоэлементов (в дальнейшем - элементов схемы или просто - элементов), так и от схемотехнических решений.

Классифицируют фильтры в основном, учитывая:

- вид амплитудно-частотной характеристики (в зависимости от полосы пропускания и полосы задержания);
- структуру схемы (Г -, Т П - структуры и т.д.);
- применяемые элементы (RC - фильтры, LC - фильтры, кварцевые фильтры, электромеханические фильтры и т.д.);
- особенности построения схем параллельного и последовательного плеча (фильтры типа К и М):
- отсутствие или наличие в схеме фильтра источника энергии (пассивные и активные фильтры) и т.д.

В настоящем руководстве рассматриваются простые варианты пассивных фильтров нижних и верхних частот. Для расчета предлагаются RC - фильтры и LC - фильтры типа К. В учебных целях допущены упрощения при проведении расчетов.

Частотные характеристики различных радиоэлектронных систем и приборов позволяют получить большой объем информации, характеризующей

свойства и качества этих систем или устройств: суждение о полосе пропускания (быстродействии), качестве воспроизведения входных сигналов, переходных процессах и т. д.

Если на вход исследуемого четырехполюсника А (рис. 1.1, а) подавать синусоидальное напряжение от генератора Г и с помощью вольтметров и В, измерять входное  $U_{вх}$  и выходное  $U_{вых}$  напряжения для ряда фиксированных частот  $f$ , то по полученным данным можно построить амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) этого четырехполюсника в виде зависимости  $K(f) = U_{вых}(f)/U_{вх}$ , где амплитуда входного напряжения одинакова для разных частот (рис. 1.1, б).

Величина  $K(f)$  называется *коэффициентом пропускания* четырехполюсника.

Полоса частот, в которой  $K(f)$  изменяется менее чем на -3 Дб ( $K$  уменьшается менее чем в  $\sqrt{2}$  раз), называется *полосой пропускания* четырехполюсника.

Частота нижней границы полосы пропускания называется нижней граничной частотой  $f_n$ , а верхняя граница - соответственно верхней граничной частотой  $f_v$  полосы (см. рис. 1.1).

Для упрощения построения АЧХ этим способом можно поддерживать постоянную амплитуду входного сигнала для разных частот.

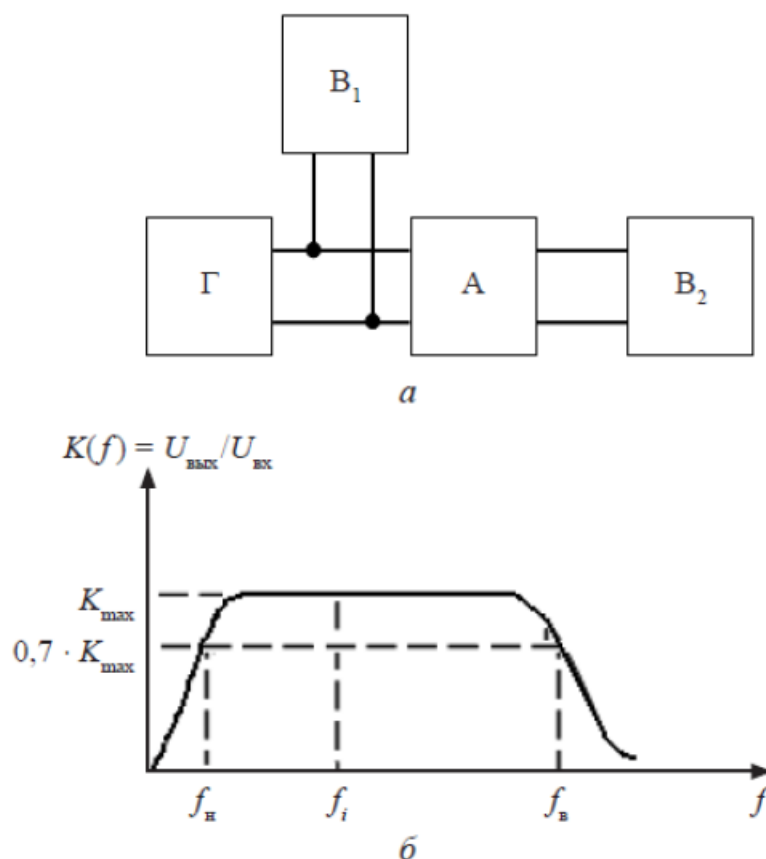


Рис.3.1. Частотные характеристики электронных устройств:

а - схема установки для снятия частотных характеристик электронных устройств (А – четырехполюсник, Г – генератор, В<sub>1</sub> и В<sub>2</sub> – вольтметры);

б – АХЧ четырехполюсника.

Тогда зависимость коэффициента пропускания четырехполюсника А от частоты будет такой же, как зависимость выходного напряжения от частоты:

$$K(f) = \frac{U_{\text{вых}}(f)}{U_{\text{вх}}(f)},$$

при  $U(f) = U = \text{const}$  для любых  $f$   $K(f) = U_{\text{вых}}(f)/U$ .

### 1 Амплитудно-частотные характеристики фильтров

По виду амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) фильтры подразделяются следующим образом:

- фильтры нижних частот (ФНЧ);

- фильтры верхних частот (ФВЧ);
- полосно-пропускающие фильтры (ППФ);
- полосно-заграждающие фильтры (ПЗФ).

Фильтры нижних частот пропускают сигналы с частотами ниже частоты среза и исключают прохождение сигналов с частотами выше частоты среза.

Фильтры верхних частот пропускают сигналы с частотами выше частоты среза и исключают прохождение сигналов с частотами ниже частоты среза.

Полосно-пропускающие фильтры (полосовые фильтры, фильтры сосредоточенной селекции) пропускают сигналы с частотами в диапазоне между заданными частотами среза, исключая прохождение сигналов с частотами вне этого диапазона частот.

Полосно-заграждающие (режекторные) фильтры исключают прохождение сигналов с частотами в диапазоне между заданными частотами среза, пропуская сигналы с частотами вне этого диапазона частот.

**Фильтры нижних частот.** Для фильтров нижних частот (ФНЧ) характерно то, что входные сигналы низких частот, начиная с постоянных сигналов, передаются на выход, а сигналы высоких частот задерживаются.

Приведем примеры амплитудно-частотных характеристик фильтров нижних частот. На рис. 1.5, а показана характеристика идеального (не реализуемого на практике) фильтра (ее иногда называют характеристикой типа «кирпичная стена»). На других рисунках представлены характеристики реальных фильтров.

Полоса пропускания лежит в пределах от нулевой частоты до частоты среза  $\omega_c$ . Обычно частоту среза определяют как частоту, на которой величина  $A(\omega)$  равна 0,707 от максимального значения (т. е. меньше максимального значения на 3 дБ).

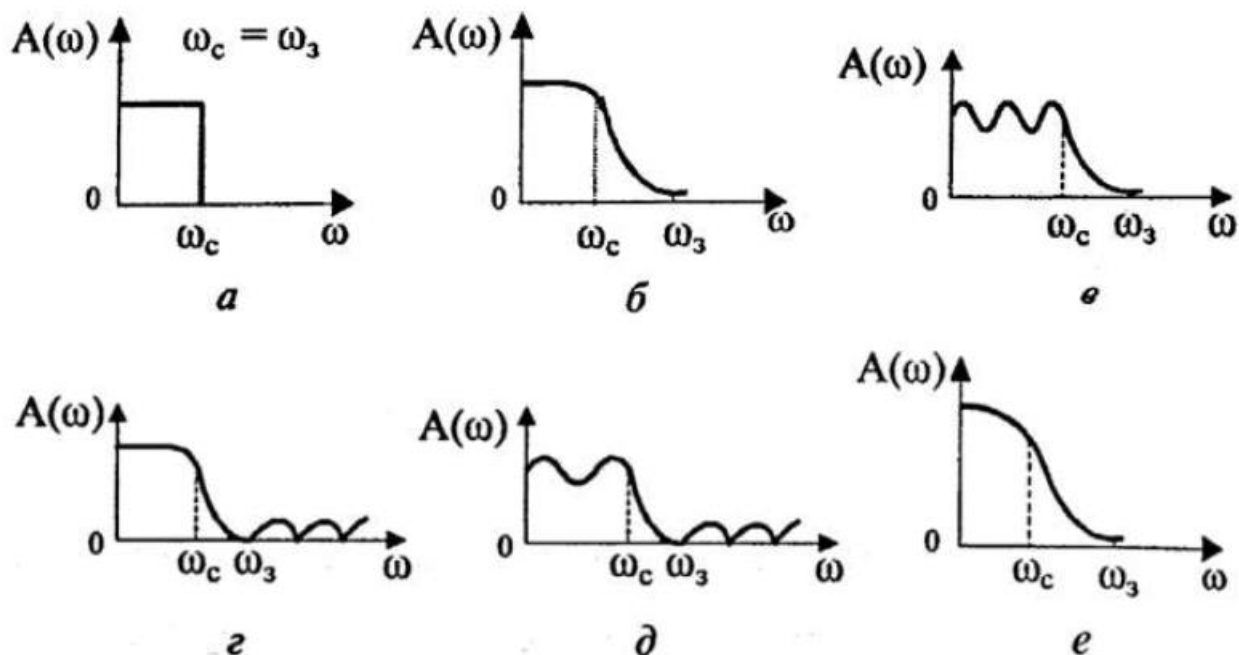


Рис. 3.2. АЧХ фильтров нижних частот.

Полоса задерживания (подавления) начинается от частоты задерживания  $\omega_c$  и продолжается до бесконечности. В ряде случаев частоту задерживания определяют как частоту, на которой величина  $A(\omega)$  меньше максимального значения на 40 дБ (т. е. меньше в 100 раз).

Между полосами пропускания и задерживания у реальных фильтров расположена переходная полоса. У идеального фильтра переходная полоса отсутствует.

Цепь, состоящая из конечного числа элементов, не может реализовать идеальные характеристики, показанные на рис. 3.1. Амплитудно-частотная характеристика реального фильтра нижних частот показана на рис. 3.2.

Поскольку с помощью реальной цепи невозможно реализовать постоянную амплитудно-частотную характеристику, задают максимальное отклонение АЧХ в полосе пропускания  $A_{\text{max}}$ . В полосе задерживания задается минимальная величина ослабления сигнала  $A_{\text{min}}$ .

Физически реализуемый фильтр всегда имеет переходную полосу между полосами пропускания и задерживания. Она расположена между частотой среза  $\omega_c$  и граничной частотой полосы задерживания  $\omega_s$ . Отношение  $\omega_s / \omega_c$

характеризует избирательность фильтра.

Итак, амплитудно-частотная характеристика фильтра нижних частот определяется следующими параметрами:

- 1) частотой среза  $\omega_c$ ;
- 2) максимальным отклонением в полосе пропускания  $A_{\max}$ ;
- 3) граничной частотой полосы пропускания  $\omega_s$ ;
- 4) минимальным затуханием в полосе задерживания  $A_{\min}$ .

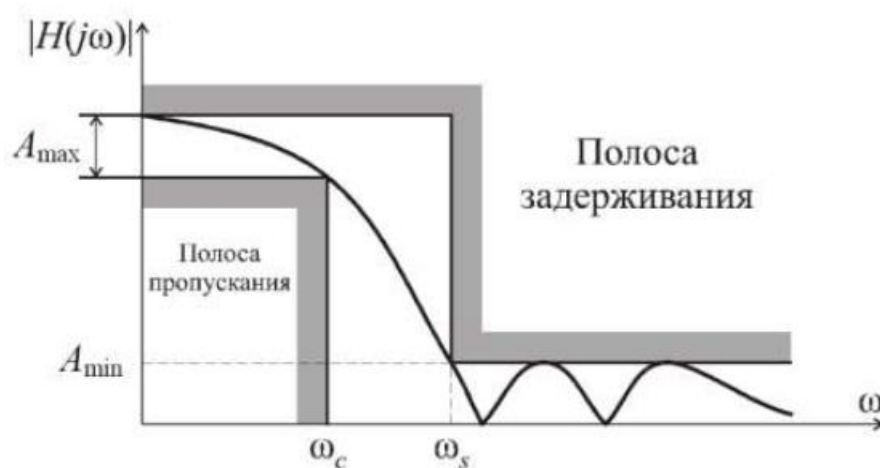


Рис. 3.2

**Фильтры верхних частот.** Фильтр верхних частот характерен тем, что он пропускает сигналы верхних и задерживает сигналы нижних частот.

Частотные характеристики фильтров верхних частот, как и характеристики фильтров нижних частот, многообразны в своих деталях.

Изобразим для иллюстрации две характеристики: идеальную, нереализуемую (рис. 1.6, а), и одну из типичных реальных (рис. 1.6, б). Через  $\omega_c$  и  $\omega_3$ , обозначены частоты среза и задерживания.

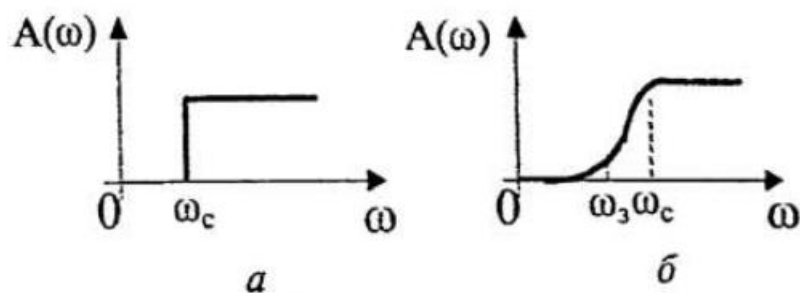


Рис. 1.6. АЧХ фильтров верхних частот

**Полосовые фильтры (полосно-пропускающие)** Полосовой фильтр пропускает сигналы одной полосы частот, расположенной в некоторой внутренней части оси частот. Сигналы с частотами вне этой полосы фильтр задерживает.

Изобразим амплитудно-частотную характеристику для идеального (нереализуемого) фильтра (рис. 3.3, а) и одну из типичных реальных характеристик (рис. 3.3, б). Через  $\omega_{c1}$  и  $\omega_{c2}$  обозначены две частоты среза,  $\omega_0$  — средняя частота. Она определяется выражением:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_{c1} \cdot \omega_{c2}}$$

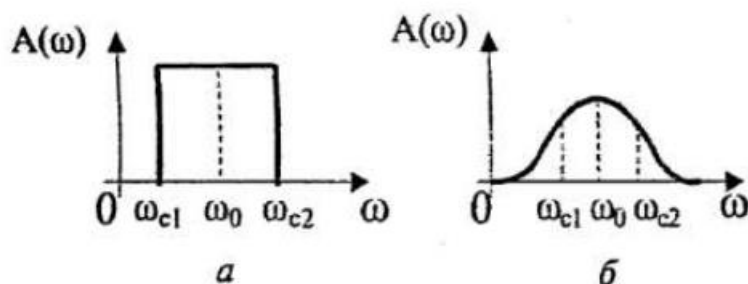


Рис. 3.3. АЧХ полосовых фильтров

**Режекторные фильтры (полосно-заграждающие).** Режекторные фильтры не пропускают (задерживают) сигналы, лежащие в некоторой полосе частот, и пропускают сигналы с другими частотами. Изобразим амплитудно-частотную характеристику для идеального (нереализуемого) фильтра (рис. 3.4, а) и одну из типичных реальных характеристик (рис. 3.4, б).

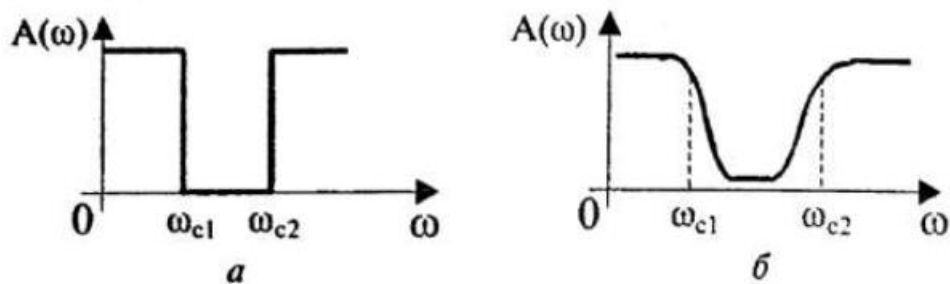


Рис. 3.4. АЧХ режекторных фильтров

## Структуры схем фильтров

По своей **структуре** схемы фильтры подразделяются на фильтры Г-, Т- и П-структур. Простейшим фильтром является Г-образный (рис.3.5). Модель фильтра при этом состоит из двух схемных элементов  $Z_1$  и  $Z_2$ . Параметр  $Z$  обозначает сопротивление схемного элемента фильтра сигнальным токам.

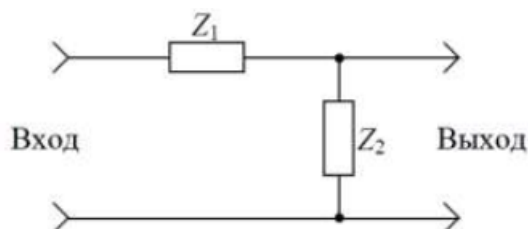


Рис.3.5 Модель Г-образного фильтра

Переход к другим структурам фильтров осуществляется за счет добавления в схему Г-образного фильтра дополнительного элемента.

Модель Т-образного фильтра состоит из трех схемных элементов: двух элементов  $Z_1/2$ , и одного элемента  $Z_2$ ; (рис.3.6).

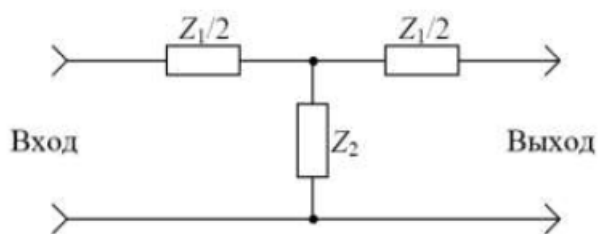


Рис. 3.6 Модель Т-

фильтра

Образного

При изменении схемы их соединения можно получить модель фильтра П-структуры (рис.3.7). Модель П-образного фильтра состоит из трех схемных элементов: одного элемента  $Z_1$  и двух элементов  $2Z_2$ .



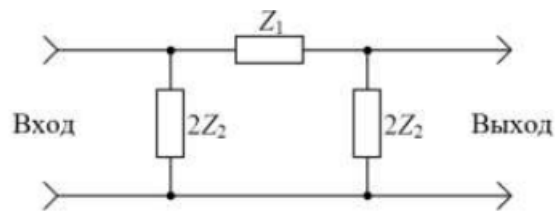


Рис.3.7. Модель П-образного фильтра

Одно из отличий фильтров Т- и П-структур заключается в характере их входных и выходных сопротивлений и зависимости их от частоты, что необходимо учитывать при проектировании конкретных электронных устройств.

Отмеченные типы фильтров могут применяться как в виде первичной, простой структуры, так и в виде цепочки, составленной из нескольких простых структур, количество которых зависит от требуемой селективности фильтра.

По типу применяемой элементной базы различают пассивные и активные фильтры.

*Пассивные фильтры* реализуются на основе пассивных элементов - резисторов, конденсаторов и катушек индуктивности. Такие фильтры просты в реализации, не требуют источников питания элементов фильтров, реализуются в широком диапазоне частот (от инфразвуковых частот до ультракоротковолнового диапазона радиочастот), обладают большим динамическим диапазоном.

В *активных фильтрах* присутствует один или несколько активных компонентов (транзистор или операционный усилитель). Активные фильтры способны усиливать проходящие через них сигналы по мощности за счет энергии внешнего источника.

### 3.2 Анализ фильтров верхних частот

Одну и ту же цепь, используемую для преобразования импульсных сигналов, можно исследовать различными методами. Наиболее часто получают или переходную характеристику, показывающую, как изменяется выходной сигнал при изменении скачком входного, или частотную характеристику цепи. Так как

разными методами исследуют одни и те же цепи, то эти характеристики однозначно связаны между собой. В общем случае эту связь находят путем решения интегрального уравнения, причем она оказывается достаточно сложной. Поэтому рассмотрим взаимосвязь между переходной и частотной характеристиками на примере простейшего апериодического звена. У звена этого типа переходная характеристика определяется постоянной времени  $\tau$ , а частотная—граничными частотами пропускания, определяемыми на уровне 0,7 (3 дБ) от установившегося значения.

Проследим прохождение импульсного сигнала через простейшую линейную RC-цепь (рис. 3.8, а). Пусть на ее вход подана единичная ступенька напряжения

$$I(t) = \begin{cases} 0 & (t < 0) \\ 1 & (t \geq 0) \end{cases}$$

Переходная характеристика этой цепи, как известно, равна  $h(t) = e^{-t/\tau}$  где  $\tau = RC$

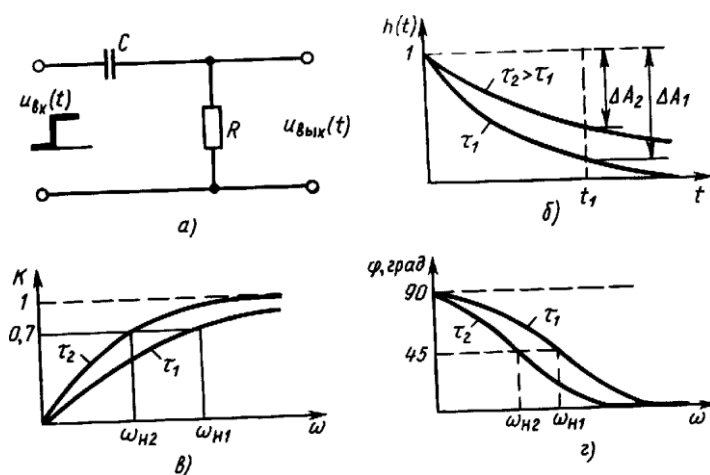


Рис. 3.8. Схема апериодического звена:

а) на основе простейшей RC - цепи; б) переходная; в) б амплитудно-частотная; г) фазо-частотная характеристики

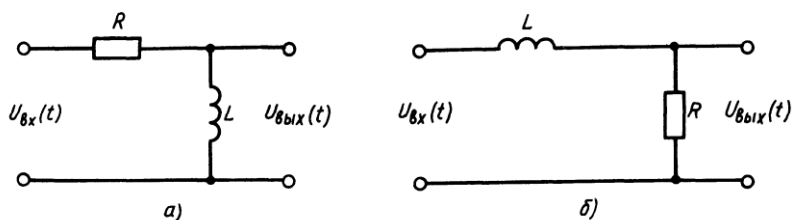


Рис.3.9. Схема аperiodических  $RL$  – цепей

Из рис. 3.9, иллюстрирующего характер переходной характеристики, видно, что плоская вершина входного импульса на выход точно не передается. При этом чем больше постоянная времени  $\tau$ , тем меньше спад вершины  $\Delta A$  за промежуток времени  $t_1$ , т.е. если  $\tau_2 > \tau_1$ , то  $\Delta A_2 < \Delta A_1$ . Другими словами, искажения ступеньки напряжения увеличиваются с уменьшением постоянной времени  $\tau$  пассивной цепи. Эти искажения можно также оценить с помощью частотной характеристики  $RC$ -цепи, коэффициент передачи которой

$$K(j\omega) = \frac{R}{R + 1/(j\omega C)} = \frac{1}{\sqrt{1 + 1/(\omega RC)^2}} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \arctg \omega RC\right)} = K(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (1)$$

где  $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  - амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики цепи. При тех же, что и в случае нахождения переходных характеристик, значениях постоянных времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$   $K(\omega)$  и  $\varphi(\omega)$  имеют вид, показанный на рис. 2.

В области низких частот амплитудно-частотная характеристика падает с уменьшением частоты, а фазо-частотная возрастает. Чем больше постоянная времени  $\tau$ , тем меньше спад амплитудно-частотной характеристики  $K(\omega)$  и меньше фазовый угол  $\varphi(\omega)$ .

Если считать граничной частотой пропускания цепи ту частоту, на которой  $K(\omega)$  уменьшается в  $\sqrt{2}$  раз (0,7 от первоначального значения), то эта граничная частота связана с постоянной времени цепи простым соотношением

$$\omega_H = 1/\tau. \quad (2)$$

Таким образом, частотные искажения в области низких частот характеризуются спадом вершины выходного импульса при подаче на вход импульсного сигнала прямоугольной формы. Чем больше спад вершины импульса, тем выше нижняя граничная частота пропускания цепи, и наоборот.

### 3.2 Анализ фильтра нижних частот

Теперь проследим прохождение импульса через  $RC$ -цепь другого вида (рис.3.10). В этом случае переходная характеристика  $h(t)$  является экспоненциально нарастающей функцией

$$h(t) = 1 - e^{-t/\tau} \quad (3)$$

При уменьшении постоянной времени длительность фронта импульса  $t_{\phi}$  уменьшается (рис.3).

Искажения фронта импульса непосредственно связаны с частотными искажениями в области высоких частот. Действительно, коэффициент передачи рассматриваемой цепи

$$K(j\omega) = \frac{1/(j\omega C)}{R + 1/j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC} = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

где  $K(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$  - амплитудно-частотная характеристика цепи;

$\varphi(\omega) = \text{arctg} \omega RC$  - фазо-частотная характеристика цепи (рис.).

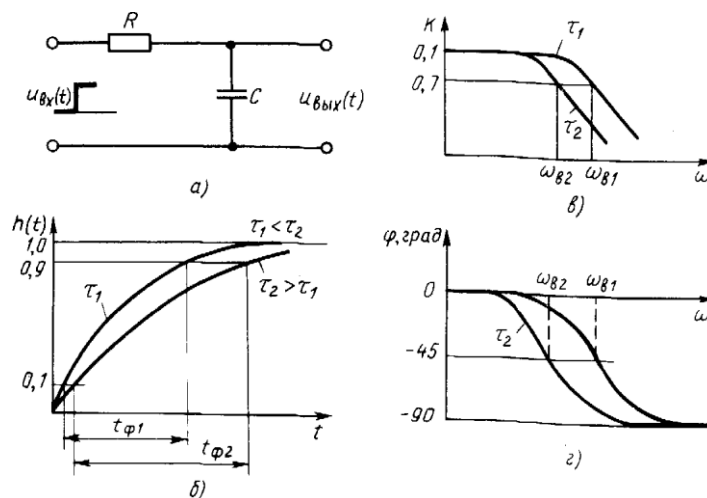


Рис. 3.9 Схема а)  $RC$ -цепи; б) переходная; в) амплитудно-частотная; г) фазо-частотная характеристики

Верхнюю граничную частоту определяют как  $\omega_{\text{в}}$ . На этой частоте  $K(\omega)$  уменьшается в 1,41 раза. Связь граничной частоты  $\omega_{\text{в}}$  с постоянной времени цепи  $\tau$  имеет вид, аналогичный рассмотренному ранее:

$$\omega_{\text{в}} = 1/\tau.$$

Искажения фронта нарастания импульсного сигнала характеризуют частотные искажения в области высоких частот. Чем меньше  $\tau$  цепи, тем быстрее нарастает импульс выходного напряжения и тем больше верхняя граничная частота.

Таким же образом форму импульса искажают  $RL$ -цепи. Постоянная времени данной цепи равна  $\tau = L/R$ .

Из сказанного ясно, почему в качестве граничных частот пропускания различных систем берут частоты, на которой  $K(\omega)$  уменьшается в 1,41 раза (на 3дБ), а не какие-либо другие значения.

Следует отметить, что такая простая связь справедлива для простейших цепей первого порядка. В сложных цепях, где имеется несколько соизмеримых постоянных времени, связь между частотными и переходными характеристиками значительно сложнее.

При передаче импульсов через разделительные цепи с реактивными компонентами частот требуется получить минимальные искажения формы сигнала. Так, например, если между каскадами импульсного усилителя установлены  $RC$ -цепи и они искажают импульс, то такой усилитель не выполняет своей основной функции.

При определении параметров разделительных цепей, предназначенных для неискаженной передачи сигналов, обычно ориентируются на отрицательный спад плоской вершины импульса прямоугольной формы  $\lambda$ . Он равен

$$\lambda \approx t_n / \tau, \quad (4)$$

где  $t_n$  - длительность импульса ( $t_f = t_c = 0$ ).

Постоянную времени разделительной цепи для импульсов без искажений, определяют пользуясь формулой

$$\lambda = 7t_n / \tau. \quad (5)$$

Следует обратить внимание на потерю постоянной составляющей при передаче через разделительную  $RC$ -цепь последовательности импульсов. Пусть на вход цепи (рис.3) поступают однополярные прямоугольные импульсы длительностью  $t_n$  с периодом следования  $T$  (рис.3). При переходе первого импульса

произойдет зарядка конденсатора  $C$ , а после его окончания - разрядка. При этом напряжение на конденсаторе изменится в соответствии с уравнениями (1). Если  $\tau > T$ , то при приходе второго импульса напряжение на конденсаторе  $C$  отлично от нуля:  $U_C \neq 0$ . Это напряжение вычитается из входного сигнала, а следовательно, перепад напряжения и ток заряда конденсатора будут меньше, чем при первом импульсе. Ток разряда после второго импульса окажется больше в связи с большим значением напряжения на конденсаторе.

Процесс уменьшения тока заряда и увеличения тока разряда продолжается до тех пор, пока приращения заряда на обкладках конденсатора за время действия импульса и во время паузы не будут равны между собой. На этом процесс установления режима работы цепи (переходный процесс) заканчивается, что на диаграммах рис. 3.10 (а,б) характеризуется равенством площадей  $S_1$  и  $S_2$ . То, что  $S_1=S_2$ , свидетельствует об отсутствии в выходном сигнале постоянной составляющей и равенстве нулю среднего напряжения на сопротивлении  $R$ . Длительность переходного процесса оценивается как  $(3 \div 5)\tau$ .

Аналогично рассмотренному ранее, постоянная составляющая импульсов теряется при их передаче через трансформаторы. Для восстановления постоянной составляющей приходится вводить фиксаторы уровня. Таким образом, при работе с импульсными сигналами приходится учитывать ряд факторов, не характерных для ранее рассмотренных аналоговых цепей.

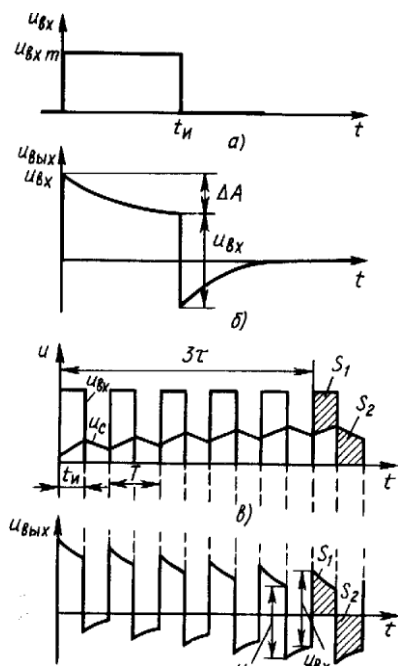


Рис. 3.10. Диаграмма изменения напряжений импульса в разделительной  $RC$  – цепи (а, б); диаграмма передачи через  $RC$  – цепи последовательности импульсов (в, г)