



ФИЗИКА

Часть 2

**ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.
ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА.
ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ И ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ**

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКА

Практикум

В двух частях

Часть 2

**Электромагнетизм. Колебания и волны.
Волновая и квантовая оптика.
Основы квантовой и ядерной физики**

Казань

2023

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

Ф50

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, профессор, КИББ ФИЦ КазНЦ РАН *А. В. Анисимов*;

д-р техн. наук, профессор Института Физики КФУ *А. Н. Туранов*

Авторы:

О. С. Зуева, Р. Р. Хуснутдинов, А. Ф. Гайсин, Е. В. Газеева,

С. О. Гарькавый, Г. Н. Зайнашева, Ю. Ф. Зуев, Е. Л. Корягина, В. Л. Матухин,

С. Ф. Малацион, А. И. Погорельцев, И. Г. Севастьянов,

Н. Р. Хуснутдинова, Е. В. Шмидт

Физика : практикум : в 2 частях / О. С. Зуева, Р. Р. Хуснут-
Ф50 динов, А. Ф. Гайсин [и др.]. – Казань : КГЭУ, 2023.

Часть 2 : Электромагнетизм. Колебания и волны. Волновая
и квантовая оптика. Основы квантовой и ядерной физики.– 2023. –
251 с.

Содержит описание практических занятий по следующим темам: «Электромагнетизм», «Колебания и волны», «Волновая и квантовая оптика», «Основы квантовой и ядерной физики». Наряду с краткими теоретическими сведениями, подкрепленными подробно разобранными примерами решения типовых задач, в конце каждой темы приведены вопросы и задания для самостоятельного выполнения. С целью систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся в конце издания приведены контрольные работы, каждая из которых выполняется в соответствии со своим вариантом и представляет собой совокупность вопросов и задач по озвученным выше темам.

Предназначен для обучающихся по образовательным программам технических направлений подготовки бакалавров.

УДК 53(075.8)

ББК 22.3я73

© Зуева О. С., Хуснутдинов Р. Р., Гайсин А. Ф., Газеева Е. В.,
Гарькавый С. О., Зайнашева Г. Н., Зуев Ю. Ф., Корягина Е. Л.,
Матухин В. Л., Малацион С. Ф., Погорельцев А. И.,
Севастьянов И. Г., Хуснутдинова Н. Р., Шмидт Е. В., 2023

© КГЭУ, 2023

ВВЕДЕНИЕ

В рамках высшего учебного заведения физика, как и любая другая дисциплина, не только выполняет общеобразовательную функцию и развивает творческое мышление обучающихся, но и способствует формированию навыков и умений, имеющих профессиоанльную направленность.

Вторая часть практикума является логическим продолжением первой и включает в себя восемнадцать практических занятий, каждое из которых содержит основные понятия и формулы, используемые для решения приведенных здесь же задач, относящихся к четырем основным разделам курса. В первом разделе (практические занятия № 1–6) описаны способы решения задач по электромагнетизму, в том числе задачи на расчет магнитных полей в вакууме и в различных средах. Второй раздел (практические занятия № 7–8) посвящен рассмотрению задач на колебательные и волновые процессы. В третьем разделе представлены задачи по волновой и квантовой оптике (практические занятия № 9–13), а в четвертом изучаются основы квантовой и ядерной физики (практические занятия № 12–18). Расположенный в конце издания список рекомендуемой литературы содержит материал, способствующий более глубокому пониманию теоретических основ рассматриваемых в рамках практикума физических закономерностей и явлений [1–29].

Наряду с краткими теоретическими сведениями, каждая изучаемая тема подкреплена подробно разобранными примерами решения типовых задач. Приведенные в конце каждого занятия вопросы и задания для самопроверки могут быть использованы при самостоятельном изучении дисциплины. Помимо этого в практикум включены примеры с подробно разобранными решениями задач повышенного уровня сложности по соответствующей теме. С целью систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся в конце издания приведены контрольные работы, каждая из которых выполняется в соответствии со своим вариантом и представляет собой совокупность вопросов и задач по озвученным выше темам.

Стоит отметить, что к самостоятельному решению задач следует приступать только после ответов на контрольные вопросы, что в свою очередь позволит обучающимся самим оценить уровень их знаний по соответствующей теме. Обучающиеся могут использовать данное пособие как для аудиторной работы, так и для самостоятельного освоения изучаемого материала.

Непосредственно при решении задач рекомендуется придерживаться следующего порядка действий:

1. Внимательно прочитать условие задачи и сделать краткую запись условия, включая табличные величины и константы, явно не указанные в тексте задачи.

2. Выразить все заданные величины в единицах СИ (прил. А).

3. Установить, какие физические явления и законы лежат в основе содержания данной задачи.

4. Сделать рисунок, поясняющий содержание задачи, с указанием всех необходимых величин.

5. Решить задачу в общем виде, т. е. получить расчетную формулу в виде уравнения или системы уравнений, включающих в себя как заданные, так и искомые величины.

6. Подставить в расчетную формулу числовые значения величин и вычислить искомую физическую величину.

7. Проверить правильность размерности найденной физической величины и проанализировать полученный ответ.

В целом умение решать задачи является лучшим критерием оценки глубины изучения теоретического материала и его усвоения.

Практическое занятие № 1

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВАКУУМЕ

Цель занятия

Знакомство с основными величинами, характеризующими магнитное поле в вакууме, и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Силовое поле, создаваемое постоянными магнитами, проводниками с током и движущимися заряженными частицами, называют магнитным полем. Оно обнаруживается по силовому действию, оказываемому на проводники с током и постоянные магниты, помещенные в это поле. Неподвижные электрические заряды магнитного поля не создают, и постоянное магнитное поле не действует на неподвижные заряды. В качестве основной характеристики магнитного поля вводится вектор магнитной индукции \vec{B} . Принято считать, что вектор индукции магнитного поля \vec{B} в любой точке поля совпадает по направлению с силой, действующей на северный полюс бесконечно малой магнитной стрелки, помещенной в эту точку.

Для изучения величины магнитного поля в каждой конкретной точке, кроме магнитной стрелки, может использоваться ток, циркулирующий в плоском замкнутом контуре малых размеров. Помещаемый в рассматриваемую точку контур с током разворачивается так, что его положительная нормаль (связанная с направлением тока правилом правого винта) устанавливается подобно магнитной стрелке, т. е. по полю (рис. 1.1).

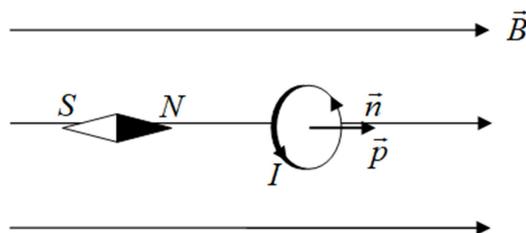


Рис. 1.1. Равновесные положения магнитной стрелки и контура с током в магнитном поле

Поскольку ориентирующее действие магнитного поля на полосовой магнетик (магнитную стрелку) и круговой ток малых размеров аналогичны воздействию электрического поля на электрический диполь, магнитную

стрелку, так же как и круговой ток малых размеров, называют магнитным диполем. Дипольный магнитный момент контура с током пропорционален току I , текущему по контуру площадью S , а его направление совпадает с направлением положительной нормали \vec{n} к контуру:

$$\vec{p} = IS\vec{n}.$$

Ориентирующее действие магнитного поля приводит к появлению вращающего момента сил \vec{N} , заставляющего контур (магнитный диполь) разворачиваться в магнитном поле до некоторого равновесного положения. Вращающий момент, определяемый соотношением

$$\vec{N} = [\vec{p}_m, \vec{B}],$$

зависит как от свойств поля в данной точке, так и от свойств контура. Он является также функцией угла α между нормалью \vec{n} (вектором \vec{p}_m) и вектором индукции магнитного поля \vec{B} , достигая наибольшего значения N_{\max} при $\alpha = \pi/2$. Тем не менее физическая величина, пропорциональная отношению N_{\max}/p_m , определяется только свойствами магнитного поля и поэтому может служить его количественной характеристикой. Вводимая таким образом величина

$$B = \frac{N_{\max}}{p_m}$$

называется индукцией магнитного поля.

Вспомогательной величиной, характеризующей магнитное поле, является вектор напряженности магнитного поля \vec{H} , связанный с вектором магнитной индукции соотношением

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м; μ – относительная магнитная проницаемость среды (для вакуума $\mu = 1$). В вакууме и в анизотропных средах направления векторов \vec{B} и \vec{H} совпадают.

Для магнитных полей, так же как и для электрических, соблюдается принцип суперпозиции:

$$\vec{B} = \sum_i \vec{B}_i, \quad \vec{H} = \sum_i \vec{H}_i,$$

т. е. магнитное поле, порождаемое несколькими источниками, равно векторной сумме полей, создаваемых каждым источником в отдельности.

Для графического изображения магнитных полей пользуются линиями магнитной индукции – это линии, проведенные так, что вектор \vec{B} в каждой ее точке направлен по касательной к ней. Вблизи проводника линии магнитной индукции \vec{B} лежат в плоскостях, перпендикулярных проводнику. Направление линий магнитной индукции определяется по правилу буравчика: если ввинчивать буравчик по направлению вектора плотности тока в проводнике, то направление движения рукоятки буравчика укажет направление магнитных силовых линий (рис. 1.2). Линии магнитной индукции не могут обрываться ни в каких точках поля: они либо замкнуты, либо идут в бесконечность или из бесконечности.

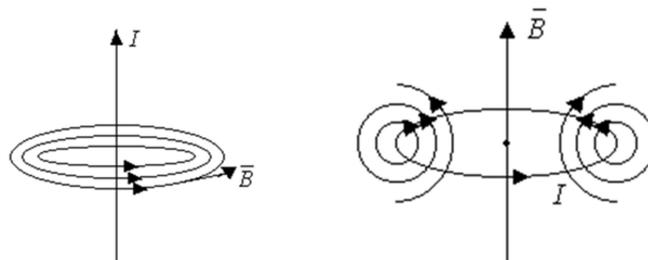


Рис. 1.2. Магнитное поле прямого и кругового тока

Магнитное поле соленоида (рис. 1.3) подобно полю полосового магнита, северный полюс которого соответствует тому концу соленоида, из которого ток в витках изображен идущим против часовой стрелки. Опыты показали, что, разрезав магнит, нельзя получить магнит только с одним полюсом. Каждая его часть имеет и южный, и северный полюсы. Это говорит о том, что в отличие от электрических зарядов, магнитных зарядов (монополей) не существует. Линии магнитной индукции не обрываются на полюсах, а продолжают внутри магнита.

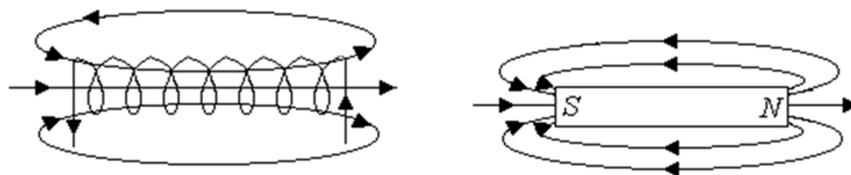


Рис. 1.3. Магнитное поле соленоида и полосового магнита

В общем случае расчет магнитных полей производится с помощью закона Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I[d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3},$$

где $d\vec{B}$ – магнитная индукция, создаваемая элементом длины dl проводника с током I , находящимся на расстоянии r от рассматриваемой точки. Для простых конфигураций магнитных полей могут быть использованы следующие формулы.

Магнитная индукция и напряженность поля, создаваемые бесконечно длинным прямым проводником с током на расстоянии a от прямого тока до точки находятся по формулам:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2\pi a}, \quad H = \frac{I}{2\pi a}.$$

Для отрезка проводника с током I в некоторой точке, положение которой задается расстоянием a до линии тока и углами φ_1 и φ_2 (рис. 1.4), магнитное поле может быть рассчитано с помощью соотношений:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{4\pi a} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2); \quad H = \frac{I}{4\pi a} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

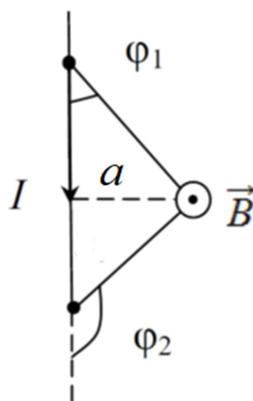


Рис. 1.4. Магнитное поле, создаваемое отрезком с током

Магнитную индукцию и напряженность поля, создаваемые круговым током радиуса R , в центре кругового тока можно рассчитать, как:

$$B = \frac{\mu_0 \mu I}{2R}, \quad H = \frac{I}{2R}.$$

В точках, находящихся на оси кругового тока радиуса R на расстоянии a от плоскости контура, эти соотношения принимают вид:

$$B = \frac{\mu_0 \mu R^2 I}{2\sqrt{(R^2 + a^2)^3}}; \quad H = \frac{R^2 I}{2\sqrt{(R^2 + a^2)^3}}.$$

Магнитные поля внутри соленоида и тороида можно рассчитать по формулам:

$$B = \mu_0 \mu n I = \mu_0 \mu \frac{N}{l} I, \quad H = n I = \frac{N}{l} I,$$

где $n = N/l$ – плотность числа витков; N – полное число витков; l – длина соленоида или длина окружности тороида.

Для расчета магнитных полей может быть использован закон полного тока для магнитного поля в вакууме:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i,$$

который устанавливает связь между циркуляцией вектора индукции магнитного поля в вакууме вдоль произвольного замкнутого контура и алгебраической суммой токов, охватываемых этим контуром.

Примеры решения типовых задач

Задача 1-1. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I = 2\text{ А}$. При этом в центре рамки образуется магнитное поле с индукцией $B = 4,15 \cdot 10^{-5}$ Тл. Найдите длину l проволоки, из которой сделана рамка.

Решение. Шестиугольник (рис. 1.5) разобьем на 6 прямолинейных проводников длиной $b = l/6$. Длину перпендикуляра a , опущенного из центра на любую из его сторон, рассчитаем, воспользовавшись теоремой Пифагора:

$$a^2 = b^2 - \frac{b^2}{4} = \frac{3}{4} b^2.$$

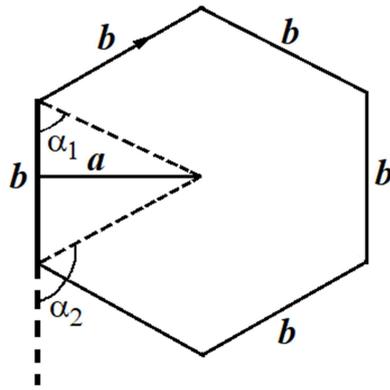


Рис. 1.5. К задаче 1-1

Следовательно, через длину проволоки длину перпендикуляра a выразим следующим образом:

$$a = \frac{b\sqrt{3}}{2} = \frac{l\sqrt{3}}{12}.$$

Каждый из 6 проводников создает в центре шестиугольника магнитное поле с индукцией

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где $\alpha_1 = 60^\circ$, $\alpha_2 = 120^\circ$.

Магнитное поле, создаваемое каждой из шести сторон шестиугольника, направлено от нас за чертеж, поэтому результирующий вектор индукции магнитного поля $B = 6B_0$ также направлен от нас за чертеж и будет равен

$$B_0 = \frac{B}{6} = \frac{\mu_0 I \cdot 12}{4\pi l \sqrt{3}} (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ),$$

откуда

$$l = \frac{\mu_0 I \cdot 12 \cdot 6 \cdot (\cos 60^\circ - \cos 120^\circ)}{4\pi \sqrt{3} B}.$$

После подстановки соответствующих численных значений длина проволоки, из которой сделана рамка, составит $l = 0,2$ м.

Задача 1-2. По двум прямолинейным бесконечно длинным проводникам, находящимся в воздухе на расстоянии $r = 0,7$ м друг от друга, текут токи $I_1 = 10$ А и $I_2 = 4$ А, направленные перпендикулярно плоскости чертежа к нам (рис. 1.6). В какой точке между этими проводниками индукция результирующего магнитного поля этих токов равна нулю?

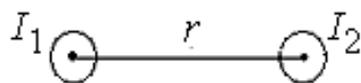


Рис. 1.6. К задаче 1-2

Решение. Картина силовых линий, создаваемых токами, изображена на рис. 1.7. Искомое расстояние между точкой M , в которой индукция суммарного магнитного поля этих токов равна нулю, и проводником I_1 обозначим как r_1 . Ток силой I_1 создает в точке M магнитное поле, вектор индукции которого \vec{B}_1 , согласно правилу буравчика, направлен вверх. Вектор индукции \vec{B}_2 магнитного поля тока I_2 в той же точке M направлен вниз.

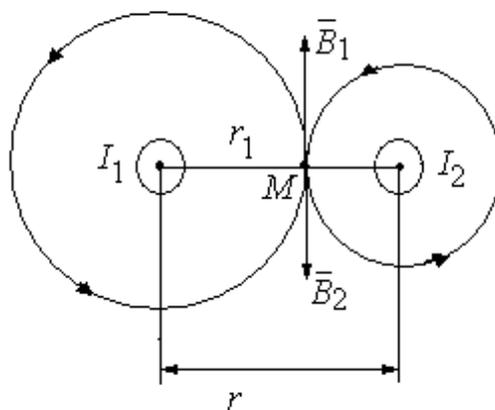


Рис. 1.7. К задаче 1-2

Так как индукция результирующего магнитного поля в точке M равна нулю, то векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 антипараллельны и модули их равны. Их значения найдем по формулам:

$$B_1 = \mu_0 \mu \frac{I_1}{2\pi r_1}, \quad B_2 = \mu_0 \mu \frac{I_2}{2\pi(r - r_1)}.$$

Учитывая, что $B_1 = B_2$, будем иметь

$$\mu_0 \mu \frac{I_1}{2\pi r_1} = \mu_0 \mu \frac{I_2}{2\pi(r - r_1)},$$

откуда

$$r_1 = \frac{I_1 r}{I_1 + I_2}.$$

Подставляя численные значения, находим, что $r_1 = 0,5$ м.

Задача 1-3. Два бесконечно длинных прямых проводника, по которым протекают токи $I_1 = 6$ А и $I_2 = 8$ А, расположены перпендикулярно друг к другу (рис. 1.8, схема 1). Определите индукцию и напряженность магнитного поля в точке A , расположенной на середине кратчайшего расстояния между проводниками, равного $d = 2$ см.

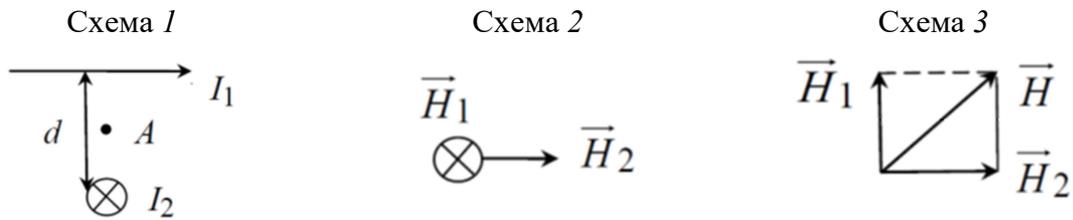


Рис. 1.8. К задаче 1-3

Решение. В точке A направление векторов \vec{H}_1 и \vec{H}_2 , создаваемых токами I_1 и I_2 , взаимно перпендикулярны (рис. 1.8, схема 2), причем магнитное поле, создаваемое током I_1 , направлено от нас. Поэтому получившийся рисунок повернем на 90° вокруг горизонтальной оси, тогда векторы, создающие магнитное поле, окажутся в плоскости рисунка. На основании схемы 3 для расчета результирующего поля воспользуемся теоремой Пифагора:

$$H^2 = H_1^2 + H_2^2.$$

Напряженность магнитного поля H , созданного бесконечно длинным проводником с током на расстоянии r от него, найдем из соотношений, в которых учтено, что $2r = d$:

$$H_1 = \frac{I_1}{2\pi r} = \frac{I_1}{\pi d}, \quad H_2 = \frac{I_2}{2\pi r} = \frac{I_2}{\pi d}.$$

Применив теорему Пифагора к расчету результирующего поля, будем иметь:

$$H = \sqrt{H_1^2 + H_2^2} = \sqrt{\frac{I_1^2}{(\pi d)^2} + \frac{I_2^2}{(\pi d)^2}} = \frac{1}{\pi d} \sqrt{I_1^2 + I_2^2} = 159 \text{ А/м.}$$

Поскольку индукция B и напряженность H связаны соотношением

$$B = \mu_0 \mu H,$$

индукция результирующего магнитного поля

$$B = 12,56 \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 159 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Тл.}$$

Задача 1-4. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым токи силой $I = 60$ А текут в одном направлении, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определите магнитную индукцию в точке, отстоящей на расстоянии $a_1 = 5$ см от одного проводника и $a_2 = 12$ см от другого.

Решение. Магнитное поле в заданной точке A (рис. 1.9) создается обоими токами I . Согласно принципу суперпозиции полей магнитная индукция результирующего поля равна векторной сумме магнитных индукций, созданных каждым током в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

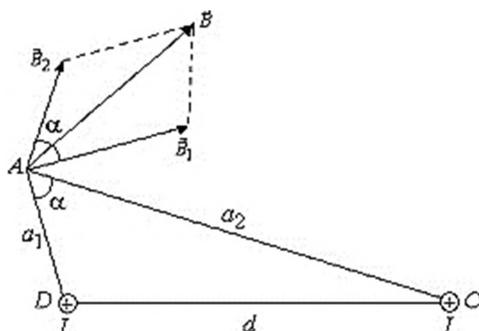


Рис. 1.9. К задаче 1-4

Векторы \vec{B}_1 и \vec{B}_2 связаны с направлением токов в проводниках правилом правого винта и направлены по касательным к силовым линиям магнитных полей, созданных обоими проводниками с токами в искомой точке A , причем $\vec{B}_1 \perp AD$ и $\vec{B}_2 \perp AC$. Как видно из рис. 1.8, точка A и оба параллельных проводника с токами не лежат в одной плоскости. Поэтому векторы \vec{B}_1 , \vec{B}_2 не лежат на одной прямой, т. е. не коллинеарны и образуют между собой угол α , не равный 0° или 180° . В этом случае абсолютное значение вектора \vec{B} найдем, воспользовавшись теоремой косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2 \cos \alpha}.$$

Величины \vec{B}_1 и \vec{B}_2 определим исходя из закона Био – Савара – Лапласа:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a_1} \quad \text{и} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a_2},$$

где a_1 , и a_2 – расстояния от точки A до проводников с токами I .

Для вычисления $\cos \alpha$ используем теорему косинусов для треугольника ACD :

$$d^2 = a_1^2 + a_2^2 - 2a_1a_2 \cos \alpha,$$

$$\cos \alpha = \frac{a_1^2 + a_2^2 - d^2}{2a_1a_2}.$$

С учетом произведенных расчетов и после подстановки соответствующих численных значений, получим

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{a_1^2} + \frac{1}{a_2^2} + \frac{2}{a_1a_2} \frac{(a_1^2 + a_2^2 - d^2)}{2a_1a_2}} = \frac{\mu_0 I \sqrt{2(a_1^2 + a_2^2) - d^2}}{2\pi a_1a_2} = 308 \text{ мкТл.}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 1.1. Что является источником магнитного поля?
- 1.2. Какая физическая величина является основной характеристикой магнитного поля? Как вводятся магнитные силовые линии?
- 1.3. Сформулируйте правило буравчика. Для чего оно применяется?

1.4. Как магнитное поле действует на проводник с электрическим током?

1.5. Действует ли магнитное поле на неподвижный электрический заряд?

1.6. Как записывается закон Био – Савара – Лапласа?

1.7. Что такое напряженность магнитного поля? Поясните, как она связана с индукцией магнитного поля.

1.8. Как рассчитать магнитное поле, создаваемое проводником с током, с помощью закона полного тока?

1.9. Какое магнитное поле называется однородным?

1.10. Расскажите, как получить однородное магнитное поле.

1.11. Какими свойствами обладает поле бесконечно длинного соленоида?

1.12. Что такое тороид, и какое поле создается в нем?

1.13. Как рассчитать магнитное поле, создаваемое отрезком с током? Укажите его направление.

1.14. В чем заключается принцип суперпозиции магнитных полей?

1.15. Какое магнитное поле создается вокруг кругового контура с током?

1.16. Ток силой $I = 50$ А течет по проводнику, изогнутому под прямым углом. Найдите напряженность и индукцию магнитного поля в точках, лежащих на биссектрисе этого угла и отстоящих от вершины угла на расстоянии $a = 20$ см.

1.17. По бесконечно длинному прямому проводу, согнутому под углом $\alpha = 120^\circ$, течет ток $I = 50$ А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в точках, лежащих на биссектрисе угла и удаленных от вершины угла на расстояние $a = 6$ см.

1.18. По длинному прямому проводу течет ток $I = 60$ А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в точке, удаленной от проводника на расстояние $a = 5$ см. На сколько изменятся эти величины, если провод согнуть под прямым углом, оставив рассматриваемую точку на внутренней биссектрисе угла на расстоянии $a = 5$ см от вершины угла?

1.19. По длинному прямому проводу течет ток $I = 60$ А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в точке, удаленной от проводника на $a = 5$ см. На сколько изменятся эти величины, если провод согнуть под прямым углом, оставив рассматриваемую точку на внешней биссектрисе угла на расстоянии $a = 5$ см от вершины угла?

1.20. По кольцу из тонкого провода течет ток $I = 0,6$ А. Кольцо имеет радиус $R = 10$ см и содержит $N = 80$ витков. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в центре кольца и в точке, расположенной на перпендикуляре, восстановленном из его центра на расстоянии $a = 10$ см от плоскости кольца.

1.21. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна $H = 20$ А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определите индукцию и напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

1.22. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна $H = 20$ А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму равностороннего треугольника. Определите индукцию и напряженность магнитного поля в центре треугольника.

1.23. По проводнику, изогнутому в виде равностороннего треугольника, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности равна $H = 10$ А/м. Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму шестиугольника. Определите индукцию и напряженность магнитного поля в центре шестиугольника.

1.24. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами $a = 6$ см и $b = 10$ см, течет ток силой $I = 2$ А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в точке, лежащей на перпендикуляре, восстановленном из центра прямоугольника и удаленном от его плоскости на расстояние $l = 1$ м.

1.25. По квадратной рамке со стороной $0,2$ м течет ток 4 А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля в центре рамки.

1.26. Найдите напряженность магнитного поля кругового тока радиуса $R = 4$ см на расстоянии $a = 3$ см от его плоскости, если сила тока $I = 2$ А.

1.27. На рис. 1.10 изображены сечения двух прямолинейных бесконечно длинных проводников с токами. Расстояние между проводниками $AB = 10$ см, токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Найдите напряженности H магнитного поля, вызванного токами I_1 и I_2 в точках M_1 , M_2 , и M_3 , если $M_1A = 2$ см, $AM_2 = 4$ см и $BM_3 = 3$ см.

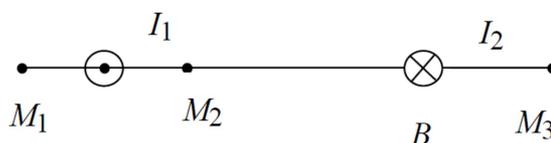


Рис. 1.10. К задаче 1.27

1.28. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости (рис. 1.11). Найдите напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если ток $I_1 = 2$ А и ток $I_2 = 3$ А. Расстояние $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $BM_1 = CM_2 = 2$ см.

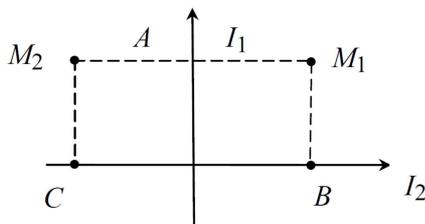


Рис. 1.11. К задаче 1.27

1.29. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях (рис. 1.12). Найдите напряженности H_1 и H_2 магнитного поля в точках M_1 и M_2 , если токи соответственно равны $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А. Расстояния $AM_1 = AM_2 = 1$ см и $AB = 2$ см.

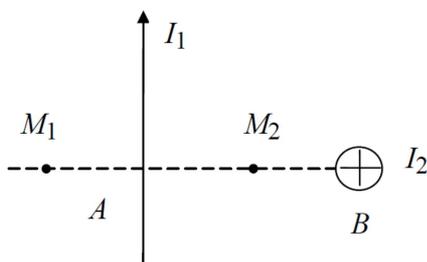


Рис. 1.12. К задаче 1.29

1.30. По проволочной рамке, имеющей форму правильного шестиугольника, идет ток $I = 2$ А, при этом в центре рамки образуется магнитное поле напряженностью $H = 33$ А/м. Найдите длину l проволоки, из которой сделана рамка.

1.31. Ток $I = 20$ А, протекая по кольцу из медной проволоки сечением $S = 1,0$ мм², создает в центре кольца напряженность магнитного поля $H = 178$ А/м. Какая разность потенциалов U приложена к концам проволоки, образующей кольцо?

1.32. Бесконечно длинный провод образует круговой виток, касательный к проводу. По проводу течет ток $I = 6$ А. Найдите радиус R витка, если напряженность магнитного поля в центре витка $H = 43,8$ А/м.

1.33. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам в одинаковых направлениях текут токи силой $I_1 = I_2 = 20$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. Определите напряженность H и магнитную индукцию B в точке, удаленной на $r_1 = r_2 = 10$ см от обоих проводов.

1.34. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам в противоположных направлениях текут токи силой $I_1 = I_2 = 20$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. В точке, удаленной от обоих проводов на расстояние $r_1 = r_2 = 10$ см, определите напряженность H и магнитную индукцию B .

1.35. По двум бесконечно длинным параллельным проводам в одном направлении текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. В точке, удаленной на расстояние $r_1 = 6$ см от первого и на расстояние $r_2 = 8$ см от второго провода, вычислите напряженность H и магнитную индукцию B .

1.36. По двум бесконечно длинным прямым параллельным проводам в противоположных направлениях текут токи силой $I_1 = 20$ А и $I_2 = 50$ А. Расстояние между проводами $d = 10$ см. В точке, удаленной на расстояние $r_1 = 6$ см от первого и на расстояние $r_2 = 8$ см от второго провода, вычислите напряженность H и магнитную индукцию B .

1.37. По двум одинаковым круговым виткам радиусом $R = 6$ см, плоскости которых взаимно перпендикулярны, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой $I = 3$ А. Найдите напряженность и индукцию магнитного поля в центре витков.

1.38. По двум одинаковым круговым виткам радиусом $R = 8$ см, плоскости которых расположены под углом $\alpha = 60^\circ$, а центры совпадают, текут одинаковые токи силой $I = 5$ А. Найдите напряженность и индукцию магнитного поля в центре витков.

1.39. Прямолинейный проводник расположен перпендикулярно плоскости кругового проводника радиусом $R = 20$ см и проходит на расстоянии половины радиуса от его центра. Прямолинейный ток имеет силу $I_1 = 10$ А, а круговой – $I_2 = 2$ А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля, создаваемого токами в центре круга.

1.40. Прямолинейный проводник расположен перпендикулярно плоскости кругового проводника радиусом $R = 20$ см и проходит на расстоянии двух радиусов от его центра. Прямолинейный ток имеет силу $I_1 = 10$ А, а круговой – $I_2 = 2$ А. Определите напряженность и индукцию магнитного поля, создаваемого токами в центре круга.

1.41. Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом. Кратчайшее расстояние между ними равно $d = 10$ см. По проводам текут токи силой $I_1 = 80$ А и $I_2 = 60$ А. В точке A , находящейся на середине кратчайшего расстояния между ними, определите напряженность H и магнитную индукцию B .

1.42. Два бесконечно длинных прямых провода скрещены под прямым углом. Кратчайшее расстояние между ними равно $d = 10$ см. По проводам текут токи силой $I_1 = I_2 = 60$ А. В точке A , находящейся на середине кратчайшего расстояния между ними, определите напряженность H и магнитную индукцию B . Как изменятся эти значения, если один из токов поменяет свое направление?

1.43. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0,25$ мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислите индукцию и напряженность магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 5$ А.

1.44. Длинный прямой соленоид из проволоки диаметром $d = 0,25$ мм намотан так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислите индукцию и напряженность магнитного поля внутри соленоида при силе тока $I = 4$ А.

1.45. В соленоиде длиной $l = 20$ см и диаметром $D = 5$ см требуется получить напряженность магнитного поля $H = 1$ кА/м. Найдите число ампер-витков IN , необходимое для этого соленоида, и разность потенциалов U , которую надо приложить к концам обмотки из медной ($\rho = 0,017$ мкОм \cdot м) проволоки диаметром $d = 0,5$ мм. Поле соленоида считать однородным.

Практическое занятие № 2

ЗАКОН АМПЕРА. МАГНИТНЫЙ ПОТОК

Цель занятия

Знакомство с силами, действующими на ток, находящийся в магнитном поле, работой по перемещению проводника и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Потоком вектора магнитной индукции или магнитным потоком сквозь малую площадку dS называется величина, равная произведению площади этой площадки и проекции B_n вектора \vec{B} на направление нормали \vec{n} к площадке dS :

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_n \cdot dS = B \cdot dS \cos(\vec{B}, \vec{n}).$$

Поток вектора магнитной индукции сквозь произвольную поверхность S определяется интегралом

$$\Phi_B = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS = \int_S B_n \cdot \cos(\vec{B}, \vec{n}) \cdot dS.$$

Если поле однородно, а поверхность S плоская и расположена перпендикулярно к линиям магнитной индукции, то $B_n = B = \text{const}$ и $\Phi_B = BS$.

В частности, магнитный поток сквозь соленоид (тороид) определяется соотношением

$$\Phi = \frac{\mu_0 \mu N I S}{l},$$

где N – общее число витков соленоида; l – его длина; S – площадь его поперечного сечения. Если соленоид имеет воздушный зазор, то в соотношении необходимо учитывать параметры зазора, и тогда

$$\Phi = \frac{IN}{l_1/S\mu_0\mu_1 + l_2/S\mu_0\mu_2},$$

где l_1 – длина железного сердечника; μ_1 – его магнитная проницаемость, l_2 – длина воздушного зазора; μ_2 – магнитная проницаемость воздуха.

Поскольку линии вектора магнитной индукции всегда замкнуты и не имеют ни начала, ни конца, полный магнитный поток вектора \vec{B} через произвольную замкнутую поверхность S равен нулю (теорема Гаусса):

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = \oint_S B_n dS = 0.$$

Эта теорема является математическим следствием отсутствия в природе магнитных зарядов, на которых могли бы начинаться и завершаться линии магнитной индукции.

Электрические токи взаимодействуют между собой посредством магнитного поля. Согласно закону Ампера в однородном магнитном поле сила F , действующая на проводник с током, пропорциональна силе тока в проводнике I , длине проводника l , величине магнитной индукции B и синусу угла α между направлением тока и вектором \vec{B} (в системе СИ):

$$\vec{F} = I[\vec{l} \cdot \vec{B}], \quad F = I \cdot B \cdot l \sin \alpha.$$

Если магнитное поле неоднородно, то необходимо использовать закон Ампера в дифференциальной форме:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}], \quad dF = I \cdot B \cdot dl \sin \alpha,$$

где dF – сила, действующая на элемент проводника длиной dl . Закон Ампера в векторной форме определяет направление силы Ампера, которая расположена перпендикулярно как к вектору \vec{B} , так и к направлению тока в проводнике. Следует отметить, что силы электромагнитного взаимодействия, как следует из закона Ампера, не являются центральными. Они всегда направлены перпендикулярно как линиям магнитной индукции, так и проводникам с током.

Направление силы, действующей на ток, удобно определить с помощью правила левой руки. Если расположить левую руку так, чтобы вектор \vec{B} входил в ладонь, а четыре сложенных вместе пальца были направлены вдоль тока, то отставленный в сторону большой палец укажет направление силы.

Закон Ампера позволяет рассчитать силу взаимодействия двух параллельных токов, когда каждый из токов взаимодействует с магнитным полем, создаваемым другим током. Рассчитанная на единицу длины (длину l

участка) проводников, сила взаимодействия двух прямых бесконечно длинных параллельных проводников с токами I_1 и I_2 , находящихся на расстоянии a друг от друга, определяется выражением

$$F_{12} = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi a}.$$

В случае параллельных сонаправленных токов возникающие силы приводят к притяжению токов, а в случае антипараллельных токов – к их отталкиванию. В более общем случае непараллельных токов возникают силы, стремящиеся развернуть токи таким образом, чтобы они стали параллельными.

Силы Ампера оказывают ориентирующее действие магнитного поля на контур, проявляющееся в том, что рамка разворачивается в магнитном поле таким образом, что ее дипольный магнитный момент

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$$

устанавливается по полю. Это является следствием появления вращательного момента, определяемого соотношением

$$\vec{N} = [(IS\vec{n}) \cdot \vec{B}] = [\vec{p}_m \cdot \vec{B}].$$

На проводник с током I , находящийся в магнитном поле с индукцией \vec{B} , действуют силы, определяемые законом Ампера. Эти силы приводят к перемещению проводника с током или контура с током в магнитном поле. Работа по перемещению проводника с током и контура с током в магнитном поле определяется соотношением

$$dA = Id\Phi,$$

где $d\Phi$ – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником (при движении проводника), или изменение магнитного потока сквозь площадь, ограниченную контуром с током при его малом перемещении (при перемещении контура). При конечном перемещении контура с током работа сил Ампера

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1)$$

равна произведению силы тока в контуре на изменение магнитного потока сквозь этот контур.

Примеры решения типовых задач

Задача 2-1. По двум тонким проводникам, изогнутым в виде колец, расположенных в параллельных плоскостях друг над другом, текут одинаковые токи. Найдите значения этих токов, если радиусы колец $R = 10$ см, сила взаимодействия колец $F = 12,56$ мН, плоскости, в которых лежат кольца, параллельны, а расстояние между ними $d = 1$ мм.

Решение. Силу взаимодействия двух параллельных токов найдем с помощью соотношения:

$$F = \frac{\mu_0 \mu I_1 I_2 l}{2\pi d}$$

в котором $I_1 = I_2 = I$, а длина провода рассчитывается как длина окружности $l = 2\pi R$.

Тогда

$$F = \frac{\mu_0 I^2 2\pi R}{2\pi d}.$$

Следовательно,

$$I = \sqrt{\frac{dF}{\mu_0 R}} = \sqrt{\frac{0,001 \text{ м} \cdot 12,56 \cdot 10^{-3} \text{ Н}}{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 0,1 \text{ м}}} = 10 \text{ А}.$$

Задача 2-2. Кольцо радиусом $R = 10$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Плоскость кольца составляет с линиями напряженности угол $\alpha = 45^\circ$. Вычислите величину магнитного потока, пронизывающего кольцо.

Решение. Магнитный поток, пронизывающий рассматриваемый круговой контур, определим из соотношения

$$\Phi = BS \cos \alpha,$$

где S – площадь кольца, $S = \pi R^2$; B – индукция магнитного поля в месте его расположения. В вакууме индукция магнитного поля связана с его напряженностью соотношением

$$B = \mu_0 H,$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнитная постоянная вакуума.

Соответственно, формулу для нахождения магнитного потока, пронизывающего рассматриваемый круговой контур, запишем в виде

$$\Phi = \mu_0 H \pi R^2 \cos \alpha.$$

Численное значение магнитного потока равно $\Phi = 2,29 \cdot 10^{-5}$ Вб.

Задача 2-3. Рамка с диаметром $d = 6$ см содержит $N = 1000$ витков. Плоскость витков совпадает с направлением однородного магнитного поля, напряженность которого равна $H = 1500$ А/м. Какой вращающий момент действует на рамку при токе в ней $I = 10$ А?

Решение. На контур с током, находящийся в магнитном поле B , действуют силы, создающие вращающий момент

$$M = p B \sin \alpha,$$

где p – магнитный момент контура с током; α – угол между направлением поля и нормалью к плоскости контура, $\alpha = \pi/2$. Магнитный момент контура с током определим как произведение тока, текущего по контуру, площади контура и числа витков в контуре:

$$p = N I S = N I \pi R^2,$$

поэтому окончательное выражение для нахождения искомого вращающего момента примет следующий вид:

$$M = \mu_0 \pi I H N R^2 \sin \alpha = 0,053 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

2.1. Как определяется поток вектора магнитной индукции однородного магнитного поля сквозь малую площадку?

2.2. Как рассчитывается поток вектора магнитной индукции сквозь некоторую поверхность?

2.3. Чему равен поток вектора магнитной индукции сквозь замкнутую поверхность?

2.4. Запишите теорему Гаусса для магнитного поля.

2.5. Следствием каких свойств магнитного поля является теорема Гаусса?

2.6. Существуют ли в природе магнитные заряды, на которых могли бы начинаться и завершаться линии магнитной индукции?

2.7. Что такое магнитный монополю?

2.8. Чем определяется сила Ампера, действующая на проводник с током?

2.9. Запишите закон Ампера в дифференциальной форме.

2.10. Как находится направление силы, действующей на ток в магнитном поле?

2.11. Как взаимодействуют между собой параллельные токи?

2.12. Как рассчитывается вращательный момент, действующий на рамку с током?

2.13. Как находится работа по перемещению проводника с током в магнитном поле?

2.14. Как находится работа по перемещению контура с током в магнитном поле?

2.15. Как записывается соотношение, позволяющее рассчитать работу по перемещению проводника с током и контура с током в магнитном поле?

2.16. В однородное магнитное поле напряженностью $H = 1000$ А/м помещен прямой проводник длиной $l = 20$ см (подводящие провода находятся вне поля). Определите силу, действующую на проводник, если по нему течет ток $I = 50$ А, а угол между направлением тока и вектором напряженности $\alpha = 30^\circ$.

2.17. Прямой провод длиной $l = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. Найдите угол α между направлениями вектора магнитной индукции и тока, если на провод действует сила $F = 10$ мН.

2.18. Квадратная проволочная рамка со сторонами $a = 6$ см расположена в однородном магнитном поле с индукцией, силовые линии которого расположены под углом $\alpha = 60^\circ$ к плоскости рамки. По рамке течет ток силой $I = 10$ А. Определите силу, действующую на каждую из сторон рамки.

2.19. Квадратная проволочная рамка со стороной $a = 5$ см расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи силой $I = 100$ А. Определите силу, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

2.20. Рамка с током $I = 5$ А содержит $N = 20$ витков тонкого провода. Определите магнитный момент рамки с током, если ее площадь $S = 10$ см².

2.21. По витку радиусом $R = 10$ см течет ток $I = 50$ А. Виток помещен в однородное магнитное поле напряженностью $H = 100$ А/м. Определите вращающий (механический) момент, действующий на виток, если плоскость витка составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями напряженности.

2.22. Кольцо радиусом $R = 10$ см находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями напряженности. Вычислите величину магнитного потока, пронизывающего кольцо.

2.23. В одной плоскости с длинным прямым проводом, по которому течет ток силой $I = 50$ А, расположена прямоугольная рамка так, что две большие стороны ее длиной $a = 65$ см параллельны проводу, а расстояние от провода до ближайшей из этих сторон равно ее ширине. Определите магнитный поток, пронизывающий рамку.

2.24. Короткая катушка площадью поперечного сечения $S = 150$ см², содержащая $N = 200$ витков провода, по которому течет ток силой $I = 4$ А, помещена в однородное магнитное поле напряженностью $H = 8000$ А/м. Определите магнитный момент катушки, а также вращающий момент, действующий на нее со стороны поля, если ось катушки с линиями поля составляет угол $\alpha = 60^\circ$.

2.25. Виток диаметром $d = 20$ см, может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с одним из диаметров витка. Виток установили в плоскости магнитного меридиана и пустили по нему ток силой $I = 10$ А. Какой вращающий момент нужно приложить к витку, чтобы удержать его в начальном положении?

2.26. Рамка диаметром $d = 6$ см содержит $N = 100$ витков. Плоскость витков совпадает с направлением напряженности однородного магнитного поля, равной $H = 15$ А/м. Какой вращающий момент действует на рамку при токе в ней $I = 10$ А?

2.27. Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с направлением однородного магнитного поля. Под каким углом установилась рамка по отношению к полю, если вращающий момент, действующий на рамку, уменьшился в 10 раз? Решение пояснить рисунком.

2.28. По плоской круглой рамке, имеющей $N = 20$ витков радиусом $R = 2$ см, течет ток $I = 1$ А. Нормаль к плоскости рамки составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с направлением магнитного поля напряженностью $H = 30$ А/м. Найдите изменение вращающего момента, действующего на рамку, если из $N = 20$ витков рамки сделать один круглый виток.

2.29. Плоская круговая рамка диаметром $d = 10$ см находится в однородном магнитном поле. По рамке протекает ток силой $I = 15$ А. На сколько изменится вращающий момент, действующий на рамку, при повороте плоскости рамки на угол $\alpha = 60^\circ$? Учтите, что до поворота плоскость рамки совпадала с направлением поля, напряженность поля $H = 20$ А/м, а среда – воздух.

2.30. По двум одинаковым квадратным плоским контурам со стороной $a = 20$ см текут токи по $I = 10$ А. Определите силу взаимодействия контуров, если расстояние между соответствующими сторонами контуров $d = 2$ мм.

2.31. Токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А текут в одном направлении по двум прямолинейным длинным параллельным проводникам, находящимся на расстоянии $d_1 = 10$ см друг от друга. Какую работу A_l на единицу длины проводников надо совершить, чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 20$ см?

2.32. Чтобы раздвинуть два параллельных длинных прямолинейных проводника, по которым в одном направлении текут одинаковые токи I_1 и I_2 , на вдвое большее расстояние, пришлось совершить работу (на единицу длины проводников) $A_l = 55$ мкДж/м. Найдите токи I_1 и I_2 .

2.33. В однородном магнитном поле напряженностью $H = 79,7$ кА/м помещена квадратная рамка, плоскость которой составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 30^\circ$. Сторона рамки $a = 4$ см. Найдите магнитный поток, пронизывающий рамку.

2.34. Магнитный поток сквозь соленоид без сердечника $\Phi = 5$ мкВб. Найдите магнитный момент соленоида, если его длина $l = 25$ см.

2.35. Круговой контур помещен в однородное магнитное поле так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. Напряженность магнитного поля $H = 150$ кА/м. По контуру течет ток $I = 2$ А. Радиус контура $R = 2$ см. Какую работу A надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi = 90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?

2.36. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл равномерно движется проводник длиной $l = 10$ см, по которому течет ток $I = 2$ А. Скорость движения проводника $v = 20$ см/с и направлена перпендикулярно к вектору магнитного поля. Найдите работу A перемещения проводника за время $t = 10$ с и мощность P , затраченную на это перемещение.

2.37. Виток радиусом $R = 10$ см, по которому течет ток силой $I = 20$ А, свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1000$ А/м. Виток повернули относительно диаметра на угол $\alpha = 60^\circ$. Определите величину совершенной работы.

2.38. Плоский контур, площадь которого $S = 300 \text{ см}^2$, находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,01 \text{ Тл}$. Плоскость контура перпендикулярна линиям индукции. В контуре поддерживается неизменный ток силой $I = 10 \text{ А}$. Определите работу A внешних сил по перемещению контура с током в область пространства, магнитное поле в которой отсутствует.

2.39. Виток, по которому течет ток силой $I = 20 \text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,016 \text{ Тл}$. Диаметр витка $d = 10 \text{ см}$. Определите работу A , которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha = \pi/2$ относительно совпадающей с диаметром оси.

2.40. Виток, по которому течет ток силой $I = 20 \text{ А}$, свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,016 \text{ Тл}$. Диаметр витка $d = 10 \text{ см}$. Определите работу A , которую нужно совершить, чтобы повернуть виток на угол $\alpha = 2\pi$ относительно совпадающей с диаметром оси.

2.41. Рамка площадью $S = 100 \text{ см}^2$ содержит $N = 1000$ витков провода сопротивлением $R = 12 \text{ Ом}$. К концам обмотки подключено внешнее сопротивление $U = 20 \text{ Ом}$. Определите максимальную мощность, необходимую для того, чтобы равномерно с частотой $\nu = 8 \text{ с}^{-1}$ вращать рамку в магнитном поле, индукция которого равна $B = 0,1 \text{ Тл}$.

Практическое занятие № 3

СИЛА ЛОРЕНЦА. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Цель работы

Знакомство с силами, действующими на заряд в магнитном поле, траекториями их движения, а также формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Проводник, по которому течет ток, отличается от проводника без тока лишь тем, что в нем происходит упорядоченное движение носителей заряда. Следовательно, сила, действующая на проводник с током в магнитном поле, обусловлена действием сил на отдельные движущиеся заряды, а уже от этих зарядов действие передается проводнику, по которому они перемещаются. Этот вывод подтверждается целым рядом опытных фактов и, в частности, тем, что пучок свободно летящих заряженных частиц (например, электронный пучок) отклоняется магнитным полем. Итак, сила Ампера, действующая на ток в магнитном поле:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}],$$

есть результат действия магнитного поля на все движущиеся заряженные частицы, образующие электрический ток. Выражение для силы Лоренца, действующей на отдельный заряд q , движущийся в магнитном поле \vec{B} со скоростью \vec{v} , имеет вид:

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}], \quad F_L = qvB \sin \alpha,$$

где α – угол между направлением скорости и вектором индукции магнитного поля. Направлена сила Лоренца перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{B} . Следует отметить, что в соотношении для силы Лоренца q – алгебраическая величина заряда, которая может быть как положительной, так и отрицательной. Если заряд $q > 0$, направление действующей на него силы совпадает с направлением вектора $[\vec{v} \vec{B}]$ и может быть найдено по правилу левой руки: если четыре пальца левой руки

направлены вдоль вектора скорости, а силовые линии магнитного поля входят в ладонь, то отведенный на 90° большой палец покажет направление силы Лоренца, действующей на положительный заряд. В случае отрицательного заряда направление силы противоположно $[\vec{v}\vec{B}]$, т. е. на отрицательный заряд сила действует в противоположном направлении.

Следует отметить, что магнитное поле на покоящийся электрический заряд (при $\vec{v} = 0$) не действует. В этом состоит существенное отличие магнитного поля от электрического. Магнитное поле действует только на движущиеся в нем заряды. Причем, если заряд движется вдоль линий магнитной индукции \vec{B} ($\alpha = 0$), он также не испытывает действия силы.

Сила Лоренца всегда направлена перпендикулярно скорости заряженной частицы, поэтому она работы над частицей не совершает. Следовательно, действуя на заряженную частицу магнитным полем, нельзя изменить ее кинетическую энергию. Поэтому при наличии силы Лоренца величина скорости частицы остается постоянной, однако траектория частицы искривляется.

В общем случае на движущийся заряд помимо магнитного поля с индукцией \vec{B} может действовать еще и электрическое поле с напряженностью \vec{E} . Тогда результирующая сила, действующая на заряд, определяется векторной суммой сил:

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}].$$

Здесь скорость \vec{v} – это скорость заряженной частицы относительно магнитного поля.

При движении заряженной частицы в магнитном поле возможны следующие варианты

1. Частица влетает в поле вдоль линий магнитной индукции, т. е. угол α равен 0 или π . Тогда $F_L = qvB\sin\alpha = 0$, и частица будет двигаться с той же скоростью равномерно и прямолинейно.

2. Частица влетает в поле перпендикулярно вектору \vec{B} , т. е. $\alpha = \pi/2$. Тогда $F_L = qvB$ постоянна по модулю и перпендикулярна траектории частицы. В этом случае сила Лоренца будет сообщать частице центростремительное ускорение v^2/R , заставляющее частицу двигаться по окружности радиуса R :

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Период вращения частицы по окружности определяется только величиной магнитного поля и удельным зарядом частицы q/m :

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.$$

Этот факт используется в циклических ускорителях заряженных частиц.

3. Частица влетает под произвольным углом α к вектору \vec{B} . В этом случае движение частицы можно представить в виде двух независимых движений: равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью $v \cos \alpha$ и равномерного движения по окружности в плоскости, перпендикулярной полю, со скоростью $v \sin \alpha$.

В результате наложения обоих независимых движений возникает движение по винтовой линии, характеризуемой радиусом R и шагом h :

$$R = \frac{m v \sin \alpha}{qB}, \quad h = \frac{2\pi v \cos \alpha}{qB}.$$

Искривлением траектории движения заряженных частиц в магнитном поле под действием силы Лоренца объясняется эффект Холла (гальваномагнитное явление). Эффект Холла заключается в возникновении поперечного электрического поля в проводнике или в полупроводнике с током, помещенным в магнитное поле. Было установлено, что дополнительная поперечная разность потенциалов, возникающая в эффекте Холла:

$$\Delta\varphi = \frac{RIB}{d},$$

зависит от величины индукции магнитного поля B , силы тока I и толщины пластинки d . Коэффициент пропорциональности – постоянная Холла

$$R = \frac{1}{en},$$

позволяет определить концентрацию зарядов n в проводнике и их знак, так как знак постоянной Холла совпадает со знаком заряда носителей тока. В случае электронной проводимости (n -типа) постоянная $R < 0$, а в случае дырочной проводимости (p -типа) постоянная $R > 0$. Измерение постоянной Холла также можно использовать для нахождения величины индукции магнитного поля.

Примеры решения типовых задач

Задача 3-1. Электрон, имеющий скорость $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 30$ мТл под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению линий индукции магнитного поля. Определите радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон (рис. 3.1).

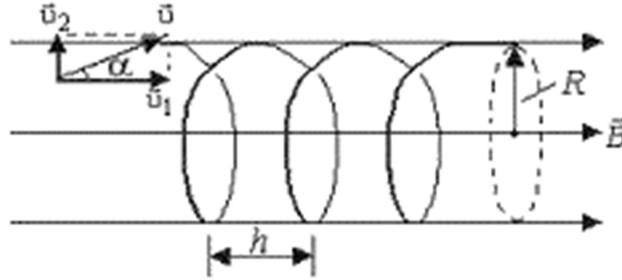


Рис. 3.1. К задаче 3-1

Решение. На электрон, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \cdot \vec{B}],$$

перпендикулярная векторам магнитной индукции \vec{B} и скорости \vec{v} электрона.

Для описания траектории электрона представим вектор скорости \vec{v} как сумму двух составляющих, одна из которых \vec{v}_1 направлена по линиям индукции, вторая, \vec{v}_2 – перпендикулярно им. Тогда выражение для силы Лоренца может быть упрощено, поскольку первое слагаемое векторного произведения $[\vec{v}_1 \vec{B}] = 0$ за счет того, что векторы \vec{v}_1 и \vec{B} сонаправлены:

$$\vec{F}_L = e[(\vec{v}_1 + \vec{v}_2)\vec{B}] = e[\vec{v}_2\vec{B}].$$

Во время движения составляющая скорости \vec{v}_1 не изменяется ни по модулю, ни по направлению. Наоборот, составляющая скорости \vec{v}_2 под действием силы Лоренца непрерывно изменяет свое направление, так как сила \vec{F}_L , расположенная в плоскости, перпендикулярной линиям индукции, сообщает электрону нормальное ускорение. Таким образом, электрон участвует в двух движениях: равномерном и прямолинейном со скоростью v_1 параллельно линиям индукции и криволинейном с постоянной

по модулю скоростью v_2 в плоскости, перпендикулярной линиям индукции. В результате одновременного участия в движениях по прямой и по окружности электрон будет двигаться по винтовой линии.

Составляющие скорости v , как видно из рис. 3.1, находятся как:

$$v_1 = v \cdot \cos \alpha, \quad v_2 = v \cdot \sin \alpha.$$

Учитывая, что вектор скорости \vec{v}_2 перпендикулярен вектору магнитной индукции \vec{B} и $v_2 = v \cdot \sin \alpha$, нормальное ускорение, сообщенное электрону силой Лоренца, рассчитаем по формуле

$$a_n = \frac{v_2^2}{R} = \frac{v^2 \sin^2 \alpha}{R},$$

где R – радиус кривизны траектории.

С учетом этих выражений, второй закон Ньютона для движущегося электрона

$$m_e a_n = F_{\text{л}}$$

примет вид

$$\frac{m_e v^2 \sin^2 \alpha}{R} = e v B \sin \alpha.$$

Отсюда радиус винтовой линии, по которой движется электрон

$$R = \frac{m_e v \cdot \sin \alpha}{e B}.$$

Шаг винтовой линии определим как смещение по горизонтали, происходящее со скоростью v_1 за время T одного оборота:

$$h = v_1 T = v \cos \alpha \cdot T.$$

За время одного оборота электрон проходит один полный круг (со скоростью v_2), а поскольку длина окружности равна $2\pi R$, время одного оборота будет равно

$$T = \frac{2\pi R}{v_2} = \frac{2\pi R}{v \sin \alpha} = \frac{2\pi m_e}{eB}.$$

Следовательно, шаг винтовой линии

$$h = \frac{v \cos \alpha \cdot 2\pi m_e}{eB}.$$

После подстановки соответствующих численных значений, получим:

$$R = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 0,19 \text{ мм}; \quad h = 20,6 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 2,06 \text{ мм}.$$

Задача 3-2. Найдите кинетическую энергию протона, движущегося по дуге окружности радиусом $R = 60$ см в магнитном поле с индукцией $B = 1$ Тл. Выразите ее в электрон-вольтах (эВ).

Решение. Радиус траектории протона, являющегося элементарной частицей с известной массой $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг и зарядом $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, зависит от величины магнитного поля и от скорости протона:

$$R = \frac{m_p v}{q_p B}.$$

Отсюда скорость движущегося протона

$$v = \frac{R q_p B}{m_p}.$$

Следовательно, его кинетическая энергия

$$E_k = \frac{m_p v^2}{2} = \frac{m_p R^2 q_p^2 B^2}{2m_p^2} = 0,276 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}.$$

С учетом того, что $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$, кинетическая энергия в электрон-вольтах составит

$$E_k = 0,276 \cdot 10^{-11} \text{ Дж} = 17,2 \text{ МэВ}.$$

Задача 3-3. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 6$ кВ, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 13$ мТл под углом $\alpha = 30^\circ$ к направлению поля. Найдите радиус R и шаг h винтовой траектории.

Решение. Пройдя ускоряющую разность потенциалов $\Delta\phi = U$, электрон, имеющий нулевую начальную скорость, приобретает кинетическую энергию, которую рассчитаем, приравняв изменение кинетической энергии $\Delta E_k = E_k$ работе $A = e \cdot \Delta\phi = eU$ сил электрического поля:

$$\frac{mv^2}{2} = eU.$$

Из полученного соотношения определим скорость электрона, как

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}.$$

Рассчитанное значение скорости электрона позволяет по известным формулам (см. задачу 3-1) найти радиус R и шаг h его винтовой траектории:

$$R = \frac{\sin \alpha}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}} = \frac{0,5}{0,013} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,01 \text{ м},$$

$$h = \frac{2\pi \cos \alpha}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,87}{0,013 \text{ Тл}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 6 \cdot 10^3 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19}}} = 0,11 \text{ м}.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 3.1. Что является источником магнитного поля?
- 3.2. Какая физическая величина является основной характеристикой магнитного поля?
- 3.3. Создается ли магнитное поле неподвижными зарядами?
- 3.4. Действует ли магнитное поле на неподвижные электрические заряды?
- 3.5. Как находится сила, действующая на заряд, движущийся в магнитном поле?
- 3.6. Есть ли принципиальное отличие между силой Ампера и силой Лоренца?

3.7. Как можно найти направление силы Лоренца, действующей на положительные заряды?

3.8. Как можно найти направление силы Лоренца, действующей на отрицательные заряды?

3.9. Как рассчитывается результирующая сила, действующая на заряд со стороны электрического и магнитного полей?

3.10. Всегда ли действует магнитное поле на движущийся электрический заряд?

3.11. Почему с помощью магнитного поля не может быть изменена энергия заряженной частицы?

3.12. Как рассчитываются параметры частицы, движущейся перпендикулярно магнитному полю?

3.13. Как рассчитываются параметры частицы, движущейся под углом к магнитному полю?

3.14. В чем заключается эффект Холла?

3.15. Какие величины могут быть найдены с помощью эффекта Холла?

3.16. Протон влетел в магнитное поле перпендикулярно линиям напряженности и описал дугу радиусом $R = 10$ см. Определите скорость протона, если напряженность магнитного поля $I = 10$ А/м.

3.17. Определите частоту обращения электрона по круговой орбите в магнитном поле напряженностью $I = 10$ А/м.

3.18. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Определите силу F , действующую на электрон со стороны поля, если радиус кривизны траектории равен $R = 0,5$ см.

3.19. Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности радиусом $R = 3$ см со скоростью $v = 10$ м/с. Индукция магнитного поля $B = 0,3$ Тл. Найдите заряд частицы, если известно, что ее энергия равна $E_k = 12$ кэВ.

3.20. Электрон движется в магнитном поле с индукцией $B = 0,02$ Тл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определите кинетическую энергию E_k электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

3.21. Электрон, обладающий скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 4$ мм от него. Какая сила действует на электрон, если по проводу пустить ток $I = 15$ А?

3.22. Заряженная частица с кинетической энергией $E_k = 1$ кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 1$ мм. Найдите силу F , действующую на частицу со стороны поля.

3.23. Кинетическая энергия α -частицы равна $E_k = 500$ МэВ. Частица движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом $R = 80$ см. Определите магнитную индукцию B поля.

3.24. Электрон с энергией $E = 300$ эВ движется перпендикулярно линиям индукции магнитного поля напряженностью $H = 465$ А/м. Определите силу Лоренца, скорость и радиус траектории электрона.

3.25. Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2 \cdot 10^6$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,52$ Тл. Найдите отношение q/m заряда частицы к ее массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом $R = 4$ см, и определите по нему, какая это частица.

3.26. Протон с кинетической энергией $E_k = 1$ МэВ влетел в однородное магнитное поле $B = 1$ Тл перпендикулярно линиям индукции. Какова должна быть минимальная протяженность l поля в направлении, по которому летел протон, когда он находился вне поля, чтобы оно изменило направление движения протона на противоположное?

3.27. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $\Delta U = 1$ кВ, влетает в однородное магнитное поле, направление которого перпендикулярно к направлению его движения. Индукция магнитного поля $B = 1,19$ мТл. Найдите радиус окружности, по которой движется электрон, период обращения и момент импульса электрона.

3.28. Электрон движется в однородном магнитном поле по круговой орбите радиусом $R = 6 \cdot 10^{-4}$ м. Значение импульса электрона равно $p = 4,8 \cdot 10^{-24}$ кг·м/с. Чему равна индукция B магнитного поля?

3.29. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $\Delta U = 300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 4$ мм от него. Какая сила действует на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5$ А?

3.30. Поток альфа-частиц (ядер атома гелия), ускоренный разностью потенциалов $\Delta U = 1$ МВ, влетает в однородное магнитное поле напряженностью $E = 1200$ А/м. Скорость каждой частицы направлена перпендикулярно к направлению магнитного поля. Найдите действующую на каждую частицу силу.

3.31. Протон и электрон влетают в однородное магнитное поле с одинаковой скоростью. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

3.32. Протон и электрон, ускоренные одинаковой разностью потенциалов, влетают в однородное магнитное поле. Во сколько раз радиус кривизны траектории протона больше радиуса кривизны траектории электрона?

3.33. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Вычислите радиус R окружности.

3.34. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов $U = 600$ В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$ Тл и начал двигаться по окружности. Через какое время его направление скорости изменится на противоположное?

3.35. Заряженная частица, прошедшая ускоряющую разность потенциалов $U = 2$ кВ, движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15,1$ мТл по окружности радиусом $R = 1$ см. Определите отношение заряда частицы $|e|$ к ее массе m и скорость v частицы.

3.36. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый ион начал двигаться по окружности радиусом $R_1 = 5$ см, второй ион – по окружности радиусом $R_2 = 2,5$ см. Найдите отношение m_1/m_2 масс ионов, если они прошли одинаковую разность потенциалов.

3.37. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 100$ мкТл движется электрон по винтовой линии. Определите скорость электрона, если шаг винтовой линии равен $h = 20$ см, а радиус $R = 5$ см.

3.38. Электрон в однородном магнитном поле движется по винтовой линии радиусом $R = 5$ см и шагом $h = 20$ см. Определите скорость электрона, если индукция магнитного поля $B = 10$ Тл.

3.39. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 2$ Тл движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом $R = 10$ см и шагом $h = 60$ см. Определите кинетическую энергию E_k протона.

3.40. Вычислите скорость v и кинетическую энергию E_k α -частиц, выходящих из циклотрона, если, подходя к выходному окну, ионы движутся по окружности радиусом $R = 50$ см. Индукция B магнитного поля циклотрона равна $1,7$ Тл.

3.41. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,1$ Тл включено электрическое поле напряженностью $E = 100$ кВ/м. Перпендикулярно обоим полям движется, не отклоняясь от прямолинейной траектории, заряженная частица. Вычислите скорость v частицы.

3.42. Перпендикулярно магнитному полю с индукцией $B = 0,08$ Тл включено электрическое поле напряженностью $E = 50$ кВ/м. Не отклоняясь от прямолинейной траектории перпендикулярно обоим полям движется протон. Вычислите кинетическую энергию протона и его импульс.

3.43. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104$ В и влетела в расположенные под прямым углом электрическое ($E = 10$ кВ/м) и магнитное ($B = 0,1$ Тл) поля. Найдите отношение заряда частицы q к ее массе m , если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не отклоняется от прямолинейной траектории.

3.44. Электрон влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 0,01$ Тл со скоростью $v = 1000$ км/с перпендикулярно линиям индукции. Какой путь он пройдет к тому моменту, когда вектор его скорости изменит направление на противоположное?

3.45. Электрон влетает в область однородного магнитного поля с индукцией $B = 0,01$ Тл со скоростью $v = 1000$ км/с перпендикулярно линиям индукции. Какой путь он пройдет к тому моменту, когда вектор его скорости повернется на 90° ?

3.46. Через сечение $S = ab$ медной ленты толщиной $a = 0,5$ мм и высотой $b = 10$ мм пропускается ток $I = 20$ А. При помещении ленты в магнитное поле, перпендикулярное ребру b и направлению тока, возникает поперечная разность потенциалов $U = 3,1$ мкВ. Индукция магнитного поля $B = 1$ Тл. Найдите концентрацию электронов проводимости в меди и их скорость при этих условиях.

3.47. Через сечение $S = ab$ алюминиевой пластинки толщиной $a = 0,1$ мм и высотой b пропускается ток $I = 5$ А. При помещении ленты в магнитное поле $B = 0,5$ Тл, перпендикулярное ребру b и направлению тока, возникает поперечная разность потенциалов U . Найдите эту разность потенциалов. Концентрацию электронов проводимости считать равной концентрации атомов.

Практическое занятие № 4

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ В ВЕЩЕСТВЕ

Цель занятия

Знакомство с процессами, происходящими при внесении магнетиков в электрическое поле, и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Движение электрона в атоме подчиняется квантовым законам. Тем не менее, для объяснения некоторых процессов, происходящих при внесении веществ в магнитное поле, с успехом могут быть использованы классические представления о строении атомов. Согласно этим представлениям, электроны в атоме движутся по стационарным замкнутым траекториям – орбитам, поэтому каждый атом или молекулу можно рассматривать как совокупность электронных микротоков. Вследствие этого даже в отсутствие внешнего магнитного поля атомы обладают магнитным моментом, связанным с орбитальным движением электронов, т. е. ведут себя как магнитные диполи.

Электрон, движущийся со скоростью \vec{v} по одной из таких орбит радиусом r , эквивалентен круговому контуру с током и может быть охарактеризован орбитальным магнитным моментом электрона:

$$p_{ml} = IS = I\pi r^2.$$

Вектор \vec{p}_{ml} направлен перпендикулярно плоскости орбиты в соответствии с правилом правого винта по отношению к току. Поскольку за время обращения электрона T вокруг ядра переносится в единицу времени заряд $q = -e$, сила тока может быть рассчитана, как

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r}.$$

Итак, движением электрона как заряженной частицы определяется орбитальный магнитный момент p_{ml} , а его механическим движением по орбите – орбитальный механический момент импульса L_l :

$$p_{ml} = \frac{e\hbar r}{2}, \quad L_l = m\omega r.$$

Так как электрон несет отрицательный заряд, эти моменты направлены в противоположные стороны.

Отношение орбитальных магнитного и механического моментов определяется только универсальными постоянными и поэтому одинаково для всех орбит:

$$\frac{p_{ml}}{L_l} = -\frac{e}{2m} = -g_l \frac{e}{2m},$$

причем для орбитального движения $g_l = 1$. Пропорциональность магнитного и механического моментов лежит в основе так называемых магнито-механических явлений, заключающихся в том, что намагничение магнетика приводит к его вращению и, наоборот, вращение магнетика вызывает его намагничение.

Наряду с орбитальными магнитным \vec{p}_{ml} и механическим моментом \vec{L}_l электроны обладают также собственными (спиновыми) моментами \vec{p}_{ms} и \vec{L}_s , для которых $g_s = 2$:

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m} = -g_s \frac{e}{2m}.$$

Общий магнитный момент атома \vec{p}_m равен векторной сумме орбитальных и спиновых магнитных моментов входящих в атом электронов. В зависимости от величины суммарного магнитного дипольного момента и особенностей атомного строения все вещества по магнитным свойствам подразделяются на три группы: диамагнетики, парамагнетики и ферромагнетики.

Намагниченность магнетика \vec{J} характеризуют магнитным моментом единицы объема образца, равным векторной сумме магнитных моментов всех находящихся там молекул:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum \vec{p}_m.$$

Намагничивание магнетика появляется при внесении образца во внешнее магнитное поле \vec{B}_0 . Однако, поле \vec{B} внутри магнетика

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'$$

отличается от поля \vec{B}_0 из-за появления дополнительного поля \vec{B}' , создаваемого внутренними молекулярными микротоками. Намагничивание вещества обуславливается именно суммарным действием обоих полей. Для устранения зависимости от внутренних микротоков наряду с магнитной индукцией \vec{B} вводится вспомогательная величина – вектор напряженности магнитного поля, определяемый соотношением

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Напряженность магнитного поля \vec{H} определяется внешними условиями и не зависит от вида магнетика. Закон полного тока для вектора \vec{H} имеет простой вид и не содержит микроскопических токов:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I_{\text{макро}}.$$

Циркуляция вектора напряженности магнитного поля вдоль произвольного замкнутого контура определяется алгебраической суммой макроскопических токов, охватываемых этим контуром.

Опыт показывает, что для большинства веществ намагниченность пропорциональна приложенному полю:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ – характерная для каждого магнетика величина, называемая магнитной восприимчивостью. Поскольку размерность H совпадает с размерностью J (А/м), магнитная восприимчивость χ – безразмерная величина. С учетом последнего соотношения имеем:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0(1 + \chi)} = \frac{\vec{B}}{\mu_0\mu}, \quad \vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}.$$

Безразмерная величина $\mu = 1 + \chi$ называется относительной магнитной проницаемостью вещества. Поскольку восприимчивость χ может быть как положительной, так и отрицательной, то магнитная проницаемость μ

может быть как больше, так и меньше единицы. Относительная магнитная проницаемость μ показывает, во сколько раз усиливается (или ослабевает) поле в магнетике по сравнению с полем в вакууме.

В диамагнетиках собственное магнитное поле \vec{B}' , индуцируемое внешним полем \vec{B}_0 , направлено противоположно внешнему полю. Поэтому результирующее поле в диамагнетике ослабляется. Это означает, что восприимчивость диамагнетиков $\chi < 0$, т. е. магнитная проницаемость $\mu < 1$.

Магнитная восприимчивость парамагнетиков невелика и положительна. Поэтому относительная магнитная проницаемость $\mu > 1$. Диамагнитный и парамагнитный эффекты достаточно слабы. Для парамагнетиков и диамагнетиков $|\chi| \sim 10^{-5} - 10^{-3}$, и поэтому можно считать $\mu \approx 1$.

Особый класс магнетиков образуют вещества, способные обладать спонтанной намагниченностью в отсутствие внешнего магнитного поля. Магнитная восприимчивость ферромагнетиков положительна и весьма велика. Ее значения могут достигать до 10^5 . Существенной особенностью ферромагнетиков является наличие зависимости относительной магнитной проницаемости μ от величины напряженности H приложенного магнитного поля. Вначале μ быстро растет, достигает максимального значения, а затем убывает. Особые свойства ферромагнетиков объясняются наличием в них малых областей, обладающих однородной самопроизвольной намагниченностью. Такие области называются доменами. Линейные размеры доменов колеблются от 10^{-2} до 10^{-3} см. Внешнее магнитное поле в ферромагнетике ориентирует моменты не отдельных частиц, а целых областей – доменов. Это приводит к появлению магнитного гистерезиса, т. е. к зависимости вектора намагниченности \vec{J} и вектора магнитной индукции \vec{B} в веществе не только от напряженности \vec{H} приложенного внешнего поля, но и от предыстории образца.

Следует помнить, что магнитная проницаемость вещества μ у ферромагнетиков не является константой, а зависит от величины напряженности поля (рис. Б.1, прил. Б). Поэтому для определения B в ферромагнетике надо знать либо зависимость $\mu(H)$, либо зависимость $B(H)$.

Возможные зависимости индукции B от напряженности H магнитного поля для некоторых видов ферромагнитных материалов приведены на рис. Б.1 (прил. Б). Знание хода петли гистерезиса и ее характерных точек является важным в технических приложениях ферромагнетизма. Особое внимание следует уделить доменной структуре ферромагнетиков и объяснению петли гистерезиса с точки зрения доменной теории.

Примеры решения типовых задач

Задача 4-1. Обмотка тонкой тороидальной катушки с железным сердечником содержит $N = 800$ витков. Средний радиус тороида равен $R = 15$ см. Определите напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при двух значениях силы тока в обмотке: а) $I_1 = 0,6$ А; б) $I_2 = 1,8$ А.

Решение. При протекании тока по обмотке соленоида в железном сердечнике тороида возникнет магнитное поле, замкнутые линии индукции и напряженности которого имеют форму окружностей, концентричных самому тору. Магнитная индукция этого поля создается как макротоками, текущими по обмотке, так и микротоками, возникающими в материале сердечника. При нахождении магнитного поля в веществе удобнее сначала искать напряженность магнитного поля, поскольку ее величина не только не зависит от материала сердечника, но и в отсутствие сердечника будет такой же, как и с сердечником. Для нахождения напряженности магнитного поля внутри тороида можно применить закон полного тока для магнитного поля в веществе:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum I,$$

где $\sum I = NI$ – алгебраическая сумма макротоков, сцепленных с контуром интегрирования L . Контур L выбирается совпадающим с одной из линий напряженности, например со средней линией тороида. Так как тор тонкий, то можно приближенно считать, что в любом его поперечном сечении и во всех точках внутри тора $H = \text{const}$. В этом случае закон полного тока для магнитного поля в веществе запишем в виде

$$H 2\pi R = NI,$$

а значит, для нахождения напряженности магнитного поля внутри тороида можно воспользоваться соотношением

$$H = \frac{NI}{2\pi R}.$$

После подстановки соответствующих численных значений получим:

а) при $I = I_1 = 0,2$ А:

$$H_1 = \frac{NI_1}{2\pi R} = 1019 \text{ А/м};$$

б) при $I = I_2 = 0,6$ А:

$$H_2 = \frac{NI_2}{2\pi R} = 3057 \text{ А/м}.$$

Индукцию магнитного поля внутри тороида найдем по основной кривой намагничивания железа (рис. Б.1, прил. Б):

а) при $H = H_1$: $B_1 = 1,3$ Тл;

б) при $H = H_2$: $B_2 = 1,7$ Тл.

Следует отметить, что для железа и других ферромагнетиков расчетной формулы для определения индукции магнитного поля в сердечнике не существует, поскольку соотношение $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$, обычно применяемое для неферромагнитных сред, в данном случае не может быть использовано из-за нелинейной зависимости относительной магнитной проницаемости μ от величины приложенного поля. Тем не менее, из этого соотношения определим μ в соответствии с указанными рабочими режимами:

$$\mu_1 = \frac{B_1}{\mu_0 H_1} = 1016; \quad \mu_2 = \frac{B_2}{\mu_0 H_2} = 443.$$

Намагниченность сердечника

$$\vec{J} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H}.$$

Численный расчет даст следующие величины намагниченности сердечника:

$$J_1 = \frac{B_1}{\mu_0} - H_1 = 1,03 \cdot 10^6 \text{ А/м},$$

$$J_2 = \frac{B_2}{\mu_0} - H_2 = 1,35 \cdot 10^6 \text{ А/м}.$$

Следует отметить, что в отличие от напряженности поля, которая прямо пропорциональна силе тока в обмотке, индукция магнитного поля внутри железного сердечника и его намагниченность току не пропорциональны.

Задача 4-2. В железном сердечнике соленоида, содержащего 10 витков на 1 см длины, индукция магнитного поля равна 1,3 Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определите, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы магнитная индукция в сердечнике осталась неизменной.

Решение. Ток I , текущий по обмотке соленоида, создает внутри соленоида магнитное поле, напряженность которого $H = In$ не зависит от материала сердечника, а зависит только от величины тока I , протекающего по обмотке, и такого параметра обмотки, как число витков n на единицу длины, в данном случае равного $n = 10 \text{ см}^{-1} = 1000 \text{ м}^{-1}$.

С другой стороны, существует еще одна характеристика магнитного поля – индукция магнитного поля. Она связана с напряженностью магнитного поля соотношением

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}.$$

Однако для ферромагнетиков, к которым относятся и железо, и сталь, это соотношение использовать не очень удобно, поскольку относительная магнитная проницаемость μ зависит от величины напряженности поля. В случае ферромагнетиков для нахождения связи между B и H чаще используют основную кривую намагничивания железа (рис. Б.1, прил. Б). Воспользовавшись данным графиком установим, что магнитной индукции $B = 1,3 \text{ Тл}$ в железе соответствует напряженность магнитного поля $H = 1000 \text{ А/м}$. Для создания такого поля необходим ток

$$I = H/n = 1 \text{ А}.$$

Из этого же графика видно, что для того, чтобы создать такую же индукцию магнитного поля $B = 1,3 \text{ Тл}$ в стали, необходимо создать магнитное поле с другой напряженностью $H_c = 2000 \text{ А/м}$. Это поле должно быть создано другим током, а именно $I_c = H_c/n = 2 \text{ А}$. Соответственно, для того чтобы индукция магнитного поля в сердечнике осталась неизменной, увеличим силу тока в обмотке соленоида в 2 раза, поскольку

$$I_c/I = 2.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 4.1. Как определяются орбитальный магнитный и механический моменты электрона?
- 4.2. Как определяются спиновые магнитный и механический моменты электрона?
- 4.3. Что такое гиромагнитное отношение и чему оно может быть равно?
- 4.4. Из чего складывается магнитный момент атома?
- 4.5. В чем заключаются магнитомеханические явления?
- 4.6. Как определяется намагниченность вещества?
- 4.7. Как формулируется закон полного тока для магнитного поля в веществе?
- 4.8. Что такое магнитная восприимчивость вещества?
- 4.9. Как определяется относительная магнитная проницаемость вещества?
- 4.10. Какие вещества называются диамагнетиками? У каких атомов наблюдается диамагнитный эффект?
- 4.11. Какие вещества называются парамагнетиками?
- 4.12. Что происходит с веществом, помещенным в магнитное поле? В чем различие диамагнитного и парамагнитного эффектов?
- 4.13. В чем состоит отличительная особенность ферромагнетиков? Что такое домены?
- 4.14. Какой вид имеет петля гистерезиса?
- 4.15. Что такое остаточная намагниченность и коэрцитивная сила?
- 4.16. В стальном сердечнике соленоида, содержащего $n = 10$ витков/см, индукция равна $B = 1,0$ Тл. Стальной сердечник заменили железным. Определите, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция магнитного поля в сердечнике осталась неизменной.
- 4.17. Диаметр железного кольца по средней линии $d = 15$ см, его площадь сечения $S = 7$ см². На кольцо навито $N = 500$ витков провода. Определите силу тока I , который должен течь по проводу, чтобы магнитный поток в кольце был равен $\Phi = 8,4 \cdot 10^{-4}$ Вб.
- 4.18. Железный сердечник находится в однородном магнитном поле напряженностью $H = 1$ кА/м. Определите индукцию B магнитного поля в сердечнике и магнитную проницаемость μ железа.

4.19. На железное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр кольца $d = 25$ см. Определите магнитную индукцию B в железе и магнитную проницаемость μ железа, если сила тока I в обмотке равна: а) $I_1 = 0,5$ А; 2) $I_2 = 2,5$ А.

4.20. Замкнутый соленоид со стальным сердечником на каждый сантиметр длины имеет $n = 10$ витков. По соленоиду течет ток силой $I = 2$ А. Вычислите магнитный поток Φ в сердечнике, если его сечение $S = 4$ см².

4.21. Соленоид намотан на чугунное кольцо сечением $S = 5$ см². При силе тока $I = 1$ А магнитный поток $\Phi = 250$ мкВб. Определите число витков n , приходящихся на единицу длины средней линии кольца.

4.22. В железном сердечнике соленоида индукция $B = 1,3$ Тл. Железный сердечник заменили стальным. Определите, во сколько раз следует изменить силу тока в обмотке соленоида, чтобы индукция в сердечнике осталась неизменной.

4.23. В соленоид длиной $l = 0,2$ м, имеющий $N = 300$ витков, введен железный сердечник. По соленоиду течет ток $I = 1$ А. Найдите индукцию магнитного поля H и намагниченность J железа внутри соленоида.

4.24. Железный сердечник длиной $l = 20$ см ($d \ll l$) содержит $N = 200$ витков. Определите магнитную проницаемость μ железа, если ток $I = 0,4$ А.

4.25. На железное кольцо намотаны в один слой $N = 200$ витков. Определите энергию индукцию магнитного поля внутри сердечника, если при токе силой $I = 2,5$ А магнитный поток Φ в железе равен $0,5$ мВб.

4.26. На железное кольцо намотано в один слой $N = 400$ витков провода. Средний диаметр кольца $d = 20$ см. Определите намагниченность J железа и его магнитную проницаемость μ , если ток в обмотке $I = 2,2$ А.

4.27. На стальное кольцо намотано в один слой $N = 500$ витков провода. Средний диаметр кольца $d = 25$ см. Определите намагниченность J железа и его магнитную проницаемость μ , если сила тока I в обмотке $I = 2,5$ А

4.28. Обмотка соленоида длиной $l = 15$ см с железным сердечником содержит $N = 600$ витков. Определите напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при силе тока в обмотке $I = 1,2$ А.

4.29. Обмотка соленоида со стальным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина соленоида $l = 15$ см. Определите напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при силе тока в обмотке $I = 1,2$ А.

4.30. Обмотка соленоида с чугунным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина соленоида $l = 15$ см. Определите напряженность поля H и магнитную индукцию B внутри сердечника, относительную магнитную проницаемость μ железа и намагниченность J сердечника при силе тока в обмотке $I = 1,2$ А.

4.34. Соленоид имеет железный сердечник длиной $l_1 = 1$ м и площадью поперечного сечения $S = 25$ см². Длина воздушного зазора $l_2 = 1$ см. Сколько ампер-витков потребуется для создания магнитного потока $\Phi = 1,4$ мВб, если магнитная проницаемость материала сердечника $\mu_1 = 800$? Зависимость B от H для железа неизвестна.

4.35. Длина железного сердечника соленоида $l_1 = 2,5$ м, длина воздушного зазора $l_2 = 1$ см. Число витков в обмотке $N = 1000$. При токе $I = 20$ А индукция магнитного поля в воздушном зазоре $B = 1,6$ Тл. Найдите магнитную проницаемость μ_1 железного сердечника при этих условиях. Зависимость B от H для железа неизвестна.

Практическое занятие № 5

ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Цель занятия

Знакомство с явлением электромагнитной индукции, возникновением электромагнитных полей и формированием навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

В замкнутом контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает индуцированное электрическое поле, энергетической характеристикой которого служит ЭДС электромагнитной индукции \mathcal{E}_i , что влечет за собой появление индукционного тока, зависящего еще и от сопротивления контура.

Согласно закону Фарадея ЭДС электромагнитной индукции в замкнутом контуре численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока, проходящего сквозь поверхность, натянутую на контур:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Направление индукционного тока находится по правилу Ленца: при всяком изменении магнитного потока Φ , проходящего сквозь поверхность, натянутую на замкнутый контур, в последнем возникает индукционный ток такого направления, что создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока. При этом несущественно, чем именно вызвано изменение магнитного потока – деформацией контура, его перемещением в магнитном поле или изменением самого поля с течением времени. Универсальность закона состоит в том, что величина генерируемой ЭДС не зависит от способа изменения магнитного потока, а определяется только скоростью его изменения.

Когда закон изменения $\Phi(t)$ неизвестен, для расчета средней ЭДС индукции можно воспользоваться соотношением

$$\mathcal{E}_{\text{ср}i} \approx -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Если рассмотреть не один виток, а катушку с N витками, то суммарная ЭДС, индуцируемая в контуре, будет определяться всем магнитным потоком, сцепленным с этой катушкой, а значит:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad \Psi = \sum_{i=1}^N \Phi,$$

где Ψ – полный магнитный поток, называемый также потокосцеплением. Если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков, то

$$\Psi = N\Phi.$$

Итак, возникновение ЭДС электромагнитной индукции является следствием появления в окружающем пространстве вихревого электрического поля, генерируемого переменным магнитным полем.

Количество электричества, прошедшего через поперечное сечение проводника при возникновении в нем индукционного тока:

$$dq = -\frac{1}{R}\Phi.$$

Для расчета ЭДС, возникающей на концах проводника, движущегося со скоростью \vec{v} в магнитном поле \vec{B} , можно воспользоваться соотношением

$$\mathcal{E} = \int_1^2 [\vec{v}\vec{B}] d\vec{l}.$$

Если магнитное поле однородно, то скорость проводника постоянна:

$$\mathcal{E}_i = Bv\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

Явление электромагнитной индукции используется для преобразования механической энергии в энергию электромагнитного тока. Принцип действия генераторов электрического тока основан на возникновении переменной ЭДС в контуре, вращающемся в однородном магнитном поле. В этом случае изменение магнитного потока $\Phi = BS \cos \alpha$ сквозь контур, состоящий из одного витка площадью S , обуславливается изменением угла α между вектором \vec{B} и вращающейся вместе с контуром нормалью \vec{n} . При равномерном вращении контура с угловой скоростью $\omega = \text{const}$, угол поворота α зависит от времени: $\alpha = \omega t$. Следовательно, равномерное вращение контура приводит к появлению в нем переменной ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t,$$

также изменяющейся по гармоническому закону. Если вращать не один, а несколько витков, соединенных последовательно, генерируемая ЭДС будет пропорциональна полному числу витков.

Процесс превращения механической энергии в электрическую обратим. Если по рамке, помещенной в магнитное поле, пропускать электрический ток, то на нее будет действовать вращающий момент

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \cdot \vec{B}]$$

и рамка будет вращаться. На этом принципе основана работа электродвигателей, предназначенных для превращения электрической энергии в механическую энергию.

Примеры решения типовых задач

Задача 5-1. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,12$ Тл вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 25 \text{ с}^{-1}$ квадратная рамка со стороной $l = 10$ см, содержащая $N = 100$ витков. Ось вращения перпендикулярна линиям индукции и совпадает с одной из сторон рамки. Определите максимальные значения магнитного потока, пронизывающего рамку, и ЭДС индукции, возникающей в ней.

Решение. При вращении рамки в однородном магнитном поле непрерывно изменяется угол между вектором индукции \vec{B} и нормалью \vec{n} к плоскости рамки, следовательно, изменяется и магнитный поток, пронизывающий рамку. Это значит, что в рамке возникает ЭДС индукции

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt},$$

где N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ , а $\Psi = N\Phi$ – полный магнитный поток или потокосцепление.

Угловая скорость вращения рамки постоянна, следовательно, угол α между индукцией магнитного поля и нормалью к рамке изменяется со временем по линейному закону. Если принять, что в начальный момент плоскость рамки нормальна к линиям индукции, и положительное направление нормали \vec{n} совпадает с вектором \vec{B} , то в любой момент времени t величина этого угла изменяется по закону $\alpha = \omega t$. Так как магнитное поле однородно, то магнитный поток, пронизывающий рамку, содержащую N витков, найдем как

$$\Psi = N\Phi = NBS \cos \alpha.$$

Учитывая, что площадь рамки равна $S = l^2$, а угол α зависит от времени по указанному закону, будем иметь

$$\Psi = NBl^2 \cos \omega t.$$

Из уравнения видно, что магнитный поток изменяется со временем по косинусоидальному закону. Поскольку максимальное значение косинуса любого угла равно ± 1 , максимальное значение магнитного потока определим из соотношения

$$\Psi = \pm NBl^2.$$

Подставив числовые значения, заданные условиями задачи, получим

$$\Psi = \pm 0,12 \text{ Вб}.$$

ЭДС индукции найдем по закону электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt},$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d}{dt}(NBl^2 \cos \omega t) = NBl^2 \omega \sin \omega t.$$

Из последнего соотношения видно, что ЭДС индукции также изменяется по периодическому (синусоидальному) закону. Однако в моменты времени, когда $\alpha = \omega t = m\pi$ ($m = 0, 1, 2, \dots$) и магнитный поток, пронизывающий рамку, имеет максимальное значение, ЭДС индукции обращается в нуль. Более того, при прохождении рамкой этого положения ЭДС индукции изменяет свой знак. И, наоборот, в моменты времени, когда

$$\alpha = \omega t = (2m + 1)\frac{\pi}{2},$$

ЭДС индукции имеет экстремальное значение, равное $\mathcal{E}_i = \pm NBl^2\omega$, а магнитный поток обращается в нуль и при прохождении рамкой этого положения изменяет знак.

Подставив соответствующие численные значения и проведя вычисления, для максимального значения ЭДС индукции получим

$$\mathcal{E}_i = \pm 3 \text{ В.}$$

Задача 5-2. Кольцо из проволоки сопротивлением $R = 0,002$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,8$ Тл. Плоскость кольца с линиями индукции составляет угол $\alpha = 90^\circ$. Определите количество электричества, которое протечет по кольцу, если его развернуть на угол $\beta = 180^\circ$. Площадь кольца $S = 15 \text{ см}^2$.

Решение. При повороте кольца из проволоки меняется пронизывающий его магнитный поток. Более того, разворот на угол $\beta = 180^\circ$ соответствует изменению магнитного потока на величину, равную удвоенной величине первоначального потока, пронизывающего рамку:

$$\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi = 2BS.$$

Здесь учтено, что однородное магнитное поле, направленное перпендикулярно плоскости кольца, создает магнитный поток $\Phi = BS$. Изменение магнитного потока сквозь любой проводящий контур возбуждает ЭДС индукции, в данном случае равную

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \approx \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2\Phi}{t},$$

и приводит к появлению индукционного тока $I = \mathcal{E}/R$.

С другой стороны, ток – это заряд Δq (количество электричества), протекающий через поперечное сечение проводника за время Δt :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Сопоставив приведенные соотношения, получим выражение

$$\frac{dq}{dt} = \frac{2\Phi}{R\Delta t} = \frac{2BS}{R\Delta t},$$

из которого

$$\Delta q = 2BS/R = 1,2 \text{ Кл.}$$

Задача 5-3. Найдите ЭДС индукции в соленоиде с железным сердечником, содержащем $N = 500$ витков, и имеющем поперечное сечение $S = 0,002 \text{ м}^2$, если известно, что за время $\Delta t = 0,025 \text{ с}$ напряженность магнитного поля равномерно убывает от $H_1 = 1000 \text{ А/м}$ до $H_2 = 500 \text{ А/м}$.

Решение. ЭДС индукции найдем исходя из закона электромагнитной индукции Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}.$$

Однако в данном случае дифференцирование выполнить невозможно, поскольку неизвестен закон изменения как магнитного потока Φ , так и индукции магнитного поля B со временем. Поэтому воспользуемся приближенным соотношением

$$\mathcal{E}_i = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Учитывая, что в соленоиде магнитное поле расположено перпендикулярно плоскости витков, магнитный поток может быть найден как $\Phi = BS$, и поэтому

$$\mathcal{E}_i = NS \frac{\Delta B}{\Delta t}.$$

Поскольку соленоид имеет ферромагнитный сердечник, для нахождения изменения индукции магнитного поля $\Delta B = B_2 - B_1$ воспользуемся графиком зависимости $B(H)$ (рис. Б.1, прил. Б). Из графика видно, что при $H_1 = 1000$ А/м, магнитная индукция равна $B_1 = 1,3$ Тл, а при $H_2 = 500$ А/м – $B_2 = 1,1$ Тл. Учитывая, что $\Delta B = -0,2$ Тл, для ЭДС индукции в соленоиде с железным сердечником будем иметь

$$\mathcal{E}_i = 20 \text{ В.}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 5.1. В чем заключается явление электромагнитной индукции?
- 5.2. Запишите закон электромагнитной индукции Фарадея.
- 5.3. Какое правило позволяет определить направление индукционного тока?
- 5.4. Какими способами можно изменить магнитный поток сквозь контур?
- 5.5. Всегда ли явление электромагнитной индукции сопровождается появлением индукционного тока?
- 5.6. В чем причина возникновения разности потенциалов на концах движущегося проводника?
- 5.7. Как рассчитывается ЭДС, возникающая на концах движущегося проводника?
- 5.8. Что такое потокосцепление (полный магнитный поток)?
- 5.9. Как рассчитывается полный магнитный поток?
- 5.10. Как находится потокосцепление, если поток, пронизывающий каждый из витков, одинаков?
- 5.11. В чем заключается принцип действия генератора переменного тока?
- 5.12. За счет чего изменяется магнитный поток в генераторах переменного тока?
- 5.13. Чем различаются явления электромагнитной индукции и самоиндукции?
- 5.14. Что происходит при размыкании и замыкании цепи?
- 5.15. Какими величинами определяется объемная плотность энергии магнитного поля?

5.16. Рамка площадью $S = 50$ см, содержащая $N = 100$ витков, равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,04$ Тл. Определите максимальную ЭДС индукции, если ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции, а рамка делает $\nu = 960$ об/мин.

5.17. Квадратная рамка со стороной $a = 0,2$ м помещена в однородное магнитное поле. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 30^\circ$. Определите индукцию магнитного поля, если среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 0,01$ с, равно $\mathcal{E}_i = 0,08$ В.

5.18. Прямой проводник длиной $l = 20$ см находится в однородном магнитном поле, индукция которого $B = 1$ Тл. Концы проводника замкнуты проводом, находящимся вне поля. Сопротивление всей цепи $R = 0,1$ Ом. Определите силу, которую нужно приложить к проводнику, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью $v = 2,5$ м/сек.

5.19. На соленоид длиной $l = 20$ см и площадью поперечного сечения $S = 30$ см² надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3$ А. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 1$ мс.

5.20. Найдите ЭДС индукции в соленоиде, содержащем $N = 500$ витков, если известно, что за время $\Delta t = 0,002$ с магнитный поток равномерно убывает от $\Phi_1 = 12$ до $\Phi_2 = 8$ мВб.

5.21. На соленоид длиной $l = 144$ см и диаметром $d = 5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2$ А. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя ЭДС индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 2$ мс?

5.22. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, вращается катушка, состоящая из $N = 200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T = 0,2$ с; площадь поперечного сечения $S = 4$ см². Найдите максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке.

5.23. В однородном магнитном поле, напряженностью $H = 2000$ А/м равномерно с частотой $\nu = 10$ с⁻¹ вращается стержень длиной $l = 20$ см так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям индукции, а ось вращения проходит через один из его концов. Определите индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

5.24. Рамка, содержащая $N = 1500$ витков площадью $S = 50 \text{ см}^2$, равномерно вращается в магнитном поле с напряженностью $H = 810 \text{ А/м}$, делая $\nu = 480$ об/мин. Ось вращения лежит в плоскости и перпендикулярна линиям индукции. Определите максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

5.25. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,05 \text{ Тл}$, вращается стержень длиной $l = 1 \text{ м}$ с угловой скоростью $\omega = 20 \text{ рад/с}$. Ось вращения проходит через конец стержня и параллельна магнитному полю. Найдите ЭДС индукции, возникающую на концах стержня.

5.26. Круговой проволочный виток площадью $S = 0,01 \text{ м}^2$ находится в однородном магнитном поле, индукция которого равна $B = 1 \text{ Тл}$. Плоскость витка перпендикулярна к направлению магнитного поля. Найдите среднюю ЭДС индукции, возникающую в витке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 10 \text{ мс}$.

5.27. Кольцо из проволоки сопротивлением $R = 0,001 \text{ Ом}$ находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,4 \text{ Тл}$. Плоскость кольца составляет угол $\alpha = 90^\circ$ с линиями индукции. Определите количество электричества, которое протечет по кольцу, если его выдернуть из поля. Площадь кольца $S = 10 \text{ см}^2$.

5.28. Проволочный виток радиусом $r = 4 \text{ см}$ и сопротивлением $R = 0,01 \text{ Ом}$ находится в однородном магнитном поле с напряженностью $H = 5000 \text{ А/м}$. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 30^\circ$ с линиями поля. Какое количество электричества протечет по витку, если магнитное поле выключить?

5.29. Рамка из провода сопротивлением $R = 0,01 \text{ Ом}$ равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,05 \text{ Тл}$. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Площадь рамки $S = 100 \text{ см}^2$. Определите, какое количество электричества протечет через рамку за время поворота ее на угол $\alpha = 30^\circ$ в случаях поворота: а) от 0° до 30° ; б) от 30° до 60° ; в) от 60° до 90° .

5.30. Катушка сопротивлением $R = 0,5 \text{ Ом}$ с индуктивностью $L = 4 \text{ мГн}$ параллельно соединена с проводником сопротивлением $R = 2,5 \text{ Ом}$, по которому течет постоянный ток силой $I = 0,1 \text{ А}$. Определите количество электричества, которое будет индуцировано в катушке при размыкании цепи.

5.31. В магнитном поле, индукция которого $B = 0,1 \text{ Тл}$, помещена квадратная рамка из медной проволоки. Площадь поперечного сечения проволоки $s = 1 \text{ мм}^2$, площадь рамки $S = 25 \text{ см}^2$. Нормаль к плоскости рамки параллельна магнитному полю. Какое количество электричества q пройдет по контуру рамки при исчезновении магнитного поля?

5.32. Скорость самолета с реактивным двигателем $v = 950$ км/ч. Найдите ЭДС индукции, возникающую на концах крыльев такого самолета, если вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли $H_B = 39,8$ А/м и размах крыльев самолета $l = 12,5$ м.

5.33. Стержень длиной $l = 0,5$ м вращается в однородном магнитном поле ($B = 0,1$ Тл) с постоянной угловой скоростью $\omega = 50$ с⁻¹ вокруг вертикальной оси. Определите ЭДС индукции, возникающую в стержне, если ось вращения проходит через конец стержня параллельно линиям магнитной индукции.

5.34. Квадратная рамка со стороной $a = 0,1$ м помещена в однородное магнитное поле. Нормаль к плоскости рамки составляет с направлением магнитного поля угол $\alpha = 60^\circ$. Определите индукцию магнитного поля, если среднее значение ЭДС индукции, возникающей в рамке при выключении поля в течение времени $\Delta t = 0,01$ с, равно $\mathcal{E}_i = 0,05$ В.

5.35. Прямой проводник длиной $l = 40$ см движется в однородном магнитном поле со скоростью $v = 5$ м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов на концах проводника $U = 0,6$ В. Найдите индукцию B магнитного поля.

5.36. За время $\Delta t = 5$ мс в соленоиде, содержащем $N = 500$ витков, магнитный поток равномерно убывает от $\Phi_1 = 7$ до $\Phi_2 = 3$ мВб. Найдите ЭДС индукции \mathcal{E}_i в соленоиде.

5.37. Медная рамка со стороной $a = 10$ см находится в однородном магнитном поле, индукция которого меняется от $B_1 = 0,1$ Тл до $B_2 = 0,05$ Тл за время $\Delta t = 5$ с. Найдите ЭДС индукции в рамке.

5.38. Медная рамка со стороной $a = 10$ см находится в однородном магнитном поле, напряженность которого меняется от $H_1 = 1000$ А/м до $H_2 = 2000$ А/м за время $\Delta t = 5$ с. Найдите ЭДС индукции в рамке.

5.39. Радиус медного витка $R = 10$ см, диаметр провода $d = 2$ мм, удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом · м. Найдите скорость изменения магнитной индукции $\Delta B / \Delta t$, если по кольцу течет ток $I = 5$ А.

5.40. На концах крыльев самолета с размахом $l = 20$ м, летящего со скоростью $v = 900$ км/ч, возникает ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = 0,06$ В. Определите вертикальную составляющую напряженности магнитного поля Земли.

5.41. В однородном магнитном поле с напряженностью $H = 8 \cdot 10^4$ А/м находится плоский виток площадью $S = 10^{-3}$ м². Виток располагается перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, сопротивление витка $R = 1$ Ом. Какой заряд протечет по витку, если поле исчезнет?

5.42. На полый соленоид длиной $l = 20$ см и площадью поперечного сечения $S = 30 \text{ см}^2$ надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 320$ витков, и по нему идет ток $I = 3$ А. Какая средняя ЭДС \mathcal{E}_i индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 5$ мс?

5.43. На соленоид длиной $l = 144$ см и диаметром $D = 5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2$ А. Соленоид имеет железный сердечник. Какая средняя ЭДС \mathcal{E}_i индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 2$ мс?

5.44. На соленоид длиной $l = 144$ см и диаметром $D = 5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2$ А. Соленоид имеет стальной сердечник. Какая средняя ЭДС \mathcal{E}_i индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 2$ мс?

5.45. На соленоид длиной $l = 144$ см и диаметром $D = 5$ см надет проволочный виток. Обмотка соленоида имеет $N = 2000$ витков, и по ней течет ток $I = 2$ А. Соленоид имеет чугунный сердечник. Какая средняя ЭДС \mathcal{E}_i индуцируется в надетом на соленоид витке, когда ток в соленоиде выключается в течение времени $\Delta t = 2$ мс?

Практическое занятие № 6

ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ И ВЗАИМНОЙ ИНДУКЦИИ. ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. ТРАНСФОРМАТОРЫ

Цель занятия

Знакомство с явлением самоиндукции и взаимной индукции, формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Самоиндукцией называют явление возникновения пропорционального току переменного магнитного потока $\Phi = LI$, вызывающего появление ЭДС индукции в самом проводнике, по которому идет изменяющийся ток.

Коэффициент пропорциональности L называется индуктивностью контура. Это статическая индуктивность. Она зависит только от геометрической формы контура, его размеров и магнитных свойств (μ) среды, в которой контур находится. В частности, для индуктивности длинного соленоида (тороида) с поперечным сечением S можно получить выражение

$$L = \mu_0 \mu n^2 S l = \mu_0 \mu n^2 V ,$$

где $n = N/l$ – число витков на единицу длины соленоида; V – его объем.

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре индуктивностью L , по которому течет ток I , можно рассчитать по формуле

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии однородного магнитного поля определяется соотношением

$$w = \frac{B^2}{2\mu_0\mu} = \frac{\mu_0\mu H^2}{2} = \frac{HB}{2}.$$

При прохождении по контуру изменяющегося тока магнитный поток самоиндукции изменяется, и в контуре наводится ЭДС самоиндукции. Если контур не деформируется и среда не меняет магнитных свойств, то $L = \text{const}$, и тогда закон Фарадея для ЭДС самоиндукции принимает вид:

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{dI}{dt}, \quad \mathcal{E}_S \approx -L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Таким образом, самоиндукция приводит к возникновению ЭДС индукции в проводящем контуре при изменении в нем силы тока. Знак «-», обусловленный правилом Ленца, показывает, что наличие индуктивности в контуре приводит к замедлению изменения тока в нем. При возрастании тока ток самоиндукции направлен ему навстречу, замедляя его возрастание. При убывании тока возникает индукционный ток того же направления и его убывание замедляется. Таким образом, наличие индуктивности у контура свидетельствует о его электрической инертности, которая проявляется в том, что любое изменение тока приводит к появлению противодействующих эффектов, пропорциональных индуктивности контура.

В частности, наличие индуктивности в цепи приводит к замедлению исчезновения тока при его выключении или к не мгновенному установлению тока при его включении. Убывание и нарастание тока в цепи задаются соотношениями:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{Rt}{L}\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad I = I_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right).$$

В этих формулах $\tau = L/R$ – время релаксации, т. е. время, за которое сила тока уменьшается в e раз. Уменьшение тока при его выключении или установление тока при его включении происходят тем быстрее, чем меньше индуктивность контура и больше его сопротивление.

Изменение магнитного потока и связанное с ним возникновение ЭДС может достигаться также изменением тока в соседнем контуре (явление взаимной индукции). При этом индуцируемые в связанных контурах ЭДС определяются соотношениями:

$$\mathcal{E}_1 = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}, \quad \mathcal{E}_2 = -L_{21} \frac{dI_1}{dt},$$

где $L_{12} = L_{21}$ – взаимные индуктивности контуров. Взаимная индуктивность двух соленоидов, пронизываемых общим магнитным потоком, равна

$$L = \mu_0 \mu n_1 n_2 S l.$$

Явление взаимной индукции лежит в основе работы трансформатора – прибора, предназначенного для повышения или понижения переменного напряжения сети. При протекании по первичной обмотке переменного тока определенной частоты в сердечнике трансформатора создается переменный магнитный поток Φ . Поскольку он практически полностью локализован в железном сердечнике, витки вторичной обмотки пронизываются этим же магнитным потоком. Колебания потока, возбуждаемые в первичной обмотке, вызывают во вторичной обмотке появление ЭДС взаимной индукции той же частоты, причем

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{N_1} \mathcal{E}_1.$$

Знак минус говорит о том, что ЭДС в первичной и вторичной обмотках противоположны по фазе. Поскольку потери энергии в современных трансформаторах малы, мощности тока в обеих обмотках трансформатора практически одинаковы и поэтому токи в обмотках обратно пропорциональны числу витков в этих обмотках:

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{I_2}{I_1}.$$

Коэффициент трансформации, показывающий, во сколько раз ЭДС во вторичной обмотке трансформатора больше или меньше, чем в первичной, определяется как

$$K = \frac{N_2}{N_1} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2}.$$

Если $K > 1$ – трансформатор повышающий, в противном случае – понижающий. Коэффициент полезного действия трансформатора находится по формуле

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2 U_2}{I_1 U_1}.$$

Примеры решения типовых задач

Задача 6-1. Имеется катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 2$ см. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S = 1 \text{ мм}^2$. Катушка включена в цепь

с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается, и катушка замыкается накоротко. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через $\Delta t = 0,0012$ с.

Решение. Известно, что в результате отключения источника тока (ЭДС) сила тока I убывает от начального значения I_0 по экспоненциальному закону:

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$

Здесь τ – время релаксации, т. е. время за которое сила тока уменьшается в e раз. Время релаксации, равное $\tau = L/R$, зависит от индуктивности цепи L и ее сопротивления R . Чем больше индуктивность L цепи и меньше ее сопротивление R , тем больше время релаксации, и, следовательно, тем медленнее уменьшается ток в цепи при ее размыкании.

Для нахождения времени релаксации τ определим индуктивность цепи

$$L = \mu_0 \mu n^2 V$$

и ее сопротивление

$$R = \frac{\rho L}{S}.$$

В этих формулах $n = N/l = 1000 \text{ м}^{-1}$ – это число витков соленоида (катушки) на единицу ее длины; $V = \pi d^2 l$ – объем катушки. При этом для того чтобы вычислить сопротивление R , необходимо найти длину провода L , из которого изготовлена катушка. Поскольку длина каждого витка равна πd , то общая длина провода $L = \pi d N$. Удельное сопротивление меди $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м (табл. В.2, прил. В). С учетом выше приведенных соотношений выведем формулу для определения времени релаксации:

$$\tau = \frac{\mu_0 \mu n^2 \pi d^2 l S}{\rho \pi d N} = \frac{\mu_0 \mu n d l S}{\rho} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ с.}$$

Таким образом,

$$\frac{I_0}{I} = \exp(t/\tau) = \exp(4) = 55.$$

Итак, через время $\Delta t = 0,0012$ с после выключения ЭДС ток в катушке уменьшится в 55 раз.

Задача 6-2. При линейном возрастании силы тока в катушке от нуля до $I = 2$ А за $\Delta t = 0,2$ с возникает ЭДС самоиндукции $\mathcal{E}_S = 5$ В. Определите энергию магнитного поля катушки в конце этого интервала времени.

Решение. ЭДС самоиндукции

$$\mathcal{E}_S = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} = -L \frac{I_2 - I_1}{\Delta t},$$

откуда

$$L = -\frac{\mathcal{E}_S \cdot \Delta t}{I_2 - I_1} = \frac{5 \cdot 0,2}{2} = 0,5 \text{ Гн.}$$

Энергия магнитного поля катушки W зависит не только от индуктивности, но и от протекающего по катушке тока, поэтому при значении конечного тока $I = 2$ А будем иметь

$$W = \frac{LI_2^2}{2} = \frac{0,5 \cdot 4^2}{2} = 1 \text{ Дж.}$$

Задача 6-3. По обмотке тороида течет ток силой $I = 5$ А. Витки провода диаметром $d = 0,4$ мм плотно прилегают друг к другу. Определите величину энергии магнитного поля и плотности энергии магнитного поля в стальном сердечнике тороида, если площадь сечения его $S = 4 \text{ см}^2$, а диаметр средней линии $D = 20$ см.

Решение. В отсутствие ферромагнетика или при известной величине относительной магнитной проницаемости μ для решения задачи можно было бы сначала найти индуктивность тороида (соленоида) по формуле $L = \mu_0 \mu n^2 V$, а затем рассчитать заключенную в нем энергию магнитного поля $W = LI^2/2$ и плотность энергии магнитного поля $w = W/V$.

В данном примере при наличии стального ферромагнитного сердечника относительная магнитная проницаемость μ неизвестна. Поэтому решим задачу иначе. Сначала рассчитаем напряженность H магнитного поля внутри тороида. Для этого воспользуемся соотношением

$$H = In = I/d,$$

где учтено, что витки плотно прилегают друг к другу и поэтому их число на единицу длины n может быть найдено как $n = 1/d = 250$ вит/м. Следовательно, $H = 1000$ А/м.

Далее по графику зависимости $B(H)$ (рис. Б.1, прил. Б) определим величину индукции магнитного поля. Так, в стальном сердечнике при $H = 1000$ А/м магнитная индукция $B = 1,17$ Тл. Следовательно, плотность энергии магнитного поля

$$w = \frac{\mu_0 \mu \vec{H}^2}{2} = \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{\vec{H}\vec{B}}{2} = 585 \text{ Дж/м}^3.$$

Тогда энергия магнитного поля, заключенного в объеме тороида, будет равна

$$W = wV = wS\pi D = 0,15 \text{ Дж.}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

6.1. В чем отличие между явлением самоиндукции и электромагнитной индукции?

6.2. Чему пропорционален магнитный поток, пронизывающий контур с током?

6.3. Чему пропорционален полный магнитный поток, пронизывающий катушку с током?

6.4. От чего зависит статическая индуктивность контура?

6.5. Как рассчитывается индуктивность длинного соленоида?

6.6. Как рассчитывается индуктивность тороида?

6.7. Как меняются токи при размыкании и замыкании цепи? Объясните замедление возрастания или убывания тока в цепи (не мгновенный характер этих процессов).

6.8. К каким эффектам приводит возникновение вихревых токов?

6.9. Что такое явление самоиндукции, и каким законом оно описывается?

6.10. Что такое взаимная индукция?

6.11. Как устроен трансформатор?

6.12. Как определяется коэффициент трансформации?

6.13. Запишите формулу КПД трансформатора.

6.14. Как находится энергия катушки индуктивности?

6.15. Что такое объемная плотность энергии магнитного поля, и как она находится?

6.16. Соленоид содержит $N = 4000$ витков провода, по которому течет ток $I = 20$ А. Определите магнитный поток и потокосцепление, если индуктивность $L = 0,4$ Гн.

6.17. Соленоид сечением $S = 5 \text{ см}^2$ содержит $N = 1200$ витков. Индукция магнитного поля внутри соленоида при токе $I = 2$ А равна $B = 0,01$ Тл. Определите индуктивность соленоида.

6.18. Обмотка соленоида состоит из витков медной проволоки, поперечное сечение которой $S = 1 \text{ мм}^2$. Длина соленоида $l = 25$ см, его сопротивление $R = 0,2$ Ом. Найдите индуктивность соленоида.

6.19. На картонный каркас длиной $L = 0,8$ м и диаметром $D = 4$ см намотан в один слой провод диаметром $d = 0,25$ мм так, что витки плотно прилегают друг к другу. Вычислите индуктивность полученного соленоида.

6.20. Катушка, намотанная на немагнитный цилиндрический каркас, имеет $N = 250$ витков и индуктивность $L_1 = 36$ мГн. Чтобы увеличить индуктивность катушки до $L_2 = 100$ мГн, обмотку катушки сняли и заменили обмоткой из более тонкой проволоки с таким расчетом, чтобы длина катушки осталась прежней. Сколько витков оказалось в катушке после перемотки?

6.21. Соленоид содержит $N = 600$ витков. При силе тока $I = 10$ А магнитный поток равен $\Phi = 80$ мкВб. Определите индуктивность соленоида.

6.22. Катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 3$ см имеет $N = 400$ витков. По катушке идет ток $I = 2$ А. Найдите индуктивность катушки и магнитный поток, пронизывающий площадь ее поперечного сечения.

6.23. Площадь поперечного сечения соленоида с железным сердечником $S = 10 \text{ см}^2$, длина соленоида $l = 1$ м. Магнитный поток, пронизывающий поперечное сечение соленоида, $\Phi = 1,4$ мВб. Какому току, текущему через соленоид, соответствует этот магнитный поток, если известно, что индуктивность соленоида при этих условиях $L = 0,44$ Гн?

6.24. Соленоид содержит $N = 800$ витков. Сечение сердечника из немагнитного материала равно $S = 10$ см. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определите среднее значение ЭДС самоиндукции, которая возникает на зажимах соленоида, если сила тока уменьшается до нуля за время $\Delta t = 0,8$ мс.

6.25. Соленоид содержит $N = 1000$ витков. Сечение сердечника $S = 10$ см. По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией $B = 1,5$ Тл. Найдите среднее значение ЭДС, которая возникает на зажимах соленоида, если ток уменьшится до нуля за $\Delta t = 510$ с.

6.26. Обмотка соленоида с железным сердечником содержит $N = 600$ витков. Длина сердечника $l = 40$ см. Как и во сколько раз изменится индуктивность соленоида, если сила тока, протекающего по обмотке, возрастает от $I_1 = 0,2$ А до $I_2 = 1$ А?

6.27. Цепь состоит из катушки индуктивностью $L = 0,1$ Гн и источника тока. Не разрывая цепь, источник тока отключили. Время, через которое сила тока уменьшается до 0,001 от первоначального значения, равно $\Delta t = 0,07$ с. Определите сопротивление катушки.

6.28. Источник тока замкнули на катушку сопротивлением $R = 20$ Ом. Через время $\Delta t = 0,1$ с сила тока замыкания достигла 0,95 предельного значения. Определите индуктивность катушки.

6.29. Определите силу тока в цепи через $\Delta t = 0,01$ с после ее размыкания. Сопротивление цепи $R = 20$ Ом, индуктивность $L = 0,1$ Гн. Сила тока до размыкания цепи $I = 50$ А.

6.30. К источнику тока с внутренним сопротивлением $r = 0,2$ Ом присоединена катушка сопротивлением $R = 0,8$ Ом и индуктивностью $L = 0,5$ Гн. Определите, через какой промежуток времени с момента замыкания цепи ток достигнет значения, отличающегося от максимального на 1 %.

6.31. Электрическая лампочка, сопротивление которой в горячем состоянии $R = 10$ Ом, подключается через дроссель к 12-вольтовому аккумулятору. Индуктивность дросселя $L = 2$ Гн, сопротивление $r = 1$ Ом. Через какое время после включения лампочка загорится, если она начинает заметно светиться при напряжении на ней $U = 6$ В?

6.32. Имеется катушка длиной $l = 20$ см и диаметром $d = 2$ см. Обмотка катушки состоит из $N = 200$ витков медной проволоки, площадь поперечного сечения которой $S = 1$ мм². Катушка включена в цепь с некоторой ЭДС. При помощи переключателя ЭДС выключается, и катушка замыкается накоротко. Через какое время после выключения ЭДС ток в цепи уменьшится в 2 раза?

6.33. Катушка имеет индуктивность $L = 0,2$ Гн и сопротивление $R = 1,64$ Ом. Во сколько раз уменьшится ток в катушке через время $\Delta t = 0,005$ с после того, как ЭДС выключена и катушка замкнута накоротко?

6.34. Катушка имеет индуктивность $L = 0,144$ Гн и сопротивление $R = 10$ Ом. Через какое время Δt после включения в катушке потечет ток, равный половине установившегося?

6.35. Определите объемную плотность энергии магнитного поля w в стальном сердечнике, если индукция магнитного поля $B = 0,5$ Тл.

6.36. По обмотке соленоида индуктивностью $L = 0,2$ Гн течет ток $I = 10$ А. Определите энергию магнитного поля соленоида и объемную плотность энергии, если длина соленоида $l = 20$ см, а его диаметр $d = 2$ см.

6.37. Напряженность магнитного поля тороида со стальным сердечником возросла от $H_1 = 100$ А/м до $H_2 = 800$ А/м. Определите, во сколько раз изменилась объемная плотность энергии магнитного поля.

6.38. По обмотке тороида течет ток силой $I = 6$ А. Витки провода радиусом $r = 0,2$ мм плотно прилегают друг к другу. Определите величину энергии магнитного поля в стальном сердечнике тороида, если площадь сечения его $S = 4$ см², а диаметр средней линии $D = 30$ см.

6.39. По обмотке соленоида течет ток силой $I = 6$ А. Витки провода диаметром $d = 0,2$ мм плотно прилегают друг к другу. Определите величину энергии магнитного поля W в железном сердечнике соленоида, если его радиус $r = 2$ см, а длина $l = 30$ см.

6.40. Соленоид содержит $N = 1000$ витков. Сила тока в обмотке соленоида равна $I = 1$ А, магнитный поток $\Phi = 0,01$ Вб. Определите энергию магнитного поля.

6.41. Обмотка тороида содержит $n = 10$ витков на каждый сантиметр длины. Сердечник немагнитный. При какой силе тока плотность энергии магнитного поля равна $w = 1$ Дж/м³.

6.42. Определите плотность энергии w магнитного поля в железном сердечнике замкнутого соленоида, если напряженность намагничивающего поля равна $H = 1200$ А/м.

6.43. Определите плотность энергии магнитного поля в центре кольцевого проводника, имеющего радиус $R = 25$ см и содержащего $N = 100$ витков. Сила тока в проводнике $I = 2$ А.

6.44. На железное кольцо намотаны в один слой $N = 200$ витков. Определите энергию W магнитного поля, если при токе силой $I = 2,5$ А магнитный поток в железе равен $\Phi = 0,5$ мВб.

6.45. При какой силе тока в прямолинейном бесконечно длинном проводнике плотность энергии магнитного поля на расстоянии $a = 1$ см от проводника равна $w = 0,1$ Дж/м³?

6.46. Две катушки намотаны на один общий сердечник. Индуктивность первой катушки $L_1 = 0,2$ Гн, второй – $L_2 = 0,8$ Гн. Сопротивление второй катушки $R_2 = 600$ Ом. Какой ток потечет во второй катушке, если ток $I_1 = 0,3$ А, текущий в первой катушке, выключить в течение времени $\Delta t = 1$ мс?

6.47. Сила тока в соленоиде равномерно возрастает от $I_1 = 0$ А до $I_2 = 10$ А за $\Delta t = 1$ мин, при этом соленоид накапливает энергию $W = 20$ Дж. Какая ЭДС индуцируется в соленоиде?

6.48. Соленоид с сердечником ($\mu = 1000$) длиной $l = 15$ см и диаметром $d = 4$ см имеет $N = 1500$ витков и включен в цепь источника тока. За $\Delta t = 1$ мс сила тока в нем увеличилась на $\Delta I = 10$ мА. Определите ЭДС самоиндукции.

6.49. По соленоиду длиной $l = 0,25$ м, имеющему $N = 500$ витков, течет ток $I = 1$ А. Площадь поперечного сечения соленоида равна $S = 15$ см². Найдите энергию магнитного поля соленоида.

6.50. Соленоид длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 2$ см² имеет индуктивность $L = 0,2$ мкГн. При каком токе I объемная плотность энергии магнитного поля внутри соленоида будет равна $w = 1$ мДж/м³?

6.51. Найдите энергию магнитного поля соленоида, в котором при силе тока $I = 10$ А возникает магнитный поток $\Phi = 0,5$ Вб.

6.52. Величина тока в первичной обмотке начинающего трансформатора $I_1 = 0,6$ А, напряжение на ее концах $U_1 = 120$ В. Величина тока во вторичной обмотке $I_2 = 4,8$ А, напряжение на ее концах $U_2 = 12$ В. Найдите КПД трансформатора.

6.53. Первичная обмотка понижающего трансформатора с $K = 0,25$ включена в сеть с напряжением $U = 220$ В. Сопротивление вторичной обмотки $R = 2$ Ом, ток во вторичной обмотке $I = 3$ А. Найдите напряжение на зажимах вторичной обмотки.

6.54. Первичная обмотка понижающего трансформатора включена в сеть напряжением $U_1 = 220$ В. Напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 20$ В, ее сопротивление $R_2 = 1$ Ом, ток во вторичной обмотке $I_2 = 2$ А. Найдите коэффициент трансформации.

6.55. Трансформатор повышает напряжение с 220 до 660 В и содержит в первичной обмотке 840 витков. Найдите коэффициент трансформации и число витков во вторичной обмотке.

6.56. Понижающий трансформатор с $K = 0,1$ включен в сеть с напряжением 220 В. Каково напряжение на выходе трансформатора, если сопротивление вторичной обмотки 0,2 Ом, а сопротивление полезной нагрузки 2 Ом?

6.57. Первичная обмотка понижающего трансформатора с коэффициентом трансформации $K = 0,1$ включена в сеть с напряжением $U_1 = 120$ В. Сопротивление вторичной обмотки $R = 1,2$ Ом, ток во вторичной цепи $I = 5$ А. Определите сопротивление R_2 нагрузки трансформатора и напряжение U_2 на зажимах вторичной обмотки.

6.58. Мощность, потребляемая трансформатором $N_1 = 100$ Вт, а напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 50$ В. Определите силу тока I_2 во вторичной обмотке, если КПД трансформатора $\eta = 0,8$.

6.59. Мощность потерь в трансформаторе $N = 40$ Вт, напряжение на зажимах вторичной обмотки $U = 50$ В. Определите силу тока I во вторичной обмотке, если КПД трансформатора $\eta = 0,9$.

6.60. Сила тока в первичной обмотке трансформатора $I_1 = 2$ А, напряжение на ее зажимах $U_1 = 220$ В, напряжение на зажимах вторичной обмотки $U_2 = 22$ В, КПД трансформатора $\eta = 0,9$. Определите ток I во вторичной обмотке.

Практическое занятие № 7

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

Цель занятия

Знакомство с принципами работы колебательного контура, генерирующего электромагнитные колебания, их характеристиками и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Колебаниями называются движения или процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости. Разнообразные по природе (механические, электромагнитные, электромеханические и др.), колебания имеют общие закономерности и описываются однотипными уравнениями. Простейшим случаем периодических колебаний, когда значения изменяющихся физических величин повторяются через равные промежутки времени, являются гармонические колебания, в которых колеблющаяся величина изменяется по закону синуса или косинуса.

Простейшая колеблющаяся система, в которой возникают гармонические колебания при выведении её из положения равновесия, называется гармоническим осциллятором (например, пружинный маятник – шарик массой m , закрепленный на пружинке жесткостью k). В таких системах колебания происходят в результате возникновения упругой возвращающей (или квазиупругой) силы $F = -kx$, пропорциональной смещению x . Колебания гармонического осциллятора описываются дифференциальным уравнением

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0,$$

где собственная частота ω_0 , связанная с коэффициентом упругости k соотношением $\omega_0^2 = k/m$, определяет период колебаний $T = 2\pi/\omega_0$ осциллятора. Решение этого уравнения $x = a \cos(\omega_0 t + \alpha)$ включает две произвольные постоянные, определяемые начальными условиями: амплитуду колебаний a и начальную фазу α . Отметим, что собственная частота ω_0 определяется только свойствами самого контура и не зависит от начальных условий.

Периоды колебаний пружинного, а также физического и математического маятников могут быть рассчитаны по формулам:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

В современном мире особую роль занимают электромагнитные колебания, при которых периодически изменяющиеся электрические величины (заряды, напряжения, токи) сопровождаются взаимными превращениями электрического и магнитного полей. Для возбуждения и поддержания электромагнитных колебаний используется колебательный контур – электрическая цепь, состоящая из последовательно соединенных конденсатора емкостью C , катушки с индуктивностью L и электрического сопротивления R (рис. 7.1).

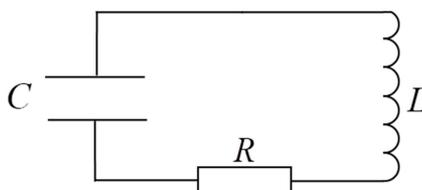


Рис. 7.1. Простейший колебательный контур

Дифференциальное уравнение свободных незатухающих (при $R = 0$) гармонических колебаний заряда в контуре и его решение записываются как:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0,$$

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha).$$

Собственная частота контура и период свободных незатухающих колебаний определяются по формуле Томсона:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Длина волны, на которую настроен контур $\lambda = \upsilon T = cT$, определяется также скоростью распространения электромагнитных волн $\upsilon = c$.

В случае свободных незатухающих колебаний энергия контура остается постоянной. Это означает, что изначально сообщенная контуру при зарядке конденсатора до максимального напряжения U_m энергия $W = CU_m^2/2$, находившаяся в виде энергии электрического поля, при полной разрядке конденсатора и возрастании тока в контуре до максимального значения I_m преобразуется в энергию магнитного поля колебательного контура $W = LI_m^2/2$. В произвольный момент времени полная энергия электромагнитных колебаний, равная сумме энергий электрического и магнитного полей колебательного контура, остается постоянной, поэтому

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2}.$$

Наличие активного сопротивления $R \neq 0$ приводит к уменьшению энергии, запасенной в контуре, и к затуханию колебаний, т. е. к экспоненциальному уменьшению амплитуды колебаний, описываемому введением коэффициента затухания $\beta = R/2L$. Уменьшается также частота колебаний контура, соответственно, увеличивается период колебаний. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в контуре и его решение в этом случае имеют вид:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0, \quad q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha), \quad \beta = \frac{R}{2L}.$$

Здесь

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2},$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

В качестве величин, характеризующих затухание, обычно используют:

- 1) коэффициент затухания $\beta = R/2L$ и время релаксации $t = 1/\beta$;
- 2) логарифмический коэффициент затухания $\lambda = \beta T$;

3) добротность колебательного контура

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{2\beta},$$

которая при малых значениях λ может быть рассчитана по формуле

$$Q \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Можно показать, что при слабом затухании добротность контура пропорциональна отношению энергии, запасенной в контуре, к убыли энергии за один период колебаний.

При увеличении коэффициента затухания β период затухающих колебаний растет и при $\beta = \omega_0$ становится бесконечно большим, т. е. движение перестает быть периодическим. В этом случае процесс становится аperiodическим.

При включении в контур внешней переменной ЭДС или напряжения, зависящих от времени по гармоническому закону:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t \quad \text{или} \quad U = U_m \cos \omega t$$

в колебательном контуре через некоторое время, необходимое для установления колебаний, возникают незатухающие вынужденные электромагнитные колебания, происходящие с частотой ω внешней ЭДС.

Несмотря на то что частота колебаний тока I , заряда q_c на обкладках конденсатора, напряжений на конденсаторе U_c и катушке индуктивности U_L совпадает с частотой внешней ЭДС, фазы колебаний этих величин будут другими. В частности, колебания тока описываются уравнением

$$I = I_m \cos(\omega t - \varphi),$$

причем амплитудное значение тока I_m и фаза φ колебаний тока определяются соотношениями:

$$I_m = \frac{m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}.$$

Расчет напряжений показывает, что напряжение на активном сопротивлении

$$U_R = IR = I_m R \cos(\omega t - \varphi)$$

находится в фазе с током I , напряжение на конденсаторе

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{I_m}{\omega C} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

отстает по фазе от тока на $\pi/2$, а напряжение на катушке индуктивности

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = I_m \omega L \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

опережает ток на $\pi/2$.

Векторная диаграмма (рис. 7.2), построенная для амплитудных значений напряжений, позволяет графически изобразить соотношения между амплитудами гармонически колеблющихся величин.

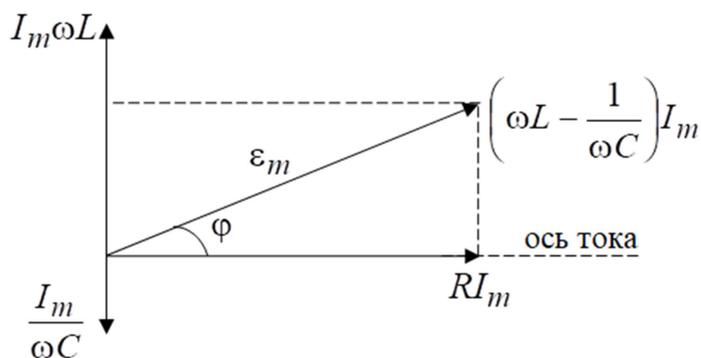


Рис. 7.2. Векторная диаграмма амплитудных значений напряжений на элементах колебательного контура

Полное сопротивление Z цепи переменного тока, содержащей последовательно включенные резистор сопротивлением R , катушку индуктивностью L и конденсатор емкостью C , на концы которой подается переменное напряжение $U = U_m \cos \omega t$, определяется соотношением

$$Z = \sqrt{R^2 + [\omega L - 1/\omega C]^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}.$$

Наряду с активным сопротивлением R вклад в полное сопротивление Z цепи переменного тока дают реактивное индуктивное сопротивление $R_L = \omega L$ и реактивное емкостное сопротивление $R_C = 1/\omega C$. Отметим, что для постоянного тока конденсатор в цепи представляет собой разрыв цепи и имеет, соответственно, бесконечно большое сопротивление. Благодаря постоянной перезарядке обкладок для переменного тока конденсатор препятствием не является. Поэтому в случае переменного тока емкостное сопротивление имеет конечную величину $R_C = 1/\omega C$.

Таким образом, закон Ома для цепи переменного тока можно записать в виде

$$I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{Z} = \frac{U_m}{Z}.$$

Данное выражение справедливо не только для амплитудных, но и для действующих значений силы тока и ЭДС, меньших амплитудных в $\sqrt{2}$ раз.

Согласно закону Ома, амплитуда силы тока достигает наибольшего значения при наименьшем значении полного сопротивления z цепи, т. е. при условии:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0.$$

Это соответствует циклической частоте $\omega = \sqrt{1/LC}$, совпадающей с собственной частотой свободных незатухающих электромагнитных колебаний в колебательном контуре. В этом случае $Z = R$, а амплитуда силы тока достигает значения $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R}$, которое будет особенно большим при малом значении активного сопротивления R . Итак, при приближении циклической частоты ω внешней переменной ЭДС к собственной частоте ω_0 происходит резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний. Это явление называется резонансом.

В случае резонанса напряжение на активном сопротивлении равно внешней ЭДС, а напряжения на конденсаторе и катушке индуктивности одинаковы по амплитуде и противоположны по фазе, причем

$$U_L = U_C = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \mathcal{E}_m = Q \mathcal{E}_m.$$

Поскольку обычно добротность контура $Q > 1$, в случае резонанса напряжение на конденсаторе и катушке индуктивности резко возрастают, превышая внешнюю ЭДС в Q раз. Таким образом, добротность контура показывает, во сколько раз максимальное значение на конденсаторе может превышать амплитуду внешней ЭДС. При резонансе сдвиг фаз между током и напряжением становится равным нулю, поскольку напряжения на конденсаторе и индуктивности полностью компенсируют друг друга, и падение напряжения происходит только на активном сопротивлении.

Примеры решения типовых задач

Задача 7-1. Контур радиоприемника с конденсатором емкостью $C = 20$ пФ настроен на длину волны $\lambda = 5$ м. Определите индуктивность катушки L и частоту колебаний ν .

Решение. Для расчета частоты колебаний, генерируемых контуром, воспользуемся соотношением

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{5} = 60 \text{ МГц.}$$

Формула Томсона

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

позволяет (при возведении ее в квадрат) написать соотношение

$$\nu^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC}$$

Из него может быть найдена индуктивность контура и рассчитано ее значение:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \nu^2 C} = \frac{1}{4 \cdot 9,86 \cdot 36 \cdot 10^{14} \cdot 20 \cdot 10^{-12}} = 3,5 \cdot 10^{-6} \text{ Гн} = 3,5 \text{ мкГн.}$$

Задача 7-2. Напряжение на обкладках конденсатора в колебательном контуре изменяется по закону $U = 10 \cos 10^4 t$. Емкость конденсатора составляет $C = 10$ мкФ. Найдите индуктивность контура и закон изменения силы тока.

Решение. Из уравнения колебаний напряжения на обкладках конденсатора

$$U = U_m \cos \omega t = 10 \cos 10^4 t$$

определим циклическую частоту $\omega = 10^4 \text{ с}^{-1}$, которая связана с емкостью и индуктивностью контура соотношениями:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega^2 = \frac{1}{LC}.$$

Индуктивность контура рассчитаем по формуле

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{10^8 \cdot 10^{-5}} = 10^{-3} \text{ Гн.}$$

Для установления закона изменения силы тока, воспользуемся соотношением, позволяющим рассчитать закон изменения заряда на обкладках конденсатора:

$$q = CU = CU_0 \cos \omega t.$$

Поскольку сила тока находится как первая производная заряда по времени:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega CU \sin \omega t = \omega CU \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

рассчитаем амплитудное значение силы тока

$$I_m = \omega CU_m = 10^4 \cdot 10^{-5} \cdot 10 = 1 \text{ А.}$$

Соответственно, закон изменения тока со временем может быть записан, как

$$I = I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \cos \left(10^4 t + \frac{\pi}{2} \right).$$

Задача 7-3. В цепь переменного тока с действующим значением напряжения $U = 120$ В последовательно включены резистор с сопротивлением $R = 15$ Ом и катушка с индуктивностью $L = 50$ мГн. Найдите линейную частоту тока, если амплитуда силы тока $I_0 = 7$ А.

Решение. Амплитудное значение напряжения больше действующего в $\sqrt{2}$ раз, поэтому $U = U_0 \sqrt{2}$. Полное сопротивление цепи переменного тока, состоящей из сопротивления и катушки индуктивности, составит:

$$Z = \sqrt{R^2 + R_L^2} = \sqrt{R + \omega^2 L^2} = \sqrt{R^2 + 4\pi^2 \nu^2 L^2}.$$

По закону Ома полное сопротивление цепи переменного тока

$$Z = \frac{U_0}{I_0}.$$

Приравняв эти соотношения, будем иметь:

$$\frac{U_0}{I_0} = \sqrt{R^2 + L^2 4\pi^2 \nu^2}.$$

Возведя полученное выражение в квадрат, получим соотношение

$$\frac{U_0^2}{I_0^2} = R^2 + L^2 4\pi^2 \nu^2,$$

из которого определим искомую частоту

$$\nu = \frac{1}{2\pi L} \sqrt{\frac{U_0^2}{I_0^2} - R^2} = 60,66 \text{ Гц.}$$

Задача 7-4. Известно, что напряжение на обкладках конденсатора, измеренное в вольтах, в колебательном контуре меняется в зависимости от времени по закону $U = 12 \cos(200\pi t)$. Емкость конденсатора равна $C = 5$ мкФ. Найдите: а) период колебаний, угловую и циклическую частоту колебаний в контуре; б) индуктивность контура; в) закон изменения заряда на обкладках конденсатора и его заряд в момент времени $t = T/6$; г) закон

изменения тока в контуре и его величину в момент времени $t = T/6$;
д) полную энергию контура; е) максимальную энергию электрического поля и его энергию в момент времени $t = T/6$; ж) максимальную энергию магнитного поля.

Решение. Сравним уравнение колебаний в рассматриваемом колебательном контуре

$$U = 12 \cos(200\pi \cdot t)$$

с общим уравнением, описывающим изменение напряжения в контуре:

$$U = U_m \cos(\omega t) = U_{\max} \cos(2\pi \nu t),$$

и найдем:

- амплитудное значение напряжения на конденсаторе $U_m = 12$ В;
- циклическую частоту колебаний в контуре $\omega = 200\pi = 628$ рад/с;
- угловую частоту колебаний $\nu = 100$ с⁻¹;
- период колебаний $T = 1/\nu = 0,01$ с.

С учетом того, что период колебаний в колебательном контуре определяется формулой Томсона

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC},$$

найдем индуктивность контура

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = 0,51 \text{ Гн.}$$

Так как заряд на обкладках конденсатора изменяется синхронно с напряжением на нем, его зависимость от времени может быть записана как

$$q = CU = 6 \cdot 10^{-5} \cos(200\pi t) \text{ Кл.}$$

В момент времени $t = T/6$ заряд на обкладках конденсатора равен

$$q = 6 \cdot 10^{-5} \cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) = 3 \cdot 10^{-5} \text{ Кл.}$$

Для нахождения тока в контуре воспользуемся соотношением

$$I = \frac{dq}{dt} = -6 \cdot 10^{-5} \cdot 200\pi \cdot \sin(200\pi t) = 37,7 \cdot 10^{-3} \cos(200\pi t) \text{ А.}$$

В момент времени $t = T/6$ ток, текущий по контуру, будет равен

$$I = -37,7 \cdot 10^{-3} \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right) = 32,6 \cdot 10^{-3} \text{ А} = 32,6 \text{ мА.}$$

Полная энергия, запасенная в колебательном контуре, равна либо максимальной энергии электрического поля (поскольку в момент максимального заряда конденсатора ток в контуре равен нулю), либо максимальной энергии магнитного поля (поскольку в момент полностью разряженного конденсатора вся энергия переходит в энергию магнитного поля катушки). Поэтому для ее нахождения используем равенство

$$W_{\text{полн}} = \frac{CU_{cm}^2}{2} = \frac{LI_{cm}^2}{2} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Энергия электрического поля в момент времени $t = T/6$ будет составлять только часть от полной энергии, которую вычислим по формуле

$$W = \frac{CU^2}{2} = \frac{C \left[U_m \cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) \right]^2}{2} = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Задача 7-5. Конденсатор емкостью $C = 8 \text{ мкФ}$, заряженный до разности потенциалов $U_m = 15 \text{ В}$, и катушка индуктивности $L = 3 \text{ мГн}$, имеющая активное сопротивление $R = 1 \text{ Ом}$, соединены в колебательный контур. Запишите уравнение колебаний для заряда на обкладках конденсатора; рассчитайте длину волны, на которую настроен контур; найдите число колебаний N_e , по прошествии которых амплитуда колебаний в этом контуре уменьшится в e раз; определите добротность контура Q .

Решение. В контуре, обладающем активным сопротивлением, происходят свободные затухающие колебания. Зависимость заряда от времени для такого контура запишем в виде

$$q = q_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) = CU_m e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где $\varphi_0 = 0$ (отсчет времени начинается с момента соединения конденсатора с катушкой индуктивности), а коэффициент затухания будет равен

$$\beta = \frac{R}{2L} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}.$$

Максимальный заряд на обкладках найдем через параметры конденсатора:

$$q_m = CU_m = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ Кл.}$$

Для расчета циклической частоты колебаний, возбуждаемых в данном колебательном контуре, воспользуемся формулой

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}},$$

учитывающей наличие активного сопротивления, приводящего к уменьшению частоты колебаний, а не формулой Томсона. Однако численный расчет дает $\omega = 6,45 \cdot 10^3$ рад/с, что практически идентично частоте ω_0 . Такой частоте соответствует длина волны $\lambda = c/v = 2\pi c/\omega = 2,92 \cdot 10^5$ м, на которую рассчитан контур. Подставим полученные значения в уравнение колебательного контура и запишем его в явном виде:

$$q = 1,2 \cdot 10^{-4} \exp(-1,67 \cdot 10^5 \cdot t) \cos(6,45 \cdot 10^3 \cdot t) \text{ Кл.}$$

Для нахождения времени, за которое амплитуда тока в этом контуре уменьшится в e раз, перепишем это условие в математической форме:

$$\frac{q_m}{q_m e^{-\beta t}} = e.$$

Это означает, что амплитуда уменьшается в e раз за время

$$t = \tau = 1/\beta = 2L/R.$$

За это время t произойдет некоторое число N_e колебаний, которое найдем исходя из следующих соображений. Период затухающих колебаний определяется из соотношения

$$T = 2\pi/\omega,$$

где частота $\omega = 6,45 \cdot 10^3$ рад/с уже определена нами ранее. Число N_e определим из соотношения

$$N_e = \tau/T,$$

которое приведем к виду

$$N_e = \frac{\tau}{T} = \frac{L\omega}{R\pi}.$$

Численный расчет даст $N_e = 6,17$.

Добротность колебательного контура $Q = \pi/\lambda$, обратную логарифмическому декременту затухания $\lambda = \beta T$, при малых значениях логарифмического декремента затухания найдем по формуле

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 19,4.$$

Задача 7-6. Электрическая цепь состоит из конденсатора емкостью $C = 8$ мкФ, катушки с индуктивностью $L = 3$ мГн и резистора сопротивлением $R = 1$ Ом. Определите реактивное емкостное, реактивное индуктивное и полное сопротивления цепи при частоте тока $\nu = 1$ кГц. Рассчитайте сдвиг фаз между напряжением и током в цепи.

Решение. Реактивное емкостное сопротивление цепи

$$R_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi\nu C} = 19,9 \text{ Ом.}$$

Реактивное индуктивное сопротивление

$$R_L = \omega L = 2\pi\nu L = 18,8 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + \left[\omega L - \frac{1}{\omega C} \right]^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2} = 14,9 \text{ Ом.}$$

Сдвиг фаз между напряжением и током в цепи

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} = -1,1.$$

Такое значение тангенса соответствует углу $\varphi = -48^\circ$, что говорит о том, что напряжение отстает по фазе от тока на указанный угол.

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 7.1. Что такое классический осциллятор?
- 7.2. Что представляют из себя пружинный и математический маятники, и чем они характеризуются?
- 7.3. Что называется физическим маятником и чем он характеризуется?
- 7.4. Запишите уравнения, описывающие незатухающие гармонические колебания.
- 7.5. Что такое колебательный контур?
- 7.6. Какие виды энергии преобразуются в процессе колебаний в контуре? Как они выражаются через параметры контура?
- 7.7. Что такое собственная частота контура?
- 7.8. Запишите формулу Томсона.
- 7.9. Назовите условие, при котором колебания в контуре будут незатухающими. Что при этом можно сказать о полной энергии колебаний в контуре?
- 7.10. Какими уравнениями описываются незатухающие гармонические колебания?
- 7.11. Что такое коэффициент затухания?
- 7.12. Какова циклическая частота затухающих колебаний?
- 7.13. Что происходит с энергией колебаний, если они являются затухающими?
- 7.14. Что такое добротность контура, логарифмический декремент затухания?

7.15. Какой процесс называется аperiodическим? Когда он возникает?

7.16. В колебательном контуре максимальная сила тока $I_m = 5$ мА, максимальное напряжение на конденсаторе $U_m = 12$ В. Найдите энергию колебательного контура, если период колебаний равен $T = 5,5$ мкс. Определите частоту колебаний и длину волны, на которую настроен контур.

7.17. Амплитудное значение синусоидального напряжения с частотой $\nu = 50$ Гц равно $U_{\max} = 220$ В. Начальная фаза равна нулю. Запишите зависимость напряжения от времени. Найдите напряжение в моменты времени $t_1 = 0,001$ с, $t_2 = 0,002$ с, $t_3 = 0,003$ с, $t_4 = 3,05$ с.

7.18. Напряжение на конденсаторе в колебательном контуре изменяется по закону $U_c = 16\cos(3 \cdot 10^5 \cdot t)$ В. В начальный момент заряд конденсатора был равен $q_0 = 5 \cdot 10^{-6}$ Кл. Определите: а) емкость конденсатора; б) индуктивность контура; в) период и частоту колебаний в контуре; г) энергию колебательного контура.

7.19. Конденсатор емкостью $C = 250$ пФ зарядили до напряжения $U_m = 6$ В и соединили с катушкой индуктивности $L = 45$ мкГн. Запишите уравнение колебаний для заряда и тока в контуре.

7.20. Конденсатору емкостью $C = 250$ пФ сообщили заряд $q_m = 10^{-9}$ Кл и соединили с катушкой индуктивности $L = 45$ мкГн. Запишите уравнение колебаний для заряда и тока в контуре.

7.21. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 120$ нФ и катушку с индуктивностью $L = 0,8$ мГн. Найдите максимальное напряжение U_m на обкладках конденсатора, если максимальная сила тока $I_m = 25$ мА. Напишите уравнение колебаний для напряжения и тока в контуре.

7.22. Колебательный контур содержит конденсатор емкостью $C = 120$ нФ и катушку с индуктивностью $L = 0,8$ мГн. Найдите максимальную силу тока I_{\max} в контуре, если напряжение на обкладках конденсатора $U_{\max} = 180$ В. Запишите уравнение колебаний для напряжения и тока в контуре.

7.23. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 8 \sin(5 \cdot 10^3 \cdot t)$ А. Индуктивность контура $L = 0,06$ Гн. Найдите емкость конденсатора, энергию колебательного контура, длину волны, на которую настроен контур. Запишите уравнение колебаний для напряжения на конденсаторе.

7.24. Сила тока в колебательном контуре изменяется по закону $I = 8\sin(5 \cdot 10^3 \cdot t)$ А. Емкость конденсатора $C = 15$ нФ. Найдите индуктивность контура, энергию колебательного контура, длину волны, на которую настроен контур. Запишите уравнение колебаний для напряжения на конденсаторе.

7.25. Напряжение на конденсаторе емкостью $C = 0,8$ мкФ, включенном в колебательный контур, изменяется по закону $U_c = 25\cos(5 \cdot 10^3 \cdot t)$ В. Найдите индуктивность контура и максимальную силу тока в нем. Запишите уравнение колебаний для тока в контуре.

7.26. Напряжение на конденсаторе, включенном в колебательный контур, изменяется по закону $U_c = 25\cos(5 \cdot 10^3 \cdot t)$ В. Индуктивность контура $L = 0,09$ Гн. Найдите емкость конденсатора и его максимальный заряд. Запишите уравнение колебаний для заряда на конденсаторе и тока в контуре.

7.27. Конденсатор емкостью $C = 0,4$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_{\max} = 125$ В, и катушка индуктивности $L = 12$ мГн, имеющая активное сопротивление $R = 1,2$ Ом, соединены в колебательный контур. Определите добротность контура Q . Запишите уравнение затухающих колебаний для заряда на обкладках конденсатора.

7.28. Конденсатор емкостью $C = 0,6$ мкФ, заряженный до разности потенциалов $U_{\max} = 15$ В, и катушка индуктивности $L = 8$ мГн, имеющая активное сопротивление $R = 0,2$ Ом, соединены в колебательный контур. Определите логарифмический декремент затухания λ . Запишите уравнение затухающих колебаний для напряжения на обкладках конденсатора.

7.29. Конденсатор емкостью $C = 5$ нФ, имеющий заряд $q_{\max} = 10^{-6}$ В, и катушка индуктивности $L = 2$ мГн, имеющая активное сопротивление $R = 0,08$ Ом, соединены в колебательный контур. Определите логарифмический декремент затухания λ . Запишите уравнение затухающих колебаний для тока в контуре.

7.30. Цепь состоит из катушки индуктивности $L = 0,25$ Гн, имеющей активное сопротивление $R = 80$ Ом, и конденсатора с емкостью $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Определите полное сопротивление цепи и сдвиг фаз между током и напряжением в цепи при частоте $\nu = 50$ Гц.

7.31. Цепь состоит из катушки индуктивности $L = 0,25$ Гн, имеющей активное сопротивление $R = 80$ Ом, и конденсатора с емкостью $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Определите резонансную частоту цепи и ее полное сопротивление при частоте, составляющей 80 % от резонансной.

7.32. В цепь переменного тока с частотой $\nu = 1000$ Гц включена катушка с индуктивностью $L = 0,1$ Гн. Конденсатор какой емкости надо включить в эту цепь, чтобы наступил резонанс?

7.33. В цепь переменного тока с частотой $\nu = 1000$ Гц включен конденсатор емкостью $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Какую индуктивность надо включить в эту цепь, чтобы наступил резонанс?

7.34. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором емкостью $C_1 = 10^{-7}$ Ф наступает при частоте $\nu_1 = 500$ Гц. Когда параллельно конденсатору C_1 подключают второй конденсатор емкостью C_2 , то частота резонанса становится равной $\nu_2 = 100$ Гц. Найдите емкость второго конденсатора C_2 .

7.35. Резонанс в колебательном контуре с конденсатором емкостью $C_1 = 10^{-7}$ Ф наступает при частоте $\nu_1 = 500$ Гц. При какой частоте будет наблюдаться резонанс, если параллельно конденсатору C_1 подключить второй конденсатор емкостью $C_2 = 3 \cdot 10^{-7}$ Ф. Как изменится частота, если конденсатор C_2 подключить последовательно?

Практическое занятие № 8

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ. СВЕТОВЫЕ ВОЛНЫ

Цель занятия

Знакомство с основными представлениями теории электромагнитных, в частности световых волн, и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Если в каком-либо месте упругой среды возбудить колебания ее частиц, то вследствие взаимодействия между частицами это колебание будет распространяться в среде от частицы к частице с некоторой скоростью v . Процесс распространения колебаний в пространстве называется волновым процессом, или волной. При распространении волны частицы среды не вовлекаются в поступательное движение, они лишь совершают колебания около своих положений равновесия. Поэтому перенос энергии при распространении волн происходит без переноса вещества.

Фронт волны представляет собой ту поверхность, которая отделяет часть пространства, уже вовлеченную в волновой процесс, от области, в которой колебания еще не возникли. Геометрическое место точек, колеблющихся в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью. Волновые поверхности могут быть любой формы. В простейшем случае они представляют собой совокупность плоскостей, параллельных друг другу, или совокупность концентрических сфер. Соответственно, волна может быть плоской или сферической.

Расстояние λ , на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний T частиц среды, называется длиной волны:

$$\lambda = vT.$$

Ее также можно определить как расстояние между ближайшими частицами, колеблющимися в одинаковой фазе. Поэтому скорость распространения волны v является скоростью распространения фазы и называется фазовой скоростью. С учетом соотношения $T = 1/\nu$, где ν – частота колебаний,

$$v = \lambda\nu.$$

Для характеристики волн также можно использовать волновой вектор \vec{k} , направление которого (перпендикуляр к волновой поверхности) совпадает с направлением распространения волнового фронта, а модуль равен волновому числу:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}.$$

Распространение волн в однородной изотропной среде в общем случае описывается волновым уравнением – дифференциальным уравнением в частных производных, имеющим вид

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Всякая функция $\xi(x, y, z, t)$, являющаяся решением этого уравнения, описывает некоторую волну, причем квадратный корень из величины, обратной коэффициенту при $\partial^2 \xi / \partial t^2$, дает фазовую скорость v волны с длиной $\lambda = vT$.

В частности, уравнение плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси x , определяется функцией

$$\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0),$$

где $\xi(x, t)$ – смещение точек среды с координатой x в момент времени t ; A – амплитуда волны; ω – циклическая (круговая) частота; k – волновое число; φ_0 – начальная фаза колебаний. В фиксированной точке пространства значения $\xi(x, t)$ изменяются со временем по гармоническому закону, но от точки к точке эти изменения происходят со сдвигом по фазе, определяемым расстоянием по оси x .

Переменные электрическое и магнитное поля взаимно связаны: одно порождает другое. Последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке, обладает периодичностью во времени и пространстве и, следовательно, представляет собой электромагнитную волну.

Существование электромагнитных волн является важнейшим следствием из уравнений Максвелла. При отсутствии токов и свободных зарядов уравнения Максвелла, описывающие напряженность электрического поля \vec{E} и напряженность магнитного поля \vec{H} , могут быть сведены к виду:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}.$$

Эти уравнения неразрывно связаны друг с другом и представляют собой типичные волновые уравнения, доказывающие существование электромагнитных волн. Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},$$

где $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ – скорость света, связанная с электрической ε_0 и магнитной μ_0 постоянными; ε и μ – электрическая и магнитная проницаемости среды. В вакууме (при $\varepsilon = \mu = 1$) скорость электромагнитных волн v совпадает со скоростью света c .

В электромагнитной волне колеблются векторы \vec{E} и \vec{H} . В частности, уравнение плоской электромагнитной волны определяется выражениями:

$$\vec{E} = \vec{E}_m \cos(\omega t - kx + \alpha),$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m \cos(\omega t - kx + \alpha).$$

Из уравнений следует, что колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят с одинаковой частотой ω и одинаковой фазой α , т. е. они колеблются синхронно. Амплитуды этих векторов связаны соотношением

$$E_m \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}.$$

Векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются во взаимно перпендикулярных направлениях и перпендикулярны к направлению распространения волны, т. е. электромагнитные волны являются поперечными.

Основным свойством всех волн является перенос энергии без переноса вещества. Поскольку в электромагнитной волне представлено два поля, то имеют место два вида энергии – электрическая и магнитная. Объемная плотность энергии электромагнитного поля

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

где w_E и w_H – плотности энергии электрического и магнитного полей.

Это соотношение может быть приведено к виду

$$w = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{1}{v} EH.$$

Для характеристики течения энергии в разных точках пространства вводится векторная величина \vec{S} , называемая плотностью потока энергии. Вектор плотности потока электромагнитной энергии, называемый также вектором Умова – Пойнтинга, равен энергии, переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}].$$

Интенсивность световой волны есть среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимого волной. Электромагнитная волна, несущая в себе энергию W , одновременно переносит импульс:

$$p = \frac{W}{c}.$$

Переменные электромагнитные поля создаются движением электрических зарядов. Электромагнитное излучение принято делить по частотным диапазонам (рис. 8.1), между которыми нет резких переходов и иногда они перекрываются, а границы между ними условны. Поскольку скорость распространения излучения (в вакууме) постоянна, то частота его колебаний жёстко связана с длиной волны в вакууме.

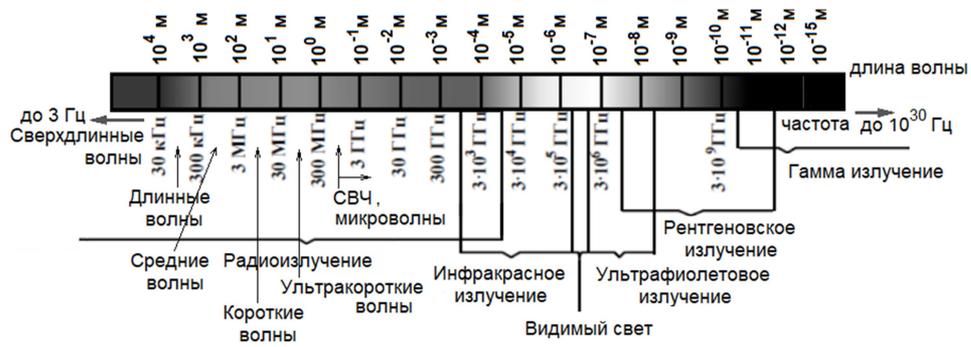


Рис. 8.1. Шкала электромагнитных волн

В волновой оптике световые волны рассматриваются как электромагнитные волны, занимающие определенный интервал на одноименной шкале. К световым волнам относится очень небольшая часть диапазона электромагнитного излучения (рис. 8.1). Восприятие человеческим глазом именно этого диапазона связано со спектральными особенностями Солнца – основного источника света на нашей планете. Наибольшая мощность солнечного излучения, достигающего Земли, находится в видимом световом диапазоне с максимумом, соответствующим зеленому цвету.

Длины волн видимого света в вакууме заключены в пределах от $4 \cdot 10^{-7}$ до $7,6 \cdot 10^{-7}$ м (первое число соответствует фиолетовой границе спектра, а второе – красной). Промежуточные частоты соответствуют остальным цветам спектра: синему, голубому, зеленому, желтому, оранжевому. Большие и меньшие длины волн человеческий глаз не воспринимает. Наибольшая чувствительность глаза соответствует зеленому цвету ($\lambda_0 = 5,5 \cdot 10^{-7}$ м), т.е. находится в узком спектральном диапазоне, соответствующем максимуму излучения Солнца.

Из двух составляющих световых электромагнитных волн обычно рассматривают только электрическую составляющую, т.е. колебания вектора напряженности \vec{E} электрического поля. Опыт показывает, что физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света вызываются именно колебаниями электрического (его также называют световым) вектора. Действие света на вещество определяется интенсивностью света I – средним по времени значением плотности потока энергии, переносимой световой волной:

$$I = \langle S \rangle = \langle EH \rangle = \left\langle E_m H_m \cos^2(\omega t - kx) \right\rangle = \frac{1}{2} E_m H_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} E_m^2.$$

Таким образом, расчеты показывают, что $I \sim E_m^2$.

Частота световых колебаний от среды не зависит. Если световая волна имеет одну строго постоянную частоту, она называется монохроматической. Естественные источники света дают немонохроматическое излучение, в котором присутствуют волны различных частот.

Длина волны связана со скоростью распространения волны и поэтому в веществе всегда уменьшается. Это связано с тем, что скорость распространения света в веществе v всегда меньше скорости света в вакууме c .

Отношение $n = c/v$ характеризует оптические свойства вещества. Согласно электромагнитной теории Максвелла свет представляет собой электромагнитную волну, скорость распространения которой в среде связана с показателем преломления n (оптические, диэлектрические и магнитные свойства вещества связаны между собой):

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad n = \sqrt{\epsilon\mu},$$

где ϵ и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества.

В веществе длины световых волн уменьшаются в n раз, поскольку

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu} \frac{v}{c} = \lambda_0 \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n},$$

где ν – частота падающего света, одинаковая в вакууме и в веществе.

Примеры решения типовых задач

Задача 8-1. Бегущая плоская звуковая волна описывается уравнением $\xi(x, t) = 6 \cdot 10^{-5} \cos(1800t - 5,3x)$ м. Чему равны отношения: а) амплитуды смещения частиц среды ξ_{mx} к длине волны λ ; б) амплитуды колебаний скорости частиц среды $\xi_{m\nu}$ к скорости распространения волны v ?

Решение. Сопоставив общий вид уравнения волны

$$\xi(x, t) = \xi_{mx} \cos(\omega t - kx)$$

с уравнением, приведенным в условии задачи,

$$\xi(x, t) = 6 \cdot 10^{-5} \cos(1800t - 5,3x) \text{ м,}$$

для амплитуды ξ_{mx} и волнового числа k будем иметь

$$\xi_{mx} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \quad k = 5,3 \text{ м}^{-1}.$$

Так как длина волны $\lambda = 2\pi/k$, для нахождения соотношения ξ_{mx}/λ запишем

$$\frac{\xi_{mx}}{\lambda} = \frac{\xi_{mx}k}{2\pi} = \frac{6 \cdot 10^{-5} \cdot 5,3}{2\pi} = 5,06 \cdot 10^{-5}.$$

Уравнение, описывающее изменение скорости колебаний частиц среды найдем, продифференцировав уравнение для $\xi(x,t)$ м по времени:

$$\begin{aligned} \xi(v,t) &= \frac{d\xi}{dt} = -6 \cdot 10^{-5} \cdot 1800 \cdot \sin(1800t - 5,3x) = \\ &= -0,108 \cdot \sin(1800t - 5,3x) \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Отсюда амплитуда колебаний скорости частиц среды

$$\xi_{mv} = 0,108 \text{ м/с}.$$

Скорость распространения волны найдем из соотношения

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}, \quad v = \frac{\omega}{k}.$$

Таким образом, получим

$$\frac{\xi_{mv}}{v} = \frac{0,108 \cdot 5,3}{1800} = 3,18 \cdot 10^{-4}.$$

Задача 8-2. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,0$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитудное значение напряженности электрического поля волны $E_m = 8 \text{ В/м}$. Определите: а) амплитудное значение напряженности H_m магнитного поля волны; б) фазовую скорость v волны; в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной; г) среднюю по времени плотность энергии электромагнитного поля волны.

Решение. Для определения амплитудного значения напряженности магнитного поля волны используем соотношение

$$E_m \sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu \mu_0}.$$

Учитывая, что электрическая постоянная равна $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, а магнитная постоянная равна $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, найдем численное значение амплитуды напряженности магнитного поля волны $H_m = 30$ мА/м.

Фазовая скорость электромагнитных волн определяется выражением

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}.$$

Поскольку скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, в данной среде электромагнитная волна распространяется со скоростью

$$v = c/\sqrt{2} = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной, т. е. среднее значение вектора Умова – Пойнтинга, определяется соотношением

$$I = \langle S \rangle = \langle EH \rangle = \langle E_m H_m \cos^2(\omega t - kx) \rangle.$$

Значения плотности потока энергии S , переносимой световой волной, как и плотность энергии w , в некоторый момент времени различны в разных точках пространства. Тем не менее, в каждой конкретной точке они изменяются со временем по закону квадрата синуса. Поскольку среднее значение квадрата синуса равно 1/2, для искомой величины будем иметь

$$S = \frac{1}{2} E_m H_m = 0,24 \text{ Вт/м}^2.$$

Для нахождения средней по времени плотности энергии электромагнитного поля волны воспользуемся соотношением, связывающим величины S , w и v :

$$w = S/v = 1,13 \text{ нДж/м}^3.$$

Задача 8-3. Плоская электромагнитная волна распространяется в однородной и изотопной среде с $\epsilon=2$ и $\mu=1$. Амплитуда напряженности электрического поля волны $E_m = 12$ В/м. Определите фазовую скорость волны v и амплитуду напряженности магнитного поля волны H_m .

Решение. Фазовая скорость v электромагнитной волны связана со скоростью распространения света в вакууме $c=3 \cdot 10^8$ м/с соотношением, из которого найдем искомую величину:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2 \cdot 1}} = 2,12 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

В бегущей электромагнитной волне, описываемой уравнениями:

$$E = E_m \cos(\omega t - kx) \quad \text{и} \quad H = H_m \cos(\omega t - kx),$$

мгновенные значения E и H в любой точке связаны соотношением

$$\sqrt{\epsilon \epsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H.$$

Записав это соотношение для амплитуд напряженностей электрической и магнитной составляющих волны, получим

$$H_m = \frac{\sqrt{\epsilon \epsilon_0}}{\sqrt{\mu \mu_0}} E_m = \frac{\sqrt{2 \cdot 8,82 \cdot 10^{-12}}}{\sqrt{1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}} = 45 \text{ мА/м}.$$

Задача 8-4. В вакууме вдоль оси x распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности электрического поля составляет 50 мВ/м. Определите интенсивность волны I .

Решение. Интенсивность электромагнитной волны – это средняя энергия, переносимая через единицу поверхности за единицу времени, т. е. это среднее значение модуля вектора Умова – Пойнтинга:

$$I = \langle S \rangle = \langle EH \rangle.$$

Поскольку мгновенное значение модуля вектора Умова – Пойнтинга

$$S = EH = E_m H_m \cos^2(\omega t - kx),$$

а среднее значение квадрата косинуса равно 1/2, запишем

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \langle E_m H_m \rangle.$$

Из соотношения, связывающего амплитудные значения электрической и магнитной составляющих:

$$\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} E_m = \sqrt{\mu\mu_0} H_m$$

получим, что

$$H_m = \frac{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0}}{\sqrt{\mu\mu_0}} E_m.$$

Таким образом, будем иметь

$$\begin{aligned} I = \langle S \rangle &= E_m H_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} E_m^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{1,8,82 \cdot 10^{-12}}}{\sqrt{1,4\pi \cdot 10^{-7}}} \cdot (5 \cdot 10^{-2})^2 = 3,32 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}. \end{aligned}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 8.1. Какой процесс называют волной?
- 8.2. Переносят ли волны энергию?
- 8.3. Чем различаются продольные и поперечные волны?
- 8.4. Раскройте понятия фронта волны и фазовой скорости.
- 8.5. Как происходит распространение электромагнитной волны?
- 8.6. Какие величины периодически изменяются в электромагнитной волне?
- 8.7. Как рассчитывается длина волны?
- 8.8. Что такое волновое число и волновой вектор?
- 8.9. Запишите волновое уравнение.
- 8.10. Запишите решение волнового уравнения в случае плоской волны.
- 8.11. Какие величины колеблются в электромагнитной волне?
- 8.12. Запишите волновые уравнения для электромагнитного поля.

8.13. С какой скоростью распространяется электромагнитное излучение?

8.14. Какой импульс переносит несущая в себе энергию электромагнитная волна?

8.15. Что такое вектор плотности потока энергии (вектор Умова – Пойнтинга)?

8.16. Звуковые колебания, имеющие частоту $\nu = 500$ Гц и амплитуду $A = 0,25$ мм, распространяются в воздухе. Длина волны $\lambda = 70$ см. Найдите скорость распространения колебаний υ и максимальную скорость частиц u_m воздуха.

8.17. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = 10 \sin \frac{\pi}{2} t$ см.

Составьте уравнение волны, если скорость распространения колебаний $\upsilon = 300$ м/с. Запишите и изобразите графически уравнение колебания: а) для точки, отстоящей на расстоянии $l = 600$ м от источника колебаний; б) для точек волны в момент времени $t = 4$ с после начала колебаний.

8.18. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = 4 \sin 600\pi t$ см. Найдите смещение x от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии $l = 75$ см от источника колебаний, для момента времени $t = 0,01$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $\upsilon = 300$ м/с.

8.19. Уравнение незатухающих колебаний имеет вид $x = \sin 2,5\pi t$ см. Определите смещение x от положения равновесия, скорость u и ускорение a точки, находящейся на расстоянии $l = 20$ м от источника колебаний, для момента времени $t = 1$ с после начала колебаний. Скорость распространения колебаний $\upsilon = 100$ м/с.

8.20. Найдите смещение x от положения равновесия точки, отстоящей от источника колебаний на расстоянии $l = \lambda/12$, для момента времени $t = T/6$. Амплитуда колебаний $A = 0,05$ м.

8.21. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,6$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитудное значение напряженности магнитного поля волны $H_m = 0,06$ А/м. Определите: а) амплитудное значение напряженности E_m электрического поля волны; б) фазовую скорость υ волны; в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной; г) среднюю по времени плотность энергии электромагнитного поля волны.

8.22. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2,2$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее

по времени значение плотности энергии электромагнитного поля волны равно $w = 1,18 \text{ нДж/м}^3$. Определите: а) амплитудное значение напряженности E_m электрического поля волны; б) фазовую скорость v волны; в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной.

8.23. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,8$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности энергии электромагнитного поля волны равно $w = 1,5 \text{ нДж/м}^3$. Определите: а) амплитудное значение напряженности H_m магнитного поля волны, б) фазовую скорость v волны, в) среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной.

8.24. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,95$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной, равно $S = 0,4 \text{ Вт/м}^2$. Определите: а) амплитудное значение напряженности H_m магнитного поля волны; б) фазовую скорость v волны; в) среднюю по времени плотность энергии w электромагнитного поля волны.

8.25. В однородной и изотропной среде с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1,95$ и относительной магнитной проницаемостью $\mu = 1,0$ распространяется плоская электромагнитная волна. Среднее по времени значение плотности потока энергии, переносимой световой волной, равно $S = 0,4 \text{ Вт/м}^2$. Определите: а) амплитудное значение напряженности E_m электрического поля волны; б) фазовую скорость v волны; в) среднюю по времени плотность энергии w электромагнитного поля волны.

8.26. Уравнение напряженности электрического поля бегущей гармонической волны имеет вид $E = 50 \cdot \sin \left[\pi \left(3 \cdot 10^{14} \cdot t - 10^6 \cdot x \right) \right] \text{ В/м}$. Найдите амплитуду E_0 , частоту ν , период T и длину волны λ , а также скорость распространения волны v и волновое число k .

8.27. Уравнение напряженности электрического поля бегущей гармонической волны имеет вид $E = 100 \cdot \sin \left[\pi \left(6 \cdot 10^{14} \cdot t + 2 \cdot 10^6 \cdot x \right) \right] \text{ В/м}$. Найдите амплитуду E_0 , частоту ν , период T , длину волны λ , скорость v и направление распространения волны и волновое число \vec{k} .

8.28. Скорость распространения электромагнитных волн в некоторой среде составляет 250 Мм/с. Определите длину волны электромагнитных волн в этой среде, если их частота в вакууме $\nu_0 = 1$ МГц.

8.29. Электромагнитная волна с частотой $\nu = 5$ МГц переходит из немагнитной среды с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2$ в вакуум. Определите приращение ее длины волны.

8.30. Запишите уравнение бегущей гармонической волны, распространяющейся в вакууме в положительном направлении оси X . Напряженность электрического поля $E_0 = 1$ кВ/см, частота $\nu = 600$ ТГц (зеленый свет).

8.31. В вакууме вдоль оси X распространяется электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна 1 мА/м. Определите амплитуду напряженности электрического поля волны.

8.32. В вакууме вдоль оси X распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда напряженности магнитного поля составляет 5 мА/м. Определите интенсивность волны.

8.33. Пучок красного света гелий-неонового лазера имеет длину волны в пустоте $\lambda_0 = 632,8$ нм. Амплитуда напряженности электрического поля в пучке равна $E_0 = 6,0$ кВ/м. Определите частоту ν лазерного света и амплитуду B_0 магнитного поля в пучке.

8.34. В вакууме вдоль оси X распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности магнитного поля волны равна 0,15 А/м. Определите давление, оказываемое волной на тело. Воспользуйтесь результатом выводов теории Максвелла о том, что если тело полностью поглощает падающую на него энергию, то давление равно среднему значению объемной плотности энергии в падающей электромагнитной волне.

8.35. В вакууме вдоль оси X распространяется плоская электромагнитная волна и падает по нормали на поверхность тела, полностью ее поглощающего. Амплитуда напряженности электрического поля волны равна 2 В/м. Определите давление, оказываемое волной на тело.

Практическое занятие № 9

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТОВЫХ ВОЛН

Цель занятия

Знакомство с явлениями интерференции и дифракции световых волн и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

К явлениям, подтверждающим волновой характер света, относятся интерференция и дифракция. Интерференция света наблюдается при сложении волн и заключается в перераспределении светового потока в пространстве. Необходимым условием интерференции волн является их когерентность, т. е. согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. При наложении двух или нескольких когерентных световых волн происходит пространственное перераспределение светового потока, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других минимумы интенсивности, т. е. наблюдается интерференция света.

Волну, излучаемую одним источником естественного света, для получения когерентных световых волн можно разделить на две части, а после прохождения ими разных оптических путей $L = nd$ (d – пройденное расстояние, n – показатель преломления) наложить друг на друга. При этом разность фаз двух когерентных волн определяется соотношением

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta,$$

где λ_0 – длина волны в вакууме; $\Delta = L_2 - L_1$ – оптическая разность хода.

Условие интерференционных максимумов (светлых участков при наблюдении в монохроматическом свете) соответствует сложению колебаний с одинаковой фазой:

$$\Delta = \pm 2m \cdot \frac{\lambda_0}{2},$$

а интерференционные минимумы (темные участки) наблюдаются там, где колебания складываются в противофазе ($m = 0, 1, 2, \dots$ – целое число):

$$\Delta = \pm(2m+1)\frac{\lambda_0}{2}.$$

Ширина интерференционной полосы, наблюдаемой на экране от двух когерентных источников, находящихся на расстоянии d друг от друга и на расстоянии $l \gg d$ от экрана, может быть рассчитана как

$$b = \frac{l}{d}\lambda_0.$$

Условие максимума и минимума при интерференции света, отраженного от верхней и нижней поверхностей тонкой плоскопараллельной пленки задаются соотношениями:

– условие максимума (max):

$$2dn \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin_i^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2m\frac{\lambda_0}{2};$$

– условие минимума (min):

$$2dn \cos r \pm \frac{\lambda_0}{2} = 2d\sqrt{n^2 - \sin_i^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}.$$

Классическим примером интерференционных полос равной толщины являются кольца Ньютона. Они наблюдаются при наложении двух лучей, отраженных от соприкасающихся друг с другом плоскопараллельной толстой стеклянной пластины ($1'$) и плосковыпуклой линзы ($2'$) с большим радиусом кривизны (рис. 9.1).

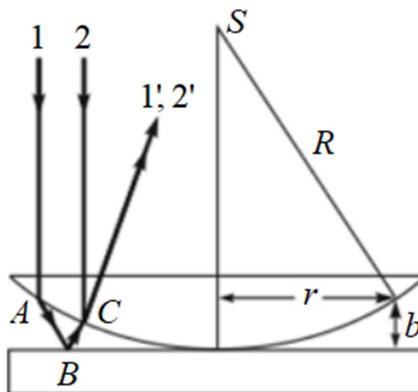


Рис. 9.1. Установка для наблюдения колец Ньютона

При падении света перпендикулярно к пластине вблизи точки соприкосновения пластинки и линзы разность хода ($AB + BC$) интерферирующих отраженных лучей (рис. 9.1) можно взять равной удвоенной толщине зазора b между пластиной и линзой с радиусом R :

$$AB + BC = 2b,$$

причем

$$b = R - \sqrt{R^2 - r^2} \approx R \left(1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right) \approx R \left(1 - 1 + \frac{r^2}{2R^2} \right) \approx \frac{r^2}{2R}.$$

Для нахождения оптической разности хода Δ необходимо учесть возникающее при отражении от оптически более плотной среды (пластины) изменение фазы световой волны на π , что приводит к появлению в Δ дополнительного слагаемого $\lambda/2$. Отметим, что при расчете радиусов колец Ньютона, наблюдаемых в проходящем свете, отражения от оптически более плотной среды нет. Соответствующее ему дополнительное слагаемое не возникает. Итак, оптическая разность хода интерферирующих лучей в отраженном свете (рис. 9.1) может быть найдена как

$$\Delta = 2b + \frac{\lambda}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda}{2}.$$

Линии постоянной разности хода представляют собой концентрические кольца с центром в точке касания линзы и пластинки. При заданном значении длины волны λ разность хода Δ зависит только от толщины b воздушного зазора. Следовательно, интерференционные полосы являются линиями равной толщины. При наблюдении в отраженном свете минимумы интенсивности (темные кольца) возникают в точках, для которых выполняются соотношения

$$\Delta = \left(k + \frac{1}{2} \right) \lambda = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{и} \quad \frac{r^2}{R} = k\lambda,$$

а максимумы (светлые кольца) – в точках, для которых справедливо

$$\Delta = k\lambda = 2k \frac{\lambda}{2} \quad \text{и} \quad \frac{r^2}{R} = (2k - 1) \frac{\lambda}{2},$$

где k – целое число: $k = 0, 1, 2, \dots$ – для темных колец; $k = 1, 2, 3, \dots$ – для светлых колец. Окончательное выражение для радиусов темных колец Ньютона в отраженном свете (светлых в проходящем) имеет вид:

$$r_m = \sqrt{k\lambda R} \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Для радиусов светлых колец Ньютона в отраженном свете (темных в проходящем) формула преобразуется к виду

$$r_m = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)\lambda R} \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Для более точного определения радиуса кривизны линзы R измеряют радиусы двух разных темных колец $r_{k_1}^2$ и $r_{k_2}^2$ и используют соотношение

$$R = \frac{r_{k_2}^2 - r_{k_1}^2}{\lambda(k_2 - k_1)}.$$

Для просветления оптики на стекло с показателем преломления n_c наносят тонкую пленку с показателем преломления n толщиной d , чтобы интерферирующие лучи в отраженном свете гасили друг друга, что происходит при выполнении следующих условий:

$$n = \sqrt{n_c}, \quad 2nd = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots).$$

Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики. При дифракции световые волны огибают границы непрозрачных тел и могут проникать в область геометрической тени.

Дифракция рассчитывается на основе принципа Гюйгенса – Френеля: каждая точка, до которой дошла волна, служит источником вторичных когерентных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени (рис. 9.2).

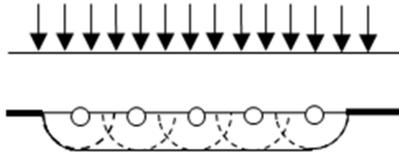


Рис. 9.2. Иллюстрация принципа Гюйгенса

Дифракция Френеля (дифракция в сходящихся лучах). При расчетах методом зон Френеля рассматривается взаимная интерференция когерентных вторичных волн, распространяющихся от точечного источника S , т. е. действие источника S заменяют действием воображаемых источников, расположенных на волновой поверхности Φ (рис. 9.3). Для расчета дифракционной картины Френель предложил оригинальный метод разбиения волновой поверхности S на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до точки наблюдения M отличались на $\lambda/2$ (λ – длина волны в той среде, в которой распространяется волна).

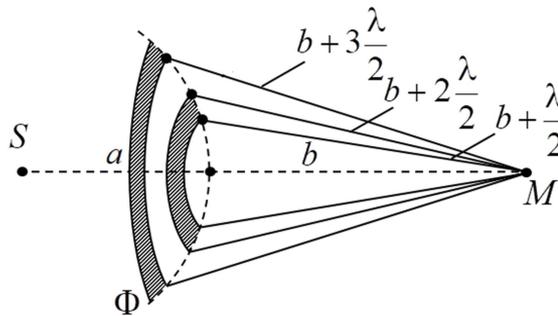


Рис. 9.3. Зоны Френеля

Расчеты показывают, что радиус внешней границы m -й зоны Френеля для сферической волны равен

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda},$$

где a и b – расстояния от источника до диафрагмы и от диафрагмы до экрана.

Колебания от соседних зон приходят в противофазе и ослабляют друг друга. Поэтому амплитуда A результирующего колебания в точке M для излучающей поверхности из большого числа зон определяется действием только половины центральной зоны:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \approx \frac{A_1}{2}.$$

При расчете дифракционной картины, получаемой при прохождении света через круглое отверстие радиусом r_0 (рис. 9.4), необходимо рассчитать число открытых зон Френеля, которое определяется радиусом отверстия r_0 , местоположением экрана (расстояниями a и b) и зависит от длины λ излучаемой волны:

$$m = \frac{r_0^2}{\lambda} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

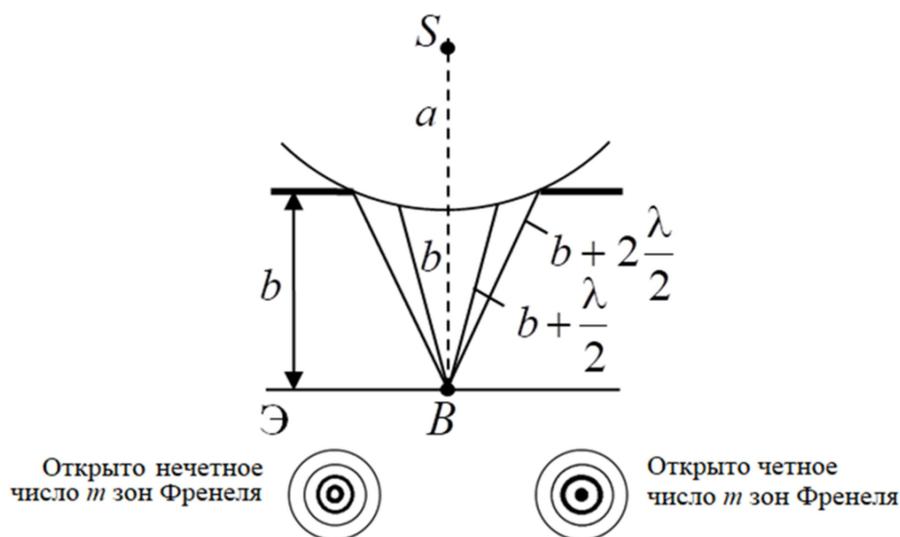


Рис. 9.4. Дифракция на круглом отверстии

Тогда амплитуда результирующего колебания будет равна

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},$$

где знак «+» соответствует нечетному числу зон m , в противном случае используется знак «-». Поэтому если небольшое отверстие (m невелико) открывает нечетное число зон Френеля, наблюдается максимум (светлое пятно), причем амплитуда в точке M будет вдвое больше, а интенсивность вчетверо больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием. При открытом четном числе зон Френеля амплитуда и интенсивность практически равны нулю, что соответствует минимуму. Вблизи точки P дифракционная картина от небольшого круглого отверстия будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центром в точке P . Если m – нечетное, то в центре будет светлое кольцо, если m – четное, то темное кольцо (рис. 9.4).

При огибании круглого диска, закрывающего первые m зон Френеля, на экране за диском всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно), соответствующий половине действия первой открытой зоны Френеля.

Дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах). Расчет дифракционной картины от щели шириной a в параллельных лучах представлен на рис. 9.5. Здесь точечный источник находится в фокусе собирающей линзы, а дифракционная картина исследуется в фокальной плоскости второй собирающей линзы, устанавливаемой за препятствием. Волновую поверхность разбивают на зоны Френеля в виде полос, выбранных так, чтобы разность хода от их краев различалась на $\lambda/2$ и подсчитывают оптическую разность хода между крайними лучами $\Delta = a \sin \varphi$.

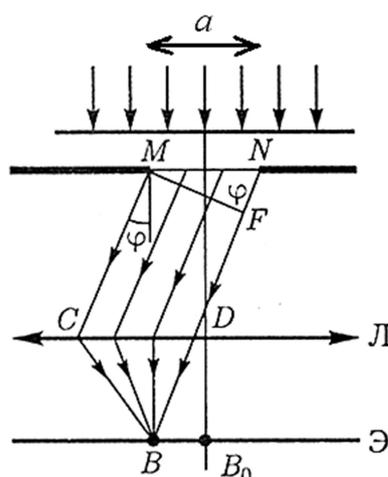


Рис. 9.5. Дифракция Фраунгофера

Если число зон Френеля, уместяющихся на ширине щели, четное:

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3 \dots),$$

в точке B наблюдается дифракционный минимум, если нечетное:

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3 \dots),$$

то в точке B наблюдается дифракционный максимум. В направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля, в которой наблюдается центральный дифракционный максимум.

Условия наблюдения дифракции на двух щелях приведены в табл. 9.1.

Таблица 9.1

Дифракция на двух щелях

Условие	Формула	Обоснование
Главные минимумы	$a \sin \varphi = \pm m\lambda$ ($m = 1, 2, 3 \dots$)	Свет не распространяется ни одной щелью в направлении φ
Дополнительные минимумы	$d \sin \varphi = \pm (2m+1) \frac{\lambda}{2}$ ($m = 0, 1, 2 \dots$)	В направлениях $d \sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{2}; \frac{3\lambda}{2}; \frac{5\lambda}{2} \dots$ лучи гасят друг друга, т. е. возникают дополнительные минимумы
Главные максимумы	$d \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$ ($m = 0, 1, 2 \dots$)	В направлениях $d \sin \varphi = \pm 0; \lambda; 2\lambda; 3\lambda \dots$ действие одной щели усиливает действие другой

В случае N щелей между двумя главными максимумами располагается $(N-1)$ дополнительный минимум. Условие дополнительного минимума:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m'\lambda}{N},$$

где $m' = 1, 2, 3 \dots$, кроме $0, N, 2N, \dots$ (N – число штрихов решетки).

Дифракционная решетка. Для разложения света в спектр и измерения длин волн используют дифракционную решетку – совокупность параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками (рис. 9.6).

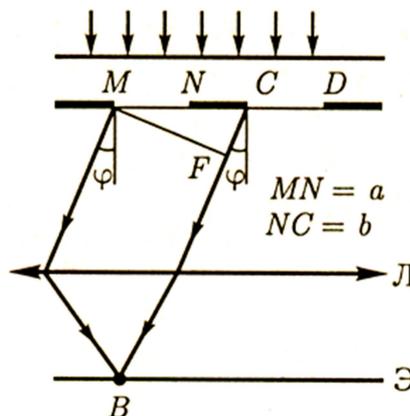


Рис. 9.6. Образование дифракционного спектра после прохождения через дифракционную решетку

Период d дифракционной решетки (расстояние от щели до щели) $d = a + b$ определяется суммой ширины a каждой щели и ширины b непрозрачных участков решетки. Иногда вместо периода d дифракционной решетки задается число штрихов (щелей) N на единицу ее длины, связанные соотношением $d = 1/N$.

Условия для углов дифракции φ , соответствующих максимумам интенсивности прошедшего через решетку с периодом d нормально падающего света с длиной волны λ , определяются формулой дифракционной решетки:

$$d \sin \varphi = m\lambda,$$

где $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – порядок спектра. Максимальный порядок спектра, даваемый решеткой, находится из соотношения $m \leq d/\lambda$.

Основными характеристиками дифракционной решетки являются угловая дисперсия и разрешающая способность. Угловая дисперсия дифракционной решетки характеризует степень углового разделения лучей с разной длиной волны:

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}.$$

Угловая ширина спектра D тем выше, чем больше порядок спектра и чем меньше постоянная решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки R – это минимальная разность двух монохроматических волн λ_1 и λ_2 равной интенсивности, которые можно видеть в спектре:

$$R = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} = mN.$$

Примеры решения типовых задач

Задача 9-1. На экране наблюдается интерференционная картина в результате наложения лучей от двух когерентных источников ($\lambda = 600$ нм). Определите, на сколько полос сместится интерференционная картина, если на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместить стеклянную пластинку (показатель преломления стекла $n = 1,6$) толщиной $d = 4$ мкм.

Решение. Пластинка изменяет разность хода интерференционных лучей на величину $\Delta = n \cdot d - d = d(n-1)$.

При внесении пластинки произойдет смещение интерференционной картины на m полос, т. е. $\Delta = m\lambda$.

Приравняв эти соотношения, найдем искомое число полос:

$$d(n-1) = m\lambda,$$

$$m = \frac{d(n-1)}{\lambda} = \frac{4 \cdot 10^{-6} (1,6-1)}{6 \cdot 10^{-7}} = 4.$$

Задача 9-2. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом $\lambda = 550$ нм. Определите радиус кривизны линзы R , если расстояние между вторым и третьим темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно $\Delta r = 0,5$ мм (рис. 9.1).

Решение. Поскольку радиус темного кольца в отраженном свете рассчитывается по формуле $r = \sqrt{k\lambda R}$, расстояние между вторым и третьим темными кольцами будет равно

$$\Delta r = \sqrt{3\lambda R} - \sqrt{2\lambda R} = \sqrt{\lambda R} (\sqrt{3} - \sqrt{2}).$$

Для нахождения радиуса кривизны линзы полученное соотношение возведем в квадрат. Окончательно будем иметь:

$$R = \frac{(\Delta r)^2}{\lambda(5 - 2\sqrt{6})} = \frac{(0,5 \cdot 10^{-3})^2}{55 \cdot 10^{-8} \cdot (5 - 2\sqrt{6})} = 4,5 \text{ м.}$$

Задача 9-3. Определите радиус третьей зоны Френеля, если расстояние от точечного источника света ($\lambda = 600$ нм) до волновой поверхности и от волновой поверхности до точки наблюдения равны $b = 1,5$ м (рис. 9.7).

Решение. Пусть S – точечный источник света, M – точка наблюдения. Из рис. 9.7 видно, что

$$SO = OM = b, \quad MP = b + m \frac{\lambda}{2}, \quad CP = r_m.$$

Введя высоту сферического сегмента $CO = x_m$, для имеющих на рис. 9.7 треугольников ΔSPC и ΔPMC запишем соотношения:

$$r_m^2 = a^2 - (a - x_m)^2, \quad r_m^2 = \left(b + m \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + x_m)^2.$$

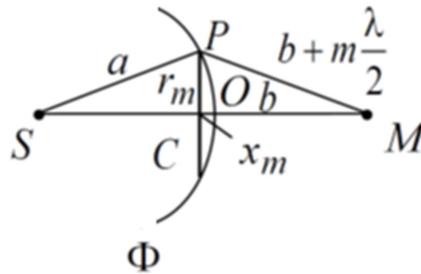


Рис. 9.7. К задаче 9-3

Приравняв правые части, получим равенство

$$a^2 - (a^2 - 2ax_m - x_m^2) = b^2 + bm\lambda + \frac{m^2\lambda^2}{4} - (b^2 + 2bx_m + x_m^2),$$

которое преобразуем к виду $2ax_m = bm\lambda - 2bx_m$.

Из последнего соотношения определим высоту сферического сегмента

$$x_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}.$$

Радиус зоны Френеля найдем из уравнения

$$r_m^2 = a^2 - (a - x_m)^2 = 2ax_m - x_m^2 \approx 2ax_m = \frac{2abm\lambda}{2(a+b)}.$$

С учетом того, что $x_m \ll a$, x_m^2 можно пренебречь.

Окончательное выражение для расчета радиуса зоны Френеля будет иметь вид

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}.$$

Таким образом, для третьей зоны Френеля, будем иметь $r_3 = 1,16$ мм.

Задача 9-4. Дифракция наблюдается на расстоянии $l=1,2$ м от точечного источника монохроматического света. Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определите длину волны падающего света, если диаметр отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным, равен $d=1,2$ мм (рис. 9.8).

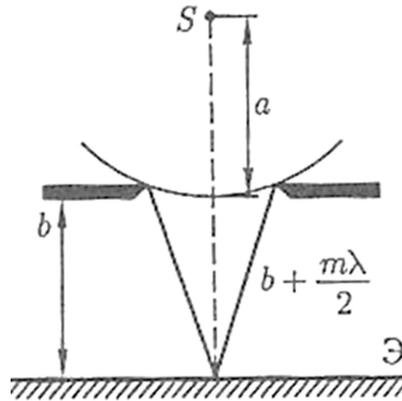


Рис. 9.8. К задаче 9-4

Решение. По условию задачи $a=b=l/2=0,6$ м. Отверстие диафрагмы открывает m -зону Френеля, радиус которой равен

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}.$$

Центр дифракционных колец на экране является наиболее темным, если открыто две зоны Френеля, т. е. $m=2$, причем

$$r_2 = \sqrt{\frac{ab}{a+b} 2\lambda}.$$

Кроме того, по условию задачи $r_2=d/2$. Итак, существует связь, описываемая формулой

$$r_2 = \frac{d}{2} = \sqrt{\frac{2ab}{a+b} \lambda}.$$

Для расчета длины волны падающего света последнее соотношение может быть возведено в квадрат:

$$\frac{d^2}{4} = \frac{2ab}{a+b} \lambda.$$

Отсюда

$$\lambda = \frac{d^2(a+b)}{8ab} = 500 \text{ нм.}$$

Задача 9-5. На щель шириной $a = 0,1$ мм падает нормально параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Экран, на котором проецируется дифракционная картина, расположен параллельно щели на расстоянии $L = 1,1$ м. Определите расстояние b между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального максимума Фраунгофера (рис. 9.9).

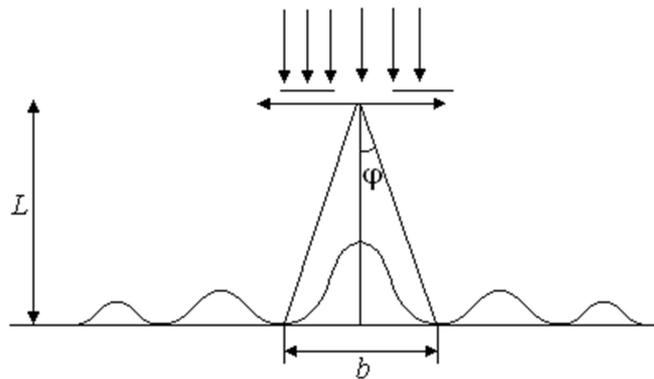


Рис. 9.9. К задаче 9-5

Решение. Условие дифракционных минимумов от щели, на которую нормально падает свет, имеет вид

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda \quad (m=1, 2, 3...),$$

где $m = 1$ по условию задачи.

Из рис. 9.9 видно, что

$$\frac{b}{2L} = \operatorname{tg} \varphi, \quad b = 2L \operatorname{tg} \varphi.$$

Так как $\frac{b}{2} \ll L$, то считаем, что $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$, и тогда $\sin \varphi = \frac{b}{2L}$.

Подставив полученное выражение в условие максимумов

$$a \sin \varphi = \pm m \lambda ,$$

получим

$$\frac{a \cdot b}{2L} = m \lambda, \quad b = \frac{2Lm\lambda}{a}.$$

Таким образом, расстояние b между первыми дифракционными минимумами, расположенными по обе стороны центрального максимума ($m = 1$), будет равно

$$b = \frac{2L\lambda}{a} = \frac{2 \cdot 1,1 \cdot 55 \cdot 10^{-8}}{10^{-4}} = 1,21 \text{ см.}$$

Задача 9-6. Определите длину волны монохроматического света, нормально падающего на узкую щель шириной $a = 0,05$ мм, если направление света на первый дифракционный максимум (по отношению к первоначальному направлению света) составляет $\varphi = 1^\circ$ (рис. 9.10).

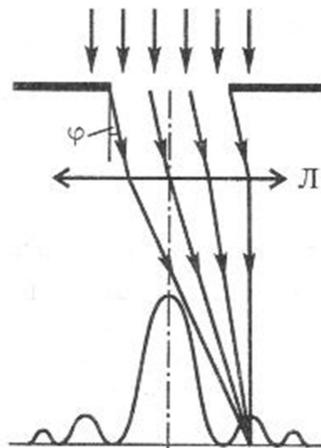


Рис. 9.10. К задаче 9-6

Решение. Максимумы интенсивности света при дифракции от одной щели наблюдаются под углами φ , определяемыми из условия

$$a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3 \dots).$$

Поэтому для определения длины волны света из этого соотношения выведем формулу

$$\lambda = \frac{2a \sin \varphi}{2m+1} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-5} \cdot \sin 1}{3} = 582 \text{ нм.}$$

Задача 9-7. На дифракционную решетку, содержащую $N = 200$ штрихов на 1 мм, падает свет с длиной волны $\lambda = 500$ нм. Под каким углом φ виден первый дифракционный максимум?

Решение. Для расчетов воспользуемся формулой дифракционной решетки:

$$d \sin \varphi = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Поскольку период решетки d и число N штрихов на 1 мм связаны соотношением

$$d = \frac{1}{N},$$

формула дифракционной решетки будет иметь вид:

$$\sin \varphi = Nm\lambda.$$

После подстановки численных значений, получим

$$\sin \varphi = 2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-7} = 0,1.$$

Рассчитанное значение соответствует углу

$$\varphi = \arcsin 0,1 = 5,74^\circ.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 9.1. В чем заключается принцип суперпозиции волн?
- 9.2. Раскройте понятия оптической длины пути, оптической разности хода лучей, разности фаз.
- 9.3. Какие волны называются когерентными? Что такое когерентность, время и длина когерентности?

9.4. Что называется интерференцией? Сформулируйте условия минимума и максимума интерференции.

9.5. Чем обусловлена интерференция в тонких пластинах? Запишите выражение для оптической разности хода лучей, условие минимума и максимума интерференции в тонкой пластине.

9.6. Что такое кольца Ньютона? Чему равен радиус светлых и темных колец Ньютона в отраженном и проходящем свете?

9.7. В чем заключается просветление оптики?

9.8. Что такое дифракция? Каковы условия наблюдения дифракции?

9.9. В чем заключается принцип Гюйгенса–Френеля?

9.10. Каков принцип построения зон Френеля? Как могут быть рассчитаны радиусы границ зон Френеля?

9.11. Каков принцип действия зонных пластинок?

9.12. Почему дифракция Френеля не наблюдается на больших отверстиях и больших дисках?

9.13. Какой вид имеет дифракционная картина, получающаяся при дифракции на малом круглом отверстии, на малом диске?

9.14. Что представляет собой дифракционная решетка? Запишите формулу дифракционной решетки.

9.15. Почему дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор? Как с ее помощью можно измерить длины волн?

9.16. На пути луча, идущего в воздухе, поставили стеклянную пластинку толщиной $h = 1$ мм. На сколько изменится оптическая длина пути луча, если луч будет падать на пластинку: а) нормально; б) под углом 30° ?

9.17. Определите длину отрезка l_1 , на котором укладывается столько же длин волн монохроматического света в вакууме, сколько их укладывается на отрезке $l_2 = 5$ мм в стекле. Показатель преломления стекла $n = 1,5$.

9.18. На мыльную пленку падает белый свет под углом $\alpha = 30^\circ$ к поверхности пленки. При какой наименьшей толщине пленки отраженный свет будет окрашен в желтый цвет ($\lambda = 600$ нм)? Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.

9.19. На плоскопараллельную пластинку с показателем преломления $n = 1,5$ под углом $i = 45^\circ$ падает параллельный пучок белого света. Определите, при какой наименьшей толщине пластинки зеркально отраженный свет наиболее сильно окрашен в красный свет ($\lambda = 670$ нм).

9.20. На стеклянный клин ($n = 1,5$) с углом при вершине $\alpha = 1'$ падает под углом $i = 18^\circ$ монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определите расстояние между двумя соседними минимумами при наблюдении интерференции.

9.21. На диафрагму с круглым отверстием радиусом $r = 1$ мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,05$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определите максимальное расстояние b_{\max} от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

9.22. Свет от монохроматического источника ($\lambda = 600$ нм) падает на диафрагму с диаметром отверстия $d = 6$ мм. За диафрагмой на расстоянии $l = 3$ м от нее находится экран. Какое число k зон Френеля укладывается в отверстие диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?

9.23. На пути одного из лучей интерферометра Жамена поместим откачанную трубку длиной $l = 10$ см. При заполнении трубки хлором интерференционная картина для длины волны $\lambda = 590$ нм сместилась на $k = 131$ полосу. Найдите показатель преломления n хлора.

9.24. На плоскопараллельную стеклянную пластинку наложена выпуклой стороной плосковыпуклая линза с радиусом кривизны $R = 12$ м. На плоскую поверхность линзы параллельно ее главной оптической оси падает пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. При этом в отраженном свете на линзе видны чередующиеся темные и светлые кольца, а в центре – темное пятно. Определите радиус третьего темного кольца.

9.25. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных и светлых колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определите показатель преломления жидкости.

9.26. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных и светлых колец в проходящем свете уменьшились в 1,25 раза. Определите показатель преломления жидкости.

9.27. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм, падающим нормально. Пространство между линзой и стеклянной пластинкой заполнено жидкостью. Наблюдение ведется в проходящем свете. Радиус кривизны линзы $R = 4$ м. Определите показатель преломления жидкости, если радиус второго светлого кольца $r = 1,8$ мм.

9.28. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом $\lambda = 500$ нм. Определите радиус кривизны линзы R , если расстояние между вторым и третьим темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно $\Delta r = 0,6$ мм.

9.29. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Наблюдение ведется в отраженном свете. Радиусы двух соседних темных колец равны $r_k = 4,0$ мм и $r_{k+1} = 4,38$ мм. Радиус кривизны линзы $R = 6,4$ м. Найдите порядковые номера колец и длину волны λ падающего света.

9.30. Определите минимальную толщину просветляющей пленки ($n = 1,22$) в области длин волн $\lambda = 600$ нм, если свет падает на стекло с показателем преломления $n_c = 1,5$ нормально.

9.31. Дифракция наблюдается на расстоянии $l = 4$ м от точечного источника монохроматического света ($\lambda = 0,5$ мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным.

9.32. Свет от источника света (щели S) падает на две узкие равноудаленные щели S_1 и S_2 , параллельные щели S . При этом S_1 и S_2 являются когерентными источниками. На экране, расположенном на расстоянии $l = 3$ м параллельно S_1 и S_2 , наблюдается явление интерференции. Определите угловое расстояние $\Delta\alpha$ между соседними светлыми полосами, если третья световая полоса на экране отстоит от центра интерференционной картины на $b = 4,5$ мм.

9.33. Падая на две щели, расположенные на расстоянии $b = 0,0026$ мм друг от друга, монохроматический свет образует полосу четвертого порядка под углом $\varphi = 6,4''$. Чему равна длина волны падающего света?

9.34. На узкую щель нормально падает монохроматический свет. Его направление на четвертую темную дифракционную полосу составляет $\varphi = 2^\circ 12'$. Определите, сколько длин волн укладывается на ширине щели.

9.35. На дифракционную решетку длиной $l = 15$ мм, содержащую $N = 3000$ штрихов, падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 550$ нм. Определите: а) число максимумов, наблюдаемых в спектре дифракционной решетки; б) угол, соответствующий последнему максимуму.

9.36. На дифракционную решетку с постоянной $d = 5$ мкм под углом $\varphi = 30^\circ$ падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Определите угол φ_3 дифракции для главного максимума третьего порядка. Каков период решетки d , если при нормальном падении на нее лучей

с длиной волны $\lambda = 0,75$ мкм на экране, отстоящем от решетки на расстоянии $L = 1$ м, максимумы первого порядка отстоят друг от друга на $x = 30,3$ см? Каково число штрихов N на $l = 1$ см решетки? Какое количество m максимумов дает эта дифракционная решетка? Каков максимальный угол φ_{\max} отклонения лучей, соответствующих последнему максимуму?

9.37. Определите максимальную разрешающую способность (для линии с $\lambda = 590$ нм) двух дифракционных решеток, имеющих одинаковую длину $l = 3$ мм, но разные периоды $d_1 = 3$ мкм и $d_2 = 6$ мкм.

9.38. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определите угол дифракции, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка отклонен на $\varphi_1 = 18^\circ$.

9.39. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определите наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная $d = 2$ мкм.

9.40. На дифракционную решетку нормально падает пучок света от разрядной трубки, наполненной гелием. На какую длину волны в спектре третьего порядка накладывается красная линия гелия ($\lambda = 670$ нм) спектра второго порядка?

9.41. Найдите угол отклонения лучей зеленого света ($\lambda = 0,55$ мкм) в спектре первого порядка, полученном с помощью дифракционной решетки, период которой $d = 0,02$ мм.

9.42. Дифракционная решетка с периодом $d = 10^{-5}$ м расположена параллельно экрану на расстоянии $l = 1,8$ м от него. Какого порядка максимум в спектре будет наблюдаться на экране на расстоянии $b = 10,44$ см от центра дифракционной картины при освещении решетки нормально падающим пучком света с длиной волны $\lambda = 580$ нм (считать $\sin\varphi \approx \operatorname{tg}\varphi$)?

9.43. Дифракционная решетка содержит $N = 200$ штрихов на миллиметр. На решетку падает нормально монохроматический свет длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

9.44. Докажите, что разрешающая способность дифракционной решетки не может превысить значения l/λ (где l и λ – длина решетки и волны света).

9.45. Определите максимальную разрешающую способность (для линии с $\lambda = 590$ нм) двух дифракционных решеток, имеющих одинаковую длину $l = 3$ мм, но разные периоды $d_1 = 3$ мкм и $d_2 = 5$ мкм.

Практическое занятие № 10

ПОЛЯРИЗАЦИЯ. ДИСПЕРСИЯ. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

Цели занятия

Знакомство с явлениями поляризации и дисперсии световых волн и характеристиками поглощения света, формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Следствием теории Максвелла является поперечность световых волн: векторы напряженностей электрического \vec{E} и магнитного \vec{H} полей волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости распространения волны. Каждый атом испускает свет, в котором световой вектор \vec{E} колеблется в одной плоскости, т. е. является плоско-поляризованным. Любой естественный источник света – это совокупность большого числа независимых излучателей (атомов). Поэтому в естественном свете направления колебаний вектора \vec{E} равновероятны (рис. 10.1).

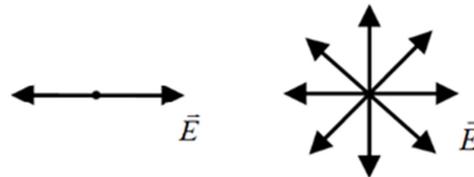


Рис. 10.1. Колебания вектора \vec{E} в плоско-поляризованном (слева) и естественном (справа) свете

Поляризованный свет – это свет, в котором направления колебаний светового вектора \vec{E} каким-то образом упорядочены. Степень поляризации света определяется соотношением

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}},$$

где I_{\max} и I_{\min} – максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света, пропускаемого анализатором.

Закон Малюса определяет интенсивность света, прошедшего последовательно через поляризатор и анализатор, которая пропорциональна квадрату косинуса угла между их плоскостями поляризации:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \alpha.$$

При падении естественного света на границу раздела двух прозрачных изотропных диэлектрических сред отраженный и преломленный лучи частично поляризованы. В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные плоскости падения, а в преломленном – колебания, совершающиеся в плоскости падения. Степень поляризации зависит от угла падения. Закон Брюстера: при угле падения естественного света, равном углу Брюстера i_B , тангенс которого равен

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{\sin i_B}{\cos r_B} = n_{21},$$

отраженный луч полностью поляризован (рис. 10.2), преломленный же луч поляризован максимально (но не полностью).

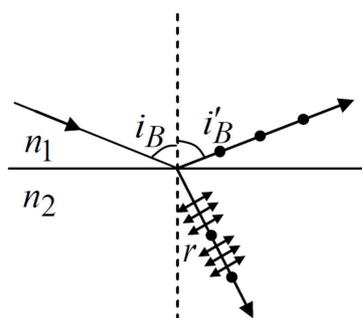


Рис. 10.2. Отражение и преломление лучей под углом Брюстера

Сравнение закона Брюстера с законом преломления света

$$n_{21} = \frac{\sin i_B}{\sin r_B}$$

приводит к соотношениям:

$$\cos i_B = \sin r_B, \quad \sin \left(\frac{\pi}{2} - i_B \right) = \sin r_B,$$

свидетельствующим о том, что отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны (рис. 10.2).

Дисперсия света – это совокупность явлений, обусловленных зависимостью фазовой скорости света в среде от его частоты, или, что то же самое, зависимостью абсолютного показателя преломления вещества от частоты (или длины волны) света. Согласно электромагнитной теории Максвелла свет представляет собой электромагнитную волну, скорость распространения которой в среде связана с показателем преломления n (оптические, диэлектрические и магнитные свойства вещества связаны между собой):

$$v = \frac{c}{n} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}}, \quad n = \sqrt{\epsilon\mu},$$

где ϵ и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости вещества. Чем оптически плотнее среда, тем больше показатель преломления среды n и тем меньше скорость света в ней.

В веществе длины световых волн уменьшаются в n раз, поскольку

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{c}{\nu} \frac{v}{c} = \lambda_0 \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n},$$

Отметим, что частота падающего света ν и его циклическая частота $\omega = 2\pi\nu$ не меняются при переходе из вакуума в вещество.

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 10.3).

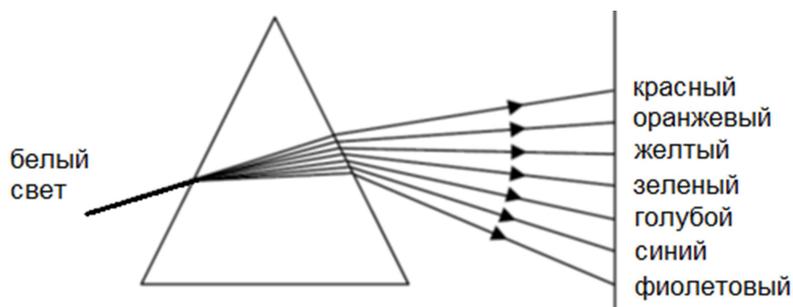


Рис. 10.3. Разложение белого света при прохождении его через призму

При нормальной дисперсии показатель преломления среды n увеличивается с уменьшением λ (увеличением ν , ω) (рис. 10.4, а):

$$\frac{dn}{d\lambda} < 0 \quad \left(\frac{dn}{d\nu} > 0 \right).$$

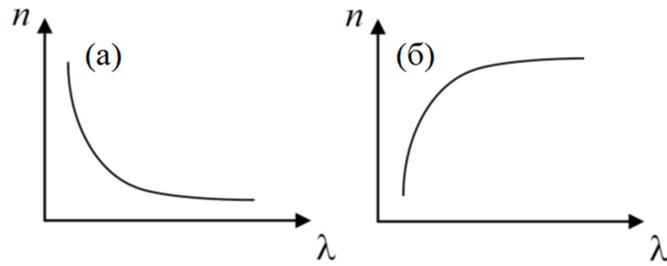


Рис. 10.4. Зависимость $n(\lambda)$ при нормальной (а) и аномальной (б) дисперсиях

Аномальная дисперсия – дисперсия, при которой показатель преломления среды n уменьшается с уменьшением λ (увеличением ν , ω):

$$\frac{dn}{d\lambda} > 0 \left(\frac{dn}{d\nu} < 0 \right).$$

Аномальная дисперсия наблюдается в областях частот, соответствующих полосам интенсивного поглощения света веществом (рис. 10.4, б).

В качестве количественной характеристики этого явления берется величина

$$D = \frac{dn}{d\lambda_0},$$

называемая дисперсией вещества, которая показывает, как быстро изменяется показатель преломления с изменением длины световой волны. Согласно классической электронной теории дисперсия света – результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Расчеты показывают, что зависимость показателя преломления вещества n от частоты ω внешнего поля имеет вид, изображенный на рис. 10.5.

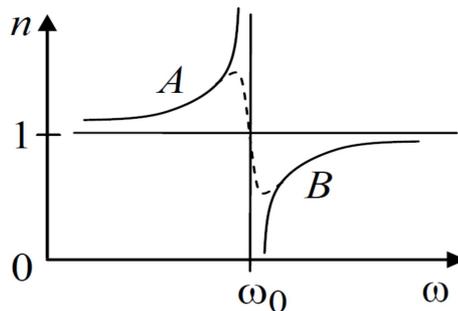


Рис. 10.5. Зависимость показателя преломления вещества $n(\omega)$ от частоты ω падающего электромагнитного излучения (света)

Аналитический вид зависимости представляется формулой

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

где n_0 – концентрация электронов с зарядом e и массой m ; ε_0 – электрическая постоянная; ω_0 – собственная частота колебаний электронов среды, ω – частота падающего на вещество света.

Поглощение света – явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии в другие ее виды. Поглощение света обусловлено тем, что при прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается. Опыт показывает, что интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону (Бугера – Ламберта):

$$I_1 = I_0 e^{-kx},$$

где I_0 и I_1 – интенсивности света на входе и выходе из поглощающего вещества толщиной x ; k – коэффициент поглощения, зависящий только от длины волны света, химической природы и состояния вещества.

Примеры решения типовых задач

Задача 10-1. Определите степень поляризации P света, который представляет собой смесь естественного света с плоско-поляризованным, если интенсивность поляризованного света I_{Π} равна интенсивности естественного $I_{\text{ест}}$.

Решение. Степень поляризации частично поляризованного света находится по формуле

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$

При этом по условию задачи интенсивности компонент света связаны соотношениями:

$$I_{\max} = I_{\Pi} + \frac{1}{2} I_{\text{ест}} = I_{\Pi} + \frac{1}{2} I_{\Pi} = \frac{3}{2} I_{\Pi}, \quad I_{\min} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} = \frac{1}{2} I_{\Pi}.$$

Подставляя значения интенсивностей рассчитанных компонент, для степени поляризации получим

$$P = \frac{\frac{3}{2}I_{\parallel} - \frac{1}{2}I_{\perp}}{\frac{3}{2}I_{\parallel} + \frac{1}{2}I_{\perp}} = \frac{I_{\parallel}}{2I_{\parallel}} = 0,5.$$

Задача 10-2. Определите, во сколько раз ослабится интенсивность света, прошедшего через два николя, расположенных так, что угол между их главными плоскостями $\alpha = 60^\circ$, а в каждом из николей теряется 8 % интенсивности падающего на него света.

Решение. Интенсивность света после прохождения через первый николю уменьшается за счет потерь на поглощение, которые учтем при введении коэффициента $k = 0,08$:

$$I_1 = \frac{1}{2}(1-k)I_0.$$

После прохождения второго николя изменение интенсивности происходит как за счет потерь на поглощение, так и в силу закона Малюса:

$$I_2 = I_1(1-k)\cos^2 \alpha.$$

Объединим оба эти соотношения:

$$I_2 = \frac{1}{2}(1-k)^2 \cos^2 \alpha I_0.$$

Таким образом, изменение интенсивности света, прошедшего через два николя, будет равно

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha} = \frac{2}{(1-0,08)^2 \cdot \cos^2 60^\circ} = 9,45.$$

Задача 10-3. Пучок естественного света падает на стекло с показателем преломления $n = 1,73$. Определите угол преломления r , при котором отраженный от стекла пучок света полностью поляризован.

Решение. Угол падения i , при котором отраженный от стекла пучок света полностью поляризован (см. рис. 10.2), называется углом Брюстера i_B , тангенс которого найдем из закона Брюстера:

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} = n.$$

Соответственно, расчет угла Брюстера даст величину

$$i_B = \operatorname{arctg} n = \frac{\pi}{3}.$$

Так как отраженный и преломленный лучи при угле Брюстера взаимно перпендикулярны (см. рис. 10.2), выполняются соотношения:

$$r_B + i_B = \pi - \frac{\pi}{2}, \quad r_B = \frac{\pi}{2} - i_B = \frac{\pi}{6} = 30^\circ.$$

Задача 10-4. Пучок естественного света, идущий в воздухе, отражается от поверхности вещества, скорость распространения света в котором $v = 1,5 \cdot 10^8$ м/с. Определите угол падения, при котором отраженный свет полностью поляризован.

Решение. Угол падения, при котором отраженный свет полностью поляризован, соответствует углу Брюстера, который может быть найден из соотношения

$$\operatorname{tg} i_B = n_{21} = n.$$

Поскольку показатель преломления среды связан со скоростью распространения света в среде соотношением $n = c/v$, для нахождения угла падения, при котором отраженный свет полностью поляризован, запишем:

$$\operatorname{tg} i_B = \frac{c}{v}, \quad i_B = \operatorname{arctg} \frac{c}{v} = \operatorname{arctg} 2 \approx 63^\circ.$$

Задача 10-5. Луч света выходит из стеклянной призмы ($n = 1,5$) под тем же углом, что и входит в нее. Определите угол отклонения δ луча призмы, если ее преломляющий угол $\varphi = 60^\circ$ (рис. 10.6).

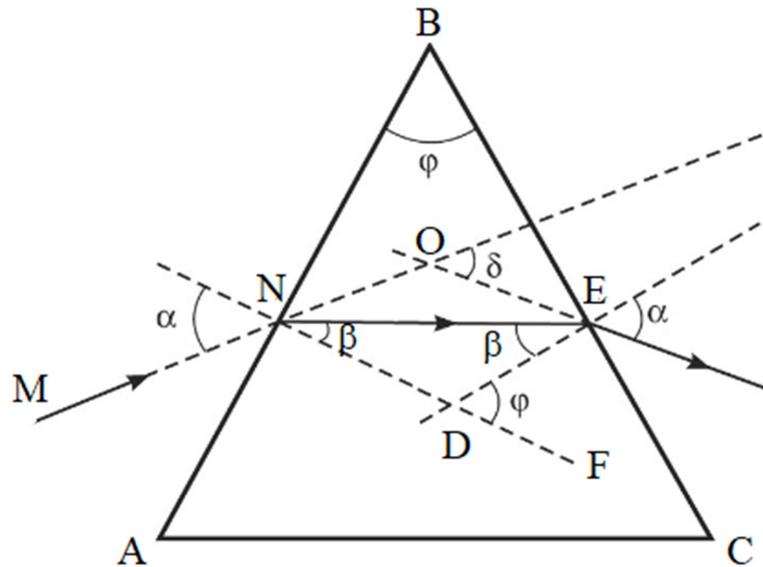


Рис.10.6. К задаче 10-5

Решение. После двукратного преломления пучок отклоняется от первоначального направления на угол δ . Сначала установим геометрические связи между углами. Поскольку прямые ND и ED перпендикулярны боковым граням призмы, угол EDF равен преломляющему углу призмы φ . Необходимо учесть, что сумма углов в треугольнике NED должна быть равна π , что позволит связать угол преломления β и преломляющий угол призмы φ :

$$2\beta + \pi - \varphi = \pi, \quad \beta = \frac{\varphi}{2}.$$

Угол отклонения δ рассчитаем из треугольника NOE :

$$2(\alpha - \beta) + \pi - \delta = \pi, \quad \delta = 2(\alpha - \beta) = 2\alpha - \varphi.$$

Здесь учтена связь углов β и φ . Теперь установим связь между углами α и β . Для ее нахождения воспользуемся законом преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n,$$

откуда для $\sin \alpha$ будем иметь

$$\sin \alpha = n \sin \beta = n \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \Rightarrow \alpha = \arcsin \left[n \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right].$$

Таким образом,

$$\delta = 2\alpha - \varphi = 2 \cdot \arcsin \left[n \cdot \sin \left(\frac{\varphi}{2} \right) \right] - \varphi,$$

$$\delta = 2 \cdot \arcsin [1,5 \cdot \sin 30^\circ] - 60 = 2 \cdot \arcsin(0,75) - 60^\circ = 37^\circ 11'.$$

Задача 10-6. Показатель преломления воздуха при нормальных условиях ($T_1 = 273$ К, $p_1 = 1,013 \cdot 10^5$ Па) для желтой линии натрия ($\lambda = 589,3$ нм) вдали от линии поглощения равен $n_1 = 1,0002918$. Определите показатель преломления n_2 воздуха при температуре $T_2 = 300$ К и давлении $p_2 = 1,5$ МПа.

Решение. Для расчета показателя преломления используем формулу

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2},$$

в которой n_0 – это концентрация электронов, пропорциональная концентрации молекул n_0^* , зависящей от температуры и давления газа. Остальные коэффициенты по условию задачи остаются неизменными. Запишем это уравнение для двух термодинамических состояний в следующей форме:

$$n_1^2 - 1 = \frac{n_{01} e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad n_2^2 - 1 = \frac{n_{02} e^2}{\varepsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Откуда

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1} = \frac{n_{01}}{n_{02}}.$$

Запишем уравнения состояния идеального газа для обоих термодинамических состояний:

$$p_1 = n_{01}^* k T_1 \quad \text{и} \quad p_2 = n_{02}^* k T_2.$$

Тогда

$$\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1}.$$

Решим данное уравнение относительно n_2 . Для квадрата показателя преломления будем иметь

$$n_2^2 = 1 + \frac{(n_1^2 - 1)p_2 T_1}{p_1 T_2}.$$

Откуда

$$n_2 = \sqrt{\frac{(n_1^2 - 1)p_2 T_1}{p_1 T_2} + 1} = 1,0039270.$$

Задача 10-7. Две пластинки одинаковой толщины, но сделанные из разного материала, пропускают соответственно 1/2 и 1/4 падающего потока световой волны. Пренебрегая отражением света, определите отношение коэффициентов поглощения k этих пластинок.

Решение. По закону Бугера – Ламберта для интенсивностей прошедшего света с учетом того, что обе пластинки имеют одинаковую толщину ($x_1 = x_2 = x$), запишем

$$I_1 = I_0 e^{-k_1 x}, \quad I_2 = I_0 e^{-k_2 x}.$$

Отношение интенсивностей света после поглощения определяется соотношением

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-k_1 x}}{e^{-k_2 x}} = \frac{4}{2} = \frac{e^{k_2 x}}{e^{k_1 x}},$$

позволяющим определить отношение коэффициентов поглощения этих пластинок:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\ln 4}{\ln 2} = 2.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 10.1. Какой свет называют поляризованным?
- 10.2. Какой свет называют естественным, плоско поляризованным, частично поляризованным, эллиптически поляризованным?
- 10.3. Что такое степень поляризации?
- 10.4. Как практически отличить плоско поляризованный свет от естественного света?
- 10.5. Как меняется интенсивность света, прошедшего через поляризатор? Сформулируйте закон Малюса.
- 10.6. Чем замечателен угол Брюстера? Сформулируйте закон Брюстера.
- 10.7. Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
- 10.8. Что такое анизотропия вещества, оптическая ось кристалла? Чем отличаются одноосные кристаллы от двухосных кристаллов?
- 10.9. Какие поляризационные приборы Вы знаете? В чём заключается принцип их действия?
- 10.10. Что такое дисперсия света?
- 10.11. В чем отличие нормальной дисперсии от аномальной?
- 10.12. С какой физической характеристикой световых волн связано различие в цвете?
- 10.13. Раскройте физический смысл показателя преломления света.
- 10.14. Что показывает дисперсия вещества?
- 10.15. Сформулируйте закон поглощения.
- 10.16. Степень поляризации частично поляризованного света составляет $P = 0,75$. Определите отношение максимальной интенсивности света, пропускаемого анализатором, к минимальной интенсивности.
- 10.17. Определите степень поляризации частично поляризованного света, если амплитуда светового вектора, соответствующая максимальной интенсивности света, в 3 раза больше амплитуды, соответствующей его минимальной интенсивности.
- 10.18. Естественный свет интенсивностью I_0 проходит через поляризатор и анализатор, угол между главными плоскостями которых составляет α . После прохождения света через эту систему он падает на зеркало и, отразившись, проходит вновь через нее. Пренебрегая поглощением света, определите интенсивность I света после его обратного прохождения.

10.19. Каков угол между плоскостями анализатора и поляризатора, если интенсивность естественного света, пропущенного через поляризатор и анализатор, уменьшилась в $k = 2$ раза?

10.20. Интенсивность естественного света, прошедшего через два николя, уменьшилась в $k = 8$ раз. Пренебрегая поглощением света, определите угол между главными плоскостями николей.

10.21. Луч света последовательно проходит через три николя (николь – это призма, применяемая в качестве поляризатора, в котором используется явление двойного лучепреломления), плоскости пропускания которых образуют между собой углы $\alpha_{12} = 45^\circ$ и $\alpha_{23} = 30^\circ$. Полагая, что коэффициент поглощения каждого николя $k = 0,15$, найдите, во сколько раз луч, выходящий из третьего николя, ослаблен по сравнению с лучом, падающим на первый николь.

10.22. Угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора равен $\alpha_1 = 45^\circ$. Во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол увеличить до $\alpha_2 = 60^\circ$?

10.23. Определите показатель преломления стекла n , если отраженный от него луч света полностью поляризован при угле преломления $i = 35^\circ$.

10.24. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $i_B = 42^\circ 37'$. Найдите показатель преломления n жидкости. Под каким углом i должен падать на дно сосуда луч света, идущий в этой жидкости, чтобы наступило полное внутреннее отражение?

10.25. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света составляет угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком. Определите показатель преломления n жидкости, если отраженный свет полностью поляризован. Какая это жидкость?

10.26. Найдите показатель преломления стекла, если при отражении от него отраженный свет будет полностью поляризован при угле преломления $r = 30^\circ$.

10.27. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы свет, отраженный от поверхности озера, был полностью поляризован?

10.28. Пластинка кварца толщиной $d_1 = 2$ мм, вырезанная перпендикулярно оптической оси кристалла, поворачивает плоскость поляризации монохроматического света определенной длины волны на угол $\varphi_1 = 30^\circ$. Определите толщину d_2 кварцевой пластинки, помещенной между параллельными николями, чтобы данный монохроматический свет гасился полностью.

10.29. Определите наименьшую толщину кристаллической пластинки в четверть волны для $\lambda = 530$ нм, если разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей для данной длины волны $n_e - n_o = 0,01$.

10.30. Показатель преломления воды для красного цвета с длиной волны в вакууме $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}$ м равен $n_1 = 1,331$, а для фиолетового с длиной волны в вакууме $\lambda = 4 \cdot 10^{-7}$ м он равен $n_2 = 1,343$. Найти длины этих волн в воде и скорости их распространения.

10.31. Свет падает нормально на границу раздела «воздух – стекло». Показатель преломления стекла $n = 1,6$. Определите длину волны λ в стекле, если длина волны в воздухе $\lambda_0 = 640$ нм.

10.32. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы и выходит из нее отклоненным на $\delta = 25^\circ$. Показатель преломления материала призмы для этого луча $n = 1,7$. Найдите преломляющий угол призмы.

10.33. На грань стеклянной призмы ($n = 1,5$) нормально падает луч света. Определите угол отклонения луча призмой, если ее преломляющий угол равен $\varphi = 30^\circ$.

10.34. Показатель преломления материала призмы для некоторого монохроматического луча равен $n = 1,6$. Каков должен быть наибольший угол падения этого луча на призму, чтобы при выходе луча из нее не наступало полное внутреннее отражение? Преломляющий угол призмы $\varphi = 45^\circ$.

10.35. На стеклянную призму с преломляющим углом $\varphi = 55^\circ$ падает луч света под углом $\alpha_1 = 30^\circ$. Определите угол отклонения δ луча призмой, если показатель преломления стекла равен $n = 1,5$.

10.36. Преломляющий угол призмы $\varphi = 28^\circ$. Монохроматический луч падает нормально на боковую поверхность призмы и выходит из нее отклоненным на угол $\delta = 25^\circ$. Найдите показатель преломления n материала призмы для этого луча.

10.37. Плоская монохроматическая световая волна распространяется в некоторой среде. Коэффициент поглощения для данной длины волны $a = 1,2 \text{ м}^{-1}$. Определите, на сколько процентов уменьшится интенсивность света при прохождении данной волной пути: а) 10 мм; б) 1 м.

10.38. При прохождении света в некотором веществе пути x его интенсивность уменьшилась в 3 раза. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении им пути $2x$.

10.39. Монохроматический свет падает нормально поочередно на две пластинки, изготовленные из одного и того же материала, одна толщиной $x_1 = 4$ мм, другая – $x_2 = 8$ мм. Пренебрегая вторичными отражениями, определите коэффициент поглощения k этого материала, если первая пластинка пропускает 0,7 светового потока, вторая – 0,52.

10.40. Коэффициент поглощения графита для монохроматического света определенной длины волны λ равен 700 см^{-1} . Определите толщину слоя графита, вызывающего ослабление света в 100 раз.

Практическое занятие № 11

ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Цель занятия

Знакомство с явлением теплового излучения световых волн и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Тела, нагретые до достаточно высокой температуры, приобретают способность светиться. Тепловое излучение – это электромагнитное излучение, испускаемое веществом, возникающее за счет энергии теплового движения атомов и молекул вещества (за счет его внутренней энергии) и свойственное всем телам при температуре выше абсолютного нуля. Тепловое излучение характеризуется сплошным спектром, интенсивность и положение максимума которого зависят от температуры, химической природы и агрегатного состояния светящегося тела. При высоких температурах излучаются электромагнитные волны видимого и ультрафиолетового диапазона, а при низких – преимущественно инфракрасного. Из всех видов излучения только тепловое излучение может быть равновесным. Это означает, что система тел, ограниченная идеально отражающей оболочкой, придет в состояние теплового равновесия. При этом убыль энергии тела из-за его собственного излучения компенсируется энергией, полученной от окружающих тел. Так как тепловое излучение является равновесным, оно должно подчиняться некоторым общим закономерностям, вытекающим из принципов термодинамики. Для их описания вводятся следующие характеристики теплового излучения.

Энергетическая светимость тела $R(T)$ – это физическая величина, численно равная энергии электромагнитных волн, излучаемых за единицу времени с единицы площади поверхности тела, и характеризующая интенсивность теплового излучения (мощность, излучаемую единицей площади поверхности тела) во всем диапазоне частот.

Спектральная излучательная способность (спектральная плотность энергетической светимости) $r(\omega, T)$ или $r(\lambda, T)$ характеризует спектральный состав теплового излучения и связана со светимостью тела в узком интервале частот $r(\omega, T)$ или длин волн $r(\lambda, T)$, которые связаны между собой:

$$r(\lambda, T) = \frac{2\pi c}{\lambda^2} r(\omega, T).$$

Для нахождения энергетической светимости необходимо просуммировать энергию излучения всех частот (длин волн), испускаемых с единицы поверхности тела за единицу времени:

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\omega, T) d\omega = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda.$$

Спектральная поглотительная способность тела $a(\omega, T)$ показывает, какая доля энергии dW монохроматического света с частотой ω , падающей в единицу времени на единицу поверхности тела, поглощается телом:

$$a(\omega, T) = \frac{dW_{\text{погл}}(\omega, T)}{dW(\omega, T)}.$$

Спектральная поглотительная способность тела $a(\omega, T)$ – величина безразмерная, причем $a(\omega, T) \leq 1$.

Абсолютно черное тело – это физическая модель, под которой понимают воображаемое тело, полностью поглощающее все падающее на него электромагнитное излучение независимо от его направления и спектрального состава:

$$a^*(\omega, T) = 1.$$

Серое тело – тело, поглощающая способность которого меньше единицы и не зависит от частоты ω (длины волны λ):

$$a(\omega, T) = a(T) = \text{const.}$$

Если тело вообще не поглощает энергию излучения, его поглотительная способность равна нулю:

$$a(\omega, T) = 0.$$

Между излучательной и поглотительной способностями любого тела имеется установленная Кирхгофом на основе второго закона термодинамики и анализа условий равновесного излучения в изолированной системе тел связь.

Закон Кирхгофа гласит: отношение излучательной способности тела к его поглотительной способности не зависит от материала тела и равно излучательной способности абсолютно черного тела $r(\omega, T)^* = f(\omega, T)$, которая является функцией только температуры и частоты (длины волны):

$$\frac{r(\omega, T)}{a(\omega, T)} = \frac{r(\omega, T)^*}{a(\omega, T)^*} = f(\omega, T),$$

где $f(\omega, T)$ – универсальная функция Кирхгофа.

Следствия из закона Кирхгофа:

- 1) всякое тело наиболее энергично излучает ту часть излучения, которую оно наиболее интенсивно поглощает;
- 2) наиболее эффективным излучателем при всех длинах волн и всех температурах является абсолютно черное тело.

Излучение, не подчиняющееся закону Кирхгофа, не является тепловым. Экспериментальное исследование зависимости $f(\omega, T)$ от частоты (длины волны) и температуры, примерный вид которой изображен на рис. 10.1, а также теоретическое описание этой зависимости стало важной задачей теории теплового излучения и привело к установлению ряда законов теплового излучения.

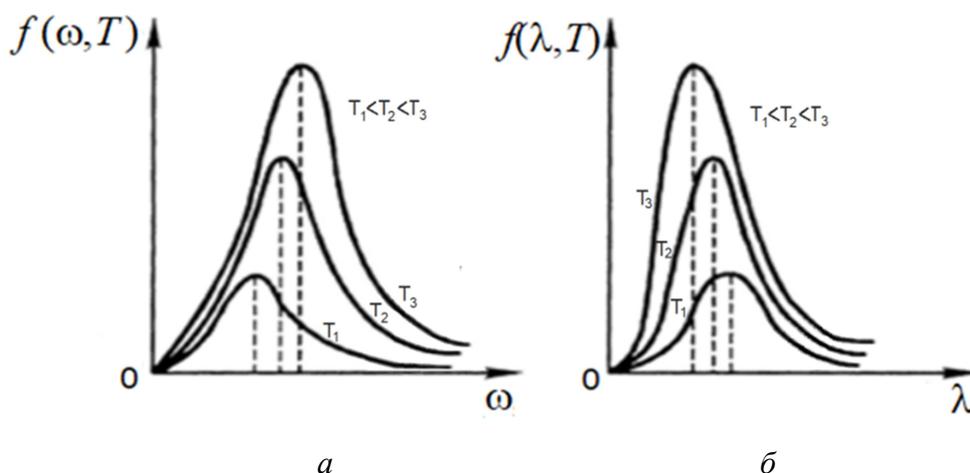


Рис. 10.1. Вид экспериментально найденной зависимости $f(\omega, T)$ от частоты (а) и длины волны (б) при разных температурах

Закон Стефана – Больцмана: энергетическая светимость абсолютно черного тела прямо пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры:

$$R(T)^* = \sigma T^4, \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4).$$

Законы Вина. Теоретическое рассмотрение излучения, заключенного в полости, привело Вина к выводу о том, что испускательная способность абсолютно черного тела должна иметь вид

$$f(\omega, T) = \omega^3 F\left(\frac{\omega}{T}\right),$$

где F – некоторая функция от ω/T , конкретный вид которой термодинамическими методами установить нельзя. Тем не менее, некоторые особенности такой функции позволяют записать определенные соотношения, в частности закон смещения Вина: в спектре излучения абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум излучательной способности, обратно пропорциональна абсолютной температуре тела:

$$\lambda_{\max} = b/T, \quad b = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

Используя этот закон, можно измерять температуру удаленных объектов, а также температуру очень нагретых тел. При повышении температуры λ_{\max} смещается (рис. 10.1) в сторону меньших длин волн (больших частот).

Второй закон Вина. Максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела возрастает пропорционально пятой степени термодинамической температуры:

$$f(\lambda_{\max}, T) = C \cdot T^5, \quad C = 1,29 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5).$$

Формула Рэля и Джинса, полученная в рамках классической статистики для универсальной функции Кирхгофа:

$$f(\omega, T) = \left(\frac{\omega^2}{4\pi^2 c^2} \right) kT,$$

правильно описывала низкочастотную часть спектра и при средних частотах приводила к резкому расхождению с экспериментом, а при высоких – к абсурдному результату, получившему название «ультрафиолетовой катастрофы».

Гипотеза Планка. Для получения согласующегося с экспериментом выражения для $f(\omega, T)$ Планком была выдвинута гипотеза о том, что атомы излучают энергию не непрерывно, а определенными порциями – квантами, причем энергия кванта пропорциональна частоте колебаний атома:

$$\mathcal{E} = h\nu = \hbar\omega, \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}, \quad \hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Энергия атома также квантуется, т. е. может принимать только определенные дискретные значения, равные целому числу квантов энергии. Формула Планка, полученная на основании квантовых взглядов на природу излучения, имеет вид:

$$f(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1}.$$

Она согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения черного тела во всем интервале частот и температур. Фактически эта формула объединила в себе все экспериментальные законы теплового излучения.

Примеры решения типовых задач

Задача 11-1. Определите количество теплоты, теряемой с поверхности $S = 50 \text{ см}^2$ расплавляемой платины за время $t = 1$ мин, если поглощательная способность платины $a = 0,8$. Температура плавления платины $T = 1770 \text{ }^\circ\text{C}$.

Решение. Энергетическая светимость серого тела

$$R(T) = a\sigma T^4.$$

Температуру плавления платины, заданную в градусах Цельсия, переведем в Кельвины, получив $T = 2043 \text{ К}$.

Для расчета количества теплоты, теряемой с поверхности, воспользуемся формулой

$$Q = W = R(T)St = a\sigma T^4 St = 237065 \text{ Дж} = 237 \text{ кДж}.$$

Задача 11-2. Черное тело находится при температуре $T_1 = 1500$ К. При остывании этого тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на $\Delta\lambda = 5$ мкм. Определите температуру, до которой охладилось тело.

Решение. Максимум спектральной плотности энергетической светимости связан с искомой температурой соотношением

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}.$$

С остыванием тела λ_{\max} смещается в сторону более длинных волн, причем

$$\Delta\lambda = \lambda_{2\max} - \lambda_{1\max} = \frac{b}{T_2} - \frac{b}{T_1}, \quad \Delta\lambda = b \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right).$$

Из последнего соотношения определим T_2 как

$$T_2 = \frac{bT_1}{\Delta\lambda T_1 + b}.$$

Проведем численные расчеты и получим значение температуры, до которой охладилось тело:

$$T_2 = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \cdot 1500}{5 \cdot 10^{-6} \cdot 1500 + 2,9 \cdot 10^{-3}} = 418 \text{ К.}$$

Задача 11-3. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения абсолютно черного тела, $\lambda_{\max} = 0,580$ мкм. Определите энергетическую светимость $R(T)^*$ абсолютно черного тела.

Решение. Энергетическая светимость $R(T)^*$ абсолютно черного тела определяется законом Стефана – Больцмана:

$$R(T)^* = \sigma T^4.$$

Температуру T абсолютно черного тела вычислим с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T}, \quad T = \frac{b}{\lambda_{\max}}.$$

Подставив это соотношение в формулу энергетической светимости абсолютно черного тела, получим

$$R(T)^* = \frac{\sigma b^4}{\lambda_{\max}^4}.$$

Произведя вычисления, найдем энергетическую светимость $R(T)^*$ абсолютно черного тела:

$$R(T)^* = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3,54 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2.$$

Задача 11-4. В результате нагревания черного тела длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости, сместилась с $\lambda_{1\max} = 2,7$ мкм до $\lambda_{2\max} = 0,9$ мкм. Определите, во сколько раз при этом увеличились энергетическая светимость тела $R(T_2)^*/R(T_1)^*$ и максимальная плотность энергетической светимости $f(\lambda_{2\max}, T_2)/f(\lambda_{1\max}, T_1)$.

Решение. По закону Стефана – Больцмана энергетическая светимость тела при определенной температуре определяется соотношениями:

$$R(T_2)^* = \sigma T_2^4 \quad \text{и} \quad R(T_1)^* = \sigma T_1^4.$$

Определим во сколько раз увеличилась энергетическая светимость:

$$\frac{R(T_2)^*}{R(T_1)^*} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_{1m}}{\lambda_{2m}} \right)^4 = \left(\frac{2,7 \cdot 10^{-6}}{0,9 \cdot 10^{-6}} \right)^4 = 3^4 = 81.$$

В соответствии со вторым законом Вина максимум спектральной плотности энергетической светимости пропорционален T^5 :

$$f(\lambda_{\max}, T) = CT^5.$$

Кроме того, согласно закону смещения Вина $T = b/\lambda_{\max}$.

С учетом вышесказанного отношение максимальных плотностей энергетической светимости $f(\lambda_{2\max}, T_2)/f(\lambda_{1\max}, T_1)$ при температурах T_2 и T_1 будет равно

$$\frac{f(\lambda_{2\max}, T_2)}{f(\lambda_{1\max}, T_1)} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^5 = \left(\frac{\lambda_{1\max}}{\lambda_{2\max}}\right)^5 = \left(\frac{2,7 \cdot 10^{-6}}{0,9 \cdot 10^{-6}}\right)^5 = 243.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

11.1. Какое излучение называется тепловым? Перечислите его основные свойства.

11.2. Какова природа теплового излучения?

11.3. Какие основные физические величины характеризуют тепловое излучение? Укажите их единицы измерения.

11.4. Как энергетическая светимость связана с излучательной способностью?

11.5. Является ли тепловое излучение равновесным?

11.6. Что такое абсолютно черное тело?

11.7. Какие тела по своим свойствам близки к черным телам?

11.8. Чем отличается серое тело от черного?

11.9. Сформулируйте закон Кирхгофа для теплового излучения.

11.10. Раскройте физический смысл универсальной функции Кирхгофа.

11.11. Как изменяется максимум спектральной плотности энергетической светимости черного тела с повышением температуры?

11.12. Почему закон Вина называется «законом смещения»?

11.13. Сформулируйте второй закон Вина.

11.14. Какова область применения законов Вина?

11.15. Нарисуйте и сопоставьте кривые зависимости универсальной функции Кирхгофа $f(\omega, T)$ от частоты ω при различных температурах.

11.16. Определите, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость $R(T)$ ослабла в 16 раз.

11.17. Какую энергию теряет раскаленная поверхность площадью $S = 0,2 \text{ см}^2$ при температуре $T = 3000 \text{ К}$? Поглощательная способность поверхности $a = 0,7$.

11.18. Найдите температуру T печи, если известно, что излучение из отверстия в ней площадью $S = 6,1 \text{ см}^2$ имеет мощность $P = 34,6 \text{ Вт}$. Излучение считать близким к излучению абсолютно черного тела.

11.19. Считая, что тело излучает как абсолютно черное, определите интенсивность излучения. Температура поверхности тела $T = 4500$ К.

11.20. Температура внутри печи $t = 650$ °С. Считая, что открытое отверстие печи диаметром $d = 6$ см излучает как черное тело, определите, какая доля мощности рассеивается стенками, если мощность, потребляемая печью, составляет $P = 600$ Вт.

11.21. В электрической лампочке мощностью $P = 25$ Вт температура вольфрамовой спирали равна $T = 2450$ К. Отношение ее энергетической светимости к энергетической светимости абсолютно черного тела при данной температуре составляет $\alpha = 0,3$. Найдите площадь S излучающей поверхности спирали.

11.22. Диаметр вольфрамовой спирали в электрической лампочке $d = 0,3$ мм, длина спирали $l = 5$ см. При включении лампочки в сеть напряжением $U = 127$ В через лампочку течет ток $I = 0,31$ А. Найдите температуру T спирали. Считать, что при установлении равновесия все выделяющееся в нити тепло уходит на излучение. Отношение энергетических светимостей вольфрама и абсолютно черного тела при данной температуре равно $\alpha = 0,31$.

11.23. Вольфрамовая нить накаливается в вакууме током $I = 1$ А до температуры $T_1 = 1000$ К. Определите, при какой силе тока нить накалится до температуры $T_2 = 3000$ К?

11.24. Вольфрамовая нить диаметром $d_1 = 0,1$ мм соединена последовательно с другой вольфрамовой нитью. Нити накаливаются в вакууме током, причем первая нить имеет температуру $T_1 = 2000$ К, а вторая $T_2 = 3000$ К. Вычислите диаметр второй нити.

11.25. При какой температуре T энергетическая светимость абсолютно черного тела будет равна $R(T) = 10$ кВт/м²?

11.26. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определите интенсивность солнечного излучения $R(T)$ вблизи Земли. Температура поверхности Солнца $T = 5780$ К.

11.27. Найдите солнечную постоянную K – количество лучистой энергии, посылаемой Солнцем в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к солнечным лучам и находящуюся на таком же расстоянии от него, как и Земля. Температура поверхности Солнца $T = 5800$ К. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

11.28. Считая, что атмосфера поглощает 10 % лучистой энергии, посылаемой Солнцем, найдите мощность излучения P , получаемую от Солнца горизонтальным участком Земли площадью $S = 0,5$ га. Высота Солнца над горизонтом $\varphi = 30^\circ$. Излучение Солнца считать близким к излучению абсолютно черного тела.

11.29. Температура поверхности Солнца $T = 6000$ К, отношение диаметра земной орбиты к диаметру Солнца составляет $2,14 \cdot 10^2$. Считая, что Земля одинаково излучает по всем направлениям, вычислите ее среднюю температуру.

11.30. Какую энергию W теряет раскаленная поверхность площадью $S = 0,2 \text{ см}^2$ при температуре $T = 2000$ К? Поглощательная способность поверхности $a = 0,5$.

11.31. Определите какую энергетическую светимость $R(T)$ имеет затвердевающий свинец? Отношение энергетических светимостей абсолютно черного тела и свинца для данной температуры равно $\alpha = 0,6$.

11.32. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 34$ кВт, площадь его поверхности $S = 0,6 \text{ м}^2$. Найдите температуру T этого тела.

11.33. Мощность излучения раскаленной металлической поверхности равна $P_1 = 0,67$ кВт. Температура поверхности $T = 2500$ К, ее площадь $S = 10 \text{ см}^2$. Найдите мощность излучения P этой поверхности, если бы она была абсолютно черной. Найдите отношение α энергетических светимостей этой поверхности и абсолютно черного тела при данной температуре.

11.34. Металлическая поверхность площадью $S = 10 \text{ см}^2$, нагретая до температуры $T = 2500$ К, излучает в одну минуту $P = 60$ кДж. Определите: а) энергию, излучаемую этой поверхностью, считая ее черной; б) отношение энергетических светимостей этой поверхности и черного тела при данной температуре.

11.35. Максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела приходится на длину волны $\lambda_{\text{max}} = 550$ нм. Какую энергетическую светимость $R(T)$ оно имеет?

11.36. При нагревании абсолютно черного тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от $\lambda_{\text{max1}} = 690$ нм до $\lambda_{\text{max2}} = 2500$ нм. Во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость тела $R(T)$?

11.37. Какую энергетическую светимость $R(T)$ имеет абсолютно черное тело, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_{\text{max}} = 600$ нм.

11.38. Определите длину волны λ_{max} , отвечающую максимуму испускательной способности черного тела при температуре $t = 37$ °С, и энергетическую светимость тела при этой температуре $R(T)$.

11.39. Максимум испускательной способности Солнца приходится на длину волны $\lambda_{\text{max}} = 0,5$ мкм. Считая, что Солнце излучает как черное тело, определите температуру T его поверхности и мощность излучения P .

11.40. Температура абсолютно черного тела повысилась с $T_1 = 1000$ К до $T_2 = 1500$ К. Определите, как и на сколько при этом изменилась длина волны $\Delta\lambda_{\max}$, отвечающая максимуму распределения энергии.

11.41. Максимум энергии излучения абсолютно черного тела приходится на длину волны $\lambda_{\max} = 450$ нм. Определите температуру T и энергетическую светимость тела $R(T)$.

11.42. Температура абсолютно черного тела понизилась с $T_1 = 1000$ К до $T_2 = 850$ К. Определите, как при этом изменилась длина волны $\Delta\lambda_{\max}$, соответствующая максимуму распределения энергии.

11.43. Длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения абсолютно черного тела $\lambda_{\max} = 700$ нм. Определите температуру тела T , а также максимальное значение спектральной плотности энергетической светимости $f(\lambda_{\max}, T)$ для этой длины волны.

11.44. Определите площадь излучающей поверхности черного тела, если максимум потока излучения приходится на волну с $\lambda_{\max} = 500$ нм.

11.45. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 10$ кВт. Найдите площадь излучающей поверхности тела S , если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda_{\max} = 700$ нм.

11.46. Зачерненный шарик остывает от температуры $T_1 = 300$ К до $T_2 = 293$ К. Определите на сколько изменилась длина волны λ_{\max} , соответствующая максимуму спектральной плотности его энергетической светимости.

11.47. При увеличении термодинамической температуры T абсолютно черного тела в два раза длина волны λ_{\max} , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $f(\lambda_{\max}, T)$ уменьшилась на $\Delta\lambda_{\max} = 400$ нм. Определите начальную и конечную температуры T_1 и T_2 .

11.48. Поверхность тела нагрета до температуры $T = 1000$ К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на $\Delta T_1 = 100$ К, другая охлаждается на $\Delta T_2 = 100$ К. Определите, во сколько раз изменится энергетическая светимость $R(T)$ поверхности этого тела.

Практическое занятие № 12

ФОТОЭФФЕКТ. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Цель работы

Знакомство с явлениями фотоэффекта, давления света, эффекта Комптона и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Фотоэффект – явление взаимодействия электромагнитного излучения с веществом, при котором энергия фотонов передается электронам вещества. В случае внешнего фотоэффекта под воздействием света электроны освобождаются от связей с атомами и молекулами вещества и испускаются с облучаемой поверхности в окружающее пространство. Если электроны теряют связь со своими атомами, но остаются внутри освещаемого вещества, увеличивая тем самым электропроводность вещества, то фотоэффект называется внутренним. Внешний фотоэффект наблюдается у металлов, а внутренний – у полупроводников и диэлектриков.

Для исследования внешнего фотоэффекта используется вакуумный баллон с двумя металлическими электродами, один из которых (катод с поверхностью из исследуемого материала) может освещаться монохроматическим светом некоторой длины волны λ . Типичные кривые зависимостей силы фототока $I(U)$ от приложенного к электродам напряжения U , полученных при двух значениях светового потока Φ , падающего на катод, изображены на рис. 12.1.

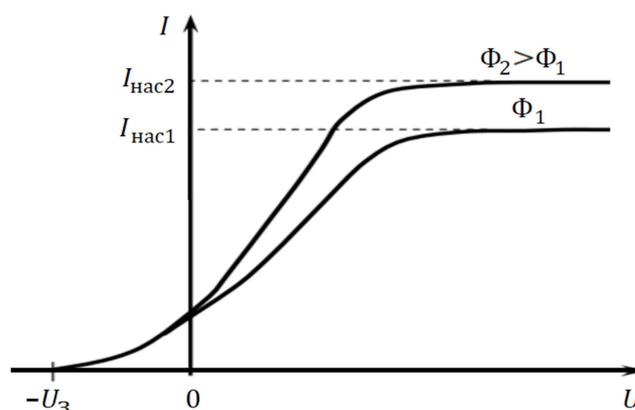


Рис. 12.1. Вольтамперная характеристика фотоэффекта при двух значениях светового потока Φ

Особенностью кривых является наличие фототока в области небольших отрицательных напряжений вплоть до задерживающего напряжения U_3 , не зависящего от светового потока Φ , а также существование фототока насыщения, когда все электроны, вырванные светом из катода, достигают анода. Фототок насыщения $I_{\text{нас}}$, определяемый количеством электронов, ежесекундно вырываемых из металла, пропорционален световому потоку Φ .

Найденные экспериментально закономерности фотоэффекта противоречили представлениям классической физики. Для их теоретического объяснения А. Эйнштейном была создана квантовая теория света, согласно которой свет не только излучается порциями (идея Планка), но и поглощается такими же порциями (квантами). Энергия кванта \mathcal{E} определяется соотношением

$$\mathcal{E} = h\nu = \hbar\omega = h\frac{c}{\lambda},$$

где h – постоянная Планка, $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж · с; $\hbar = h/2\pi$ – скорость электромагнитного излучения в вакууме; ω – его циклическая частота, $\omega = 2\pi\nu$; λ – длина его волны.

Согласно Эйнштейну, энергия кванта, полученная электроном массой m , поглощается им целиком. Часть этой энергии, равная работе выхода $A_{\text{вых}}$, затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть поверхность, остальная часть передается электрону в виде кинетической энергии, а также сообщается решетке в виде тепла, в частности из-за столкновений выбитых электронов с решеткой в процессе их миграции к поверхности. Скорости выбиваемых электронов имеют разные направления и величину, вплоть до некоторой максимальной скорости v_{max} , соответствующей электронам, не растратившим свою кинетическую энергию

$$E_{\text{к}} = \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2$$

на взаимодействие с решеткой. В соответствии с законом сохранения энергии, уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта может быть записано, как

$$h\nu = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}, \quad h\frac{c}{\lambda} = A_{\text{вых}} + \frac{1}{2}mv_{\text{max}}^2.$$

Из уравнения Эйнштейна следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона зависит от частоты падающего света (или длины волны) и работы выхода $A_{\text{ВЫХ}}$. При этом если $A_{\text{ВЫХ}} \geq h\nu$, то электроны не могут покинуть вещество. Минимальная частота ν_0 (максимальная длина волны λ_0), называемая «красной границей» фотоэффекта, зависит только от величины работы выхода электрона, т. е. от химической природы металла и состояния его поверхности. «Красная граница» фотоэффекта может быть найдена по формулам:

$$\nu_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h}, \quad \lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}}.$$

Существование фототока в области отрицательных напряжений между катодом и анодом объясняется тем, что фотоэлектроны, выбитые светом из катода, обладают отличной от нуля начальной кинетической энергией, за счет которой они двигаются к аноду, создавая электрический ток. При значении задерживающего напряжения U_3 , связанного с максимальной кинетической энергией электронов соотношением

$$\frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 = eU_3 = h \frac{c}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}},$$

ни одному из электронов, даже обладающему максимальной скоростью v_{max} , не удастся преодолеть задерживающее поле и достичь анода. Задерживающее напряжение U_3 не зависит от интенсивности падающего на катод потока Φ электромагнитного излучения (однако зависит от длины его волны).

Давление света – давление, оказываемое на тела электромагнитным излучением. Давление, оказываемое излучением на поверхность, является следствием того, что фотоны обладают импульсом, который они передают поверхности при соударении.

Если на площадь 1 м^2 поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ от поверхности отразится ρN фотонов, а $(1 - \rho)N$ – поглотится. Давление света равно импульсу, который передают в одну секунду N фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho)N = \frac{Nh\nu}{c} (1 + \rho) = \frac{E_e}{c} (1 + \rho),$$

где $E_e = Nh\nu = \Phi/S$ – облученность поверхности, равная суммарной энергии фотонов, падающих в одну секунду (световому потоку Φ) на 1 м^2 поверхности тела.

Таким образом, давление света может быть рассчитано по формуле

$$p = \frac{E_e}{c}(1 + \rho) = \frac{\Phi}{cS}(1 + \rho) = w(1 + \rho),$$

где w – объемная плотность энергии излучения, $w = E_e/c$.

Эффект Комптона – рассеяние электромагнитного излучения (рентгеновского и γ -излучения) на свободных покоящихся электронах вещества, сопровождающееся уменьшением частоты излучения. Эффект Комптона объясняется только на основе корпускулярных представлений, где он рассматривается как упругое рассеяние фотона с импульсом \vec{p} на свободном покоящемся электроне. В случае эффекта Комптона, который реализуется при энергиях фотонов не менее сотен электронвольт, энергией связи электронов с атомами (порядка нескольких электронвольт) вполне можно пренебречь и считать электрон свободным. А поскольку импульс таких фотонов также гораздо больше импульса электрона, электрон до столкновения можно считать покоящимся, т. е. имеющим равный нулю импульс.

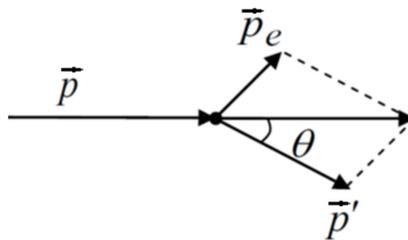


Рис. 12.1. Упругое рассеяние фотона на свободном покоящемся электроне

На рис. 12.1 изображен импульс системы «фотон – электрон» до столкновения, равный импульсу налетающего фотона \vec{p} , модуль которого равен $p = h\nu/c$. Импульс системы после столкновения образуется измененным импульсом фотона \vec{p}' после столкновения и рассеяния под углом θ , причем $p = h\nu'/c$, а также импульсом электрона отдачи \vec{p}_e . В процессах упругого рассеяния выполняются законы сохранения импульса и энергии, причем из закона сохранения импульса следует, что

$$\vec{p} = \vec{p}_e + \vec{p}', \quad p^2 = p_e^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta.$$

Энергия системы до и после столкновения и закон ее сохранения могут быть записаны как

$$W_0 + \mathcal{E} = W + \mathcal{E}',$$

где $W_0 = mc^2$ – энергия электрона до столкновения; $\mathcal{E} = h\nu$ – энергия налетающего фотона; $W = \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4}$ – энергия электрона после столкновения; $\mathcal{E}' = h\nu'$ – энергия рассеянного фотона.

Использование совместно с написанными выражениями формулы, связывающей частоту фотона и длину его волны $\nu = c/\lambda$, позволяет вывести соотношение для расчета комптоновского сдвига $\Delta\lambda$ длины волны:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta) = \lambda_C(1 - \cos\theta) = 2\lambda_C \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

Комптоновский сдвиг $\Delta\lambda$ не зависит от длины волны λ падающего света и природы рассеивающего вещества, а зависит только от угла θ между направлением рассеянного и первичного излучений. Коэффициент $\lambda_C = h/mc = 2,43 \cdot 10^{-12}$ м – комптоновская длина волны электрона.

Таким образом, с точки зрения волновой теории электромагнитное излучение характеризуется частотой ν (длиной волны λ) и скоростью распространения c . Однако с корпускулярной точки зрения фотон обладает энергией \mathcal{E} , массой m , импульсом p , причем эти величины связаны с его волновыми характеристиками следующими соотношениями:

$$\mathcal{E} = h\nu, \quad m = \frac{\mathcal{E}}{c^2}, \quad p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Примеры решения типовых задач

Задача 12-1. Определите длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов $U = 10$ В.

Решение. Импульс фотона p связан с длиной волны соотношением

$$p = mc = \frac{h\nu}{c^2}c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Выразим кинетическую энергию E_k электрона через его импульс p :

$$E_{\text{к}} = \frac{p^2}{2m}.$$

Поскольку кинетическая энергия получена в результате прохождения разности потенциалов U , справедливо выражение

$$\frac{p^2}{2m} = eU,$$

откуда

$$p = \sqrt{2meU}.$$

По условию задачи импульс фотона равен импульсу электрона:

$$\frac{h}{\lambda} = \sqrt{2meU}.$$

Отсюда длина волны фотона

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = 388 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 388 \text{ нм}.$$

Задача 12-2. Определите, во сколько раз максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов $E_{\text{к}}$, вырываемых с поверхности цинка ($A_{\text{вых}} = 4 \text{ эВ}$) монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 220 \text{ нм}$, превосходит среднюю энергию теплового движения электронов при температуре $t = 27 \text{ }^\circ\text{C}$.

Решение. Из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта

$$h \frac{c}{\lambda} = A_{\text{вых}} + E_{\text{к}}$$

выразим максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов $E_{\text{к}}$:

$$E_{\text{к}} = \frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}.$$

С другой стороны, средняя энергия теплового движения электронов при термодинамической температуре $T = 273 + 27 = 300 \text{ К}$ рассчитаем по формуле

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где k – постоянная Больцмана.

Следовательно,

$$\frac{E_{\text{к}}}{\langle \varepsilon \rangle} = \frac{\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}}}{\frac{3kT}{2}} = \frac{2 \cdot \left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}} \right)}{3kT} = \frac{2 \cdot \left(\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{220 \cdot 10^{-9}} - 4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \right)}{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \approx 42.$$

Задача 12-3. На поверхность металла падает излучение с длиной волны 280 нм. При некотором задерживающем напряжении фототок прекращается. При изменении длины волны излучения на $\Delta\lambda = 20$ нм задерживающий потенциал увеличивается на $\Delta U = 0,34$ В. Определите заряд электрона e , считая постоянной Планка h и скорость света c известными.

Решение. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта для падающего излучения с двумя длинами волн, λ и $(\lambda - \Delta\lambda)$, характеризующегося двумя задерживающими потенциалами U и $(U + \Delta U)$, соответственно:

$$h \frac{c}{\lambda} = A_{\text{ВЫХ}} + eU, \quad h \frac{c}{\lambda - \Delta\lambda} = A_{\text{ВЫХ}} + e(U + \Delta U).$$

В этих уравнениях максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов заменена на слагаемое, содержащее задерживающий потенциал. При этом использовано соотношение

$$eU = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2.$$

Разность уравнений, записанных для двух длин волн, даст выражение, не содержащее неизвестную величину U :

$$hc \left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) = e\Delta U.$$

Отсюда заряд электрона

$$e = \frac{hc}{\Delta U} \left(\frac{1}{\lambda - \Delta\lambda} - \frac{1}{\lambda} \right) =$$
$$= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,34} \left(\frac{1}{280 \cdot 10^{-9} - 20 \cdot 10^{-9}} - \frac{1}{280 \cdot 10^{-9}} \right) = 1,61 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Задача 12-4. Натрий освещается монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 40$ нм. Определите наименьшее задерживающее напряжение U_0 , при котором фототок прекратится. Длина волны, соответствующая «красной границе» фотоэффекта, для натрия равна $\lambda_0 = 584$ нм.

Решение. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта:

$$h \frac{c}{\lambda} = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m v_{\text{max}}^2}{2}.$$

Максимальная кинетическая энергия выбиваемых фотоэлектронов связана с задерживающим напряжением соотношением

$$eU_0 = \frac{m v_{\text{max}}^2}{2}.$$

Работа выхода определяет длину волны «красной границы» фотоэффекта:

$$A_{\text{ВЫХ}} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0}.$$

Подставив данное соотношение в уравнение Эйнштейна, получим

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{m v_{\text{max}}^2}{2},$$

откуда

$$eU_0 = \frac{m v_{\text{max}}^2}{2} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right) = hc \left(\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 \cdot \lambda} \right).$$

Наименьшее задерживающее напряжение U_0 , при котором фототок прекратится, найдем по формуле

$$U_0 = \frac{hc}{e} \left(\frac{\lambda_0 - \lambda}{\lambda_0 \cdot \lambda} \right) = 28,9 \text{ В.}$$

Задача 12-5. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 500$ нм на поверхность, расположенную перпендикулярно падающему свету, равно $p = 0,2$ мкПа. Коэффициент отражения $\rho = 0,3$. Определите число фотонов, поглощаемых каждую секунду площадью поверхности в $S = 1 \text{ м}^2$.

Решение. Если на один квадратный метр поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ от поверхности отразится ρN фотонов, а $(1 - \rho)N$ – поглотится. Давление света равно импульсу, который передают в одну секунду N фотонов:

$$p = \frac{N h \nu}{c} (1 + \rho).$$

Решив это уравнение относительно N , получим

$$N = \frac{pc}{h\nu(1 + \rho)} = \frac{p\lambda}{h(1 + \rho)}.$$

При этом число фотонов, поглощаемых указанной площадкой за 1 с, найдем как

$$N' = (1 - \rho)N,$$

где N – число падающих фотонов. Учитывая предыдущие соотношения, число фотонов, поглощаемых каждую секунду площадкой в 1 м^2 , составит

$$N' = (1 - \rho) \cdot \frac{p\lambda}{h(1 + \rho)} = 8,12 \cdot 10^{19}.$$

Задача 12-6. На идеально отражающую плоскую поверхность нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,55$ мкм. Поток излучения составляет $\Phi = 0,45$ Вт. Определите: а) силу давления, испытываемую этой поверхностью; б) число фотонов N , каждую секунду падающих на поверхность.

Решение. Силу давления на поверхность площадью S рассчитаем как

$$F = p \cdot S.$$

Здесь давление

$$p = \frac{E}{c}(1 + \rho) = \frac{\Phi}{cS}(1 + \rho),$$

где E – энергетическая облученность; $\Phi = ES$ – поток излучения.

Отсюда

$$F = \frac{\Phi}{cS}(1 + \rho)S = \frac{\Phi(1 + \rho)}{c} = \frac{0,45 \cdot (1 + 1)}{3 \cdot 10^8} = \frac{0,9}{3 \cdot 10^8} = 3 \cdot 10^{-9} \text{ Н.}$$

Поток излучения

$$\Phi = N \cdot \mathcal{E} = N h \nu = \frac{N h c}{\lambda},$$

откуда число фотонов, ежесекундно падающих на поверхность,

$$N = \frac{\Phi \lambda}{h c} = 1,24 \cdot 10^{18} \text{ с}^{-1}.$$

Задача 12-7. Фотон с энергией $\mathcal{E} = 0,23 \text{ МэВ}$ рассеялся на первоначально покоящемся электроне. Определите кинетическую энергию электрона отдачи $E_{\text{к}}$, если длина волны рассеянного фотона изменилась на 15 %.

Решение. Согласно закону сохранения энергии в эффекте Комптона кинетическая энергия электрона отдачи определяется разностью энергий падающего фотона \mathcal{E} и рассеянного фотона \mathcal{E}' :

$$E_{\text{к}} = \mathcal{E} - \mathcal{E}'.$$

По условию задачи в результате эффекта Комптона длина волны рассеянного излучения увеличивается на $\Delta\lambda$, причем $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 0,15\lambda$.

С учетом справедливости следующих соотношений:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad \varepsilon' = \frac{hc}{\lambda'} = \frac{hc}{\lambda + \Delta\lambda} = \frac{hc}{1,15\lambda},$$

а также формулы для длины волны падающего фотона

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon},$$

рассчитаем энергию рассеянного фотона

$$\varepsilon' = \frac{hc\varepsilon}{1,15 \cdot hc} = \frac{\varepsilon}{1,15}.$$

Следовательно, кинетическую энергию электрона отдачи рассчитаем по формуле

$$E_{\text{к}} = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{1,15} = \frac{1,15\varepsilon - \varepsilon}{1,15} = \frac{0,15}{1,15} \varepsilon = \frac{0,15 \cdot 0,23 \cdot 10^6}{1,15} = 3 \cdot 10^4 \text{ В.}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

12.1. В чем заключается явление фотоэффекта? Сформулируйте основные законы фотоэффекта.

12.2. Раскройте понятия вольт-амперной характеристики фотоэффекта и задерживающего напряжения.

12.3. Чем определяется фототок насыщения?

12.4. Что называется «красной границей» фотоэффекта?

12.5. С помощью уравнения Эйнштейна объясните законы фотоэффекта.

12.6. Расскажите, где применяется фотоэффект.

12.7. Объясните явление светового давления с точки зрения квантовой теории.

12.8. В чем заключается опыт Лебедева?

12.9. Чему равно отношение давлений света на зеркальную и зачерненную поверхности?

12.10. Выведите формулу давления света.

12.11. Что представляет собой эффект Комптона?

12.12. Что такое комптоновский сдвиг?

12.13. Почему эффект Комптона не может наблюдаться в видимой области спектра?

- 12.14. На каких частицах наблюдается эффект Комптона?
- 12.15. В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?
- 12.16. Для фотокатода, выполненного из вольфрама, работа выхода $A_{\text{вых}} = 4,5$ эВ. Определите, при какой максимальной длине волны λ_0 происходит фотоэффект.
- 12.17. При фотоэффекте с платиновой поверхности $A_{\text{вых}} = 5,3$ эВ электроны задерживаются разностью потенциалов $U_0 = 0,8$ В. Найдите длину волны λ применяемого облучения и предельную длину волны λ_0 , при которой еще возможен фотоэффект.
- 12.18. Найдите максимальную скорость электронов, выбиваемых из металла светом с длиной волны $\lambda = 300$ нм, если работа выхода $A_{\text{вых}} = 3 \cdot 10^{-19}$ Дж.
- 12.19. Фотокатод облучают светом с длиной волны $\lambda = 300$ нм. «Красная граница» фотоэффекта для вещества фотокатода $\lambda_0 = 450$ нм. Какое напряжение U_0 нужно создать между анодом и катодом, чтобы фототок прекратился?
- 12.20. Чему равна скорость электронов v , выбиваемых из металлической пластины, если при задерживающем напряжении $U_0 = 3$ В фотоэффект прекращается?
- 12.21. Фотоны, имеющие энергию $E = 5$ эВ, выбивают электроны с поверхности металла. Работа выхода электронов из металла равна $A_{\text{вых}} = 4,7$ эВ. Какой импульс p приобретают электроны при вылете с поверхности металла?
- 12.22. Чему равна длина волны λ_0 , соответствующая «красной границе» фотоэффекта, если при облучении металлической пластинки светом с длиной волны $\lambda = 3,3 \cdot 10^{-7}$ м максимальная скорость выбиваемых электронов составляет $v = 800$ км/с?
- 12.23. Длина волны «красной границы» фотоэффекта для некоторого металла составляет $\lambda_0 = 307$ нм. Максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов $E_{\text{к}} = 1$ эВ. Найдите отношение работы выхода электрона к энергии падающего фотона.
- 12.24. Частота света красной границы фотоэффекта для некоторого металла составляет $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц, задерживающая разность потенциалов для фотоэлектронов $U_3 = 2$ В. Определите частоту падающего света и работу выхода электронов.

12.25. Найдите постоянную Планка h , если известно, что электроны, вырываемые из металла светом с частотой $\nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15}$ Гц, полностью задерживаются разностью потенциалов $U_1 = 6,6$ В, а вырываемые светом с частотой $\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15}$ Гц – разностью потенциалов $U_2 = 16,5$ В.

12.26. Какая доля энергии фотона E израсходована на работу выхода $A_{\text{вых}}$ фотоэлектрона, если «красная граница» фотоэффекта $\lambda_0 = 307$ нм, а максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона $E_{\text{max}} = 1$ эВ?

12.27. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов $U_1 = 3,7$ В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до $U_2 = 6$ В. Определите работу выхода $A_{\text{вых}}$ электронов с поверхности этой пластинки.

12.28. При изменении длины волны падающего света максимальные скорости фотоэлектронов изменились в 0,75 раза. Первоначальная длина волны $\lambda_1 = 600$ нм, красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 700$ нм. Определите длину волны λ_2 после изменения.

12.29. Работы выхода электронов для двух металлов отличаются в два раза, задерживающие разности потенциалов – на $\Delta U = 3$ В. Определите работу выхода.

12.30. После изменения длины волны падающего света в 1,5 раза задерживающая разность потенциалов изменилась с $U_1 = 1,6$ В до $U_2 = 3$ В. Какова работа выхода?

12.31. Работа выхода электронов из металла равна $A_{\text{вых}} = 3,3$ эВ. Во сколько раз изменилась кинетическая энергия фотоэлектронов, если длина волны падающего света изменилась с $\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-7}$ м до $\lambda_2 = 1,25 \cdot 10^{-7}$ м?

12.32. На медный шарик падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,165$ мкм. До какого потенциала зарядится шарик, если работа выхода электрона для меди $A_{\text{вых}} = 4,5$ эВ?

12.33. На шарик из металла падает свет с длиной волны $\lambda_1 = 0,4$ мкм, при этом шарик заряжается до потенциала $\phi_1 = 2$ В. До какого потенциала ϕ_2 зарядится шарик, если длина волны станет равной $\lambda_2 = 0,3$ мкм?

12.34. Определите энергию фотона, если максимальная скорость фотоэлектронов равна $v_{\text{max}} = 2,8 \cdot 10^8$ м/с.

12.35. Максимальная скорость фотоэлектронов равна $v_{\max} = 0,98c$, где c – скорость света в вакууме. Найдите длину волны падающего света.

12.36. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,8$ равно $p = 1,43$ Па. Найдите концентрацию фотонов n вблизи поверхности.

12.37. Определите давление солнечных лучей p , нормально падающих на зеркальную поверхность, если интенсивность солнечного излучения равна $I = 1,37$ кВт/м².

12.38. Свет с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм нормально падает на зеркальную поверхность и производит на нее давление $p = 4$ мкПа. Определите число фотонов, ежесекундно падающих на площадку $S = 1$ см² этой поверхности.

12.39. Пучок параллельных лучей света падает нормально на плоскую зеркальную поверхность. Определите силу давления F , испытываемую этой поверхностью, если ее площадь $S = 2$ м², а энергетическая освещенность $E = 0,6$ Вт/м².

12.40. Солнечные лучи нормально падают на зеркальную поверхность. Определите давление солнечных лучей p , если интенсивность солнечного излучения равна $I = 2,74$ кВт/м².

12.41. Фотон с энергией $E = 1,025$ МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите угол рассеяния фотона φ , если длина его волны λ оказалась равной комптоновской длине волны $\lambda_C = 2,43$ пм.

12.42. Гамма-фотон с длиной волны $\lambda = 1,2$ пм в результате рассеяния на свободном электроне отклонился от первоначального направления на угол $\varphi = 60^\circ$. Определите кинетическую энергию E_k и импульс электрона отдачи p_e .

12.43. Определите длину волны рентгеновского излучения, если при комптоновском рассеянии этого излучения под углом $\theta = 60^\circ$ длина волны рассеянного излучения оказалась равной 57 пм.

12.44. Узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на рассеивающее вещество. Оказывается, что длины волн рассеянного под углами $\theta_1 = 60^\circ$ и $\theta_2 = 120^\circ$ излучения отличаются в 1,5 раза. Определите длину волны падающего излучения, предполагая, что рассеяние происходит на свободных электронах.

12.45. Угол рассеяния фотона с энергией $E = 1,2$ МэВ на свободном электроне равен $\varphi = 60^\circ$. Найдите длину волны рассеянного фотона λ , энергию E_k и импульс p_e электрона отдачи.

12.46. Фотон с импульсом $p = 5,44 \cdot 10^{-22}$ кг·м/с был рассеян на свободном электроном на угол $\varphi = 30^\circ$ в результате эффекта Комптона. Определите импульс рассеянного фотона p' .

12.47. Фотон с длиной волны $\lambda = 5$ пм испытал комптоновское рассеяние под углом $\theta = 90^\circ$ на первоначально покоившемся свободном электроном. Определите изменение длины волны при рассеянии, энергию и импульс электрона отдачи.

12.48. Фотон с энергией $E = 0,51$ МэВ в результате комптоновского рассеяния отклонился на угол $\varphi = 180^\circ$. Определите долю энергии (в процентах), оставшуюся у рассеянного фотона.

12.49. В результате комптоновского эффекта электрон приобрел энергию $E_1 = 0,5$ МэВ. Определите энергию падающего фотона E , если длина волны рассеянного фотона $\lambda' = 2,5 \cdot 10^{-12}$ м.

12.50. Фотон с энергией $0,25$ МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроном. Определите кинетическую энергию электрона отдачи, если длина волны рассеянного фотона изменилась на 20 %.

12.51. Фотон с энергией $0,3$ МэВ рассеялся под углом $\theta = 180^\circ$ на свободном электроном. Определите долю энергии фотона, приходящуюся на рассеянный фотон.

12.52. В результате комптоновского эффекта длина волны фотона увеличилась вдвое. Найдите кинетическую энергию E_k и импульс электрона отдачи p_e , если угол рассеяния $\varphi = 60^\circ$.

12.53. Первоначально покоившийся электрон приобрел кинетическую энергию $E_1 = 0,06$ МэВ в результате комптоновского рассеяния на нем γ -фотона с энергией $E = 0,51$ МэВ. Чему равен угол рассеяния фотона φ ?

12.54. Энергия падающего фотона $E = 1$ мэВ. В результате комптоновского эффекта электрон приобрел энергию $E_1 = 0,5$ МэВ. Определите длину волны рассеянного фотона λ' .

12.55. Фотон с длиной волны $\lambda = 1$ пм рассеялся на свободном электроном под углом $\varphi = 90^\circ$. Какую долю своей энергии фотон передал электрону?

Практическое занятие № 13

ДВОЙСТВЕННАЯ КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВАЯ ПРИРОДА СВЕТА И МИКРООБЪЕКТОВ

Цель занятия

Знакомство с двойственной корпускулярно-волновой природой света и микрообъектов, формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

С точки зрения волновых представлений свет представляет собой электромагнитную волну. Такие явления, как интерференция и дифракция света, могут быть объяснены только на основе волновых представлений. С другой стороны, существуют убедительные доказательства справедливости квантовых (корпускулярных) представлений о природе света. Распределение энергии в спектре равновесного теплового излучения объясняется на основе предположения об испускании света в виде квантов с энергией $\hbar\omega$. Для объяснения фотоэффекта достаточно предположить, что поглощение света также квантовано. Эйнштейн выдвинул гипотезу, что свет и распространяется в виде дискретных частиц – фотонов.

В настоящее время считается, что свойства непрерывности, характерные для электромагнитного поля световой волны, не исключают свойств дискретности, характерных для световых квантов – фотонов. Свет одновременно обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн, характеризующихся определенной частотой и длиной волны, и свойствами дискретных фотонов, обладающих энергией, массой и импульсом. Однако в проявлении этих противоположных свойств имеется вполне определенная закономерность. С уменьшением длины волны (увеличением частоты) все более отчетливо проявляются квантовые свойства света. У длинноволнового излучения основную роль играют его волновые свойства. Наоборот, волновые свойства коротковолнового излучения проявляются весьма слабо. Взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света можно объяснить, если использовать статистический подход к рассмотрению закономерностей распространения света: квадрат амплитуды световой волны в данной точке пространства является мерой вероятности попадания фотонов в данную точку.

Фотон обладает энергией, массой и импульсом. Энергия фотона определяется его частотой:

$$E = \hbar\omega = h\nu.$$

Масса фотона находится из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{\hbar\omega}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}.$$

Однако масса фотона существенно отличается от массы микроскопических тел и масс других элементарных частиц. Его масса покоя m_0 равна нулю. Действительно, релятивистская масса определяется соотношением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Для фотона, движущегося в вакууме со скоростью $v = c$, знаменатель обращается в нуль, а масса m при $m_0 \neq 0$ – в бесконечность. Таким образом, для фотона $m_0 = 0$, т. е. покоящихся фотонов не существует. Очевидно, что фотон всегда движется со скоростью $v = c$, так как при $v \neq c$ масса и энергия фотона были бы равны нулю, что противоречит формуле $m = \hbar\omega/c^2$.

Импульс фотона может быть получен из общей формулы теории относительности:

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{E_k (E_k + 2m_0c^2)}.$$

С учетом соотношения $m_0 = 0$, импульс фотона

$$p = \frac{E}{c} = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda} = mc.$$

Если ввести волновой вектор \vec{k} , модуль которого равен $k = 2\pi/\lambda$, а направление совпадает с направлением распространения света, то выражение для импульса может быть переписано в векторной форме:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k}.$$

Итак, три корпускулярные характеристики фотона (энергия, масса и импульс) связаны с волновой характеристикой света – его частотой.

Луи де Бройль выдвинул гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма свойств веществ, предположив, что установленная ранее для квантов света – фотонов – корпускулярно-волновая (квантовая) природа присуща всем частицам вещества, обладающим импульсом, – электронам, протонам, атомам и т. д., причем количественные соотношения между волновыми и корпускулярными характеристиками свободных частиц остаются такими же, как и для фотонов.

Согласно де Бройлю с каждым микрообъектом связываются, с одной стороны, корпускулярные характеристики (энергия E , масса m и импульс \vec{p}), с другой стороны – волновые характеристики (частота ν и длина волны λ). Связь между ними такая же, как и для фотонов:

$$E = h\nu = \hbar\omega, \quad p = \frac{\hbar\omega}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\nu}.$$

Поскольку скорости микрочастиц в нерелятивистской области обычно рассчитывают через их кинетическую энергию $E_k = m\nu^2/2$, длину волны, сопоставляемую движущимся частицам, иногда рассчитывают как

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}.$$

Для релятивистских частиц необходимо использовать соотношения:

$$\lambda = \frac{h}{m\nu} = \frac{h\sqrt{1-\nu^2/c^2}}{m\nu}, \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}.$$

Волны, ассоциированные со свободно движущимися частицами, получили название волн де Бройля. В настоящее время считается, что всем микрообъектам присущи корпускулярные и волновые свойства.

В то же время любую из микрочастиц нельзя считать ни частицей, ни волной в классическом понимании. Согласно современной трактовке корпускулярно-волнового дуализма у микрообъекта существует потенциальная возможность проявлять себя, в зависимости от внешних условий, либо как волна, либо как частица. У макроскопических тел волновые свойства не проявляются, так как масса их значительна и величина длины волны де Бройля λ пренебрежимо мала.

Волны де Бройля отражают корпускулярно-волновую (квантовую) природу микрочастиц и интерпретируются как волны, задающие статистические закономерности и вероятностный характер проявления дуализма свойств веществ. Волны де Бройля имеют специфическую (не электромагнитную) природу, не имеющую аналогии среди волн, изучаемых в классической физике: квадрат модуля амплитуды волны де Бройля в точке является мерой вероятности того, что частица будет обнаружена в этой точке.

Примеры решения типовых задач

Задача 13-1. Определите длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов $U = 10 \text{ В}$.

Решение. Импульс фотона

$$p_{\text{ф}} = m_{\text{ф}}c = \frac{h\nu}{c^2}c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Электрон, прошедший ускоряющую разность потенциалов, приобретает кинетическую энергию

$$E_{\text{к}} = \frac{p^2}{2m} = eU.$$

Отсюда импульс электрона

$$p_e = \sqrt{2m_e eU}.$$

После сравнения этих импульсов между собой, получим соотношение, содержащее искомую величину:

$$\frac{h}{\lambda} = \sqrt{2m_e eU}.$$

Учтя, что масса электрона равна $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, а его заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, длину волны определим по формуле

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}}.$$

Расчет ее численного значения даст следующую величину:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10}} = 388 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 388 \text{ нм}.$$

Задача 13-2. Найдите длину волны де Бройля λ для электрона, обладающего кинетической энергией: а) $E_{к1} = 100$ эВ; б) $E_{к2} = 3$ МэВ.

Решение. Электрон, обладающий большой кинетической энергией, может иметь скорость, сопоставимую со скоростью света. Для выявления того, является или нет электрон релятивистской частицей, сравним энергию движущегося электрона с энергией покоящегося:

$$E_0 = m_0 c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 81,9 \cdot 10^{-15} \text{ Дж} = 0,512 \text{ МэВ}.$$

В первом случае при $E_{к1} = 100$ эВ $\ll 512000$ эВ электрон является классической частицей, поэтому его импульс рассчитаем по формуле

$$p = \sqrt{2mW_k}.$$

Из формулы де Бройля следует, что длина волны λ_1 для электрона, обладающего кинетической энергией $E_{к1} = 100$ эВ, равна

$$\lambda_1 = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 100 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 1,23 \text{ \AA}.$$

Во втором случае при $E_{к2} = 3$ МэВ $> 0,512$ МэВ электрон следует считать релятивистской частицей, т. е. его импульс рассчитаем по формуле

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{W_k (W_k + 2m_0 c^2)}.$$

Таким образом, длина волны де Бройля λ для электрона, обладающего кинетической энергией $E_{к2} = 3 \text{ МэВ}$, будет равна

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{hc}{\sqrt{E_{к}(E_{к} + 2m_0c^2)}} = \\ &= \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot (3 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 2 \cdot 0,512 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19})}} = \\ &= 0,62 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,62 \text{ \AA}. \end{aligned}$$

Видно, что увеличение энергии электрона в 30000 раз привело к двукратному увеличению длины его волны.

Задача 13-3. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 500 \text{ В}$, имеет длину волны де Бройля $\lambda = 1,282 \text{ пм}$. Принимая заряд этой частицы по модулю равным заряду электрона, определите ее массу.

Решение. Частица с зарядом e , пройдя ускоряющую разность потенциалов U , получает кинетическую энергию

$$E_{к} = eU.$$

Поскольку кинетическая энергия связана с импульсом соотношением

$$E_{к} = \frac{mv^2}{2} = \frac{p^2}{2m},$$

приравняв эти две формулы, получим

$$p = \sqrt{2meU}.$$

Длина волны де Бройля связана с импульсом соотношением

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}},$$

с помощью которого произведем расчет массы частицы:

$$m = \frac{h^2}{2e\lambda^2 U} = \frac{6,62^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,282^2 \cdot 10^{-24} \cdot 500} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

На основании полученного значения предположим, что эта частица – протон.

Задача 13-4. Найдите длину волны де Бройля для: а) электрона, движущегося со скоростью $v = 10^6$ м/с; б) атома водорода, движущегося со средней квадратичной скоростью, соответствующей температуре $T = 300$ К; в) шарика массой $m = 1$ г, движущегося со скоростью $v = 1$ см/с.

Решение. Для электрона, движущегося со скоростью $v = 10^6$ м/с, скорость и масса известны ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг), поэтому длину волны де Бройля определим с помощью соотношения

$$\lambda_1 = \frac{h}{m_e v} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^6} = 0,73 \cdot 10^{-9} \text{ м.}$$

Среднюю квадратичную скорость и массу атома водорода определим как:

$$\bar{v}_{\text{КВ}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \quad m = \frac{\mu}{N_A}.$$

Соответственно, для расчета длины волны де Бройля атома водорода, движущегося с заданной средней квадратичной скоростью, используем соотношение

$$\lambda_2 = \frac{h}{mv} = \frac{hN_A}{\mu} \sqrt{\frac{\mu}{3RT}} = \frac{hN_A}{\sqrt{3\mu RT}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{\sqrt{3 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 300}} = 14,6 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Длина волны де Бройля шарика массой $m = 1$ г, движущегося со скоростью $v = 1$ см/с:

$$\lambda_3 = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-3} \cdot 10^{-2}} = 6,62 \cdot 10^{-29} \text{ м.}$$

Отметим, что столь малый размер длины волны не позволяет обнаружить у шарика волновые свойства.

Задача 13-5. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,03$ Тл по окружности $r = 10$ см. Определите длину волны де Бройля движущегося электрона.

Решение. Для расчета длины волны де Бройля движущегося электрона по формуле

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

предварительно рассчитаем его скорость. Поскольку электрон движется по окружности под действием силы Лоренца, которая сообщает ему центростремительное ускорение, движение электрона описывается уравнением

$$\frac{mv^2}{r} = evB,$$

откуда скорость электрона

$$v = \frac{eBr}{m}.$$

Подставив это соотношение в формулу для расчета длины волны де Бройля, получим

$$\lambda = \frac{h}{eBr} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,03 \cdot 0,1} = 1,38 \text{ нм.}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 13.1. В чем заключается двойственная природа света?
- 13.2. Как определить энергию фотона?
- 13.3. Как рассчитывается масса фотона?
- 13.4. Как определить энергию, массу и импульс фотона?
- 13.5. Чему равна масса покоя фотона?
- 13.6. Объясните взаимосвязь между двойственными корпускулярно-волновыми свойствами света.

- 13.7. В каком диапазоне частот в большей степени проявляются квантовые свойства света?
- 13.8. В чем заключается гипотеза де Бройля?
- 13.9. Запишите формулы для расчета волны де Бройля движущихся частиц.
- 13.10. Как связаны корпускулярные и волновые характеристики микрообъектов?
- 13.11. Почему можно считать, что волновые свойства у микроскопических тел практически отсутствуют?
- 13.12. Что означает, что у микрообъекта существует потенциальная возможность проявлять себя, в зависимости от внешних условий, либо как волна, либо как частица?
- 13.13. Являются ли волны де Бройля электромагнитными волнами?
- 13.14. Какова природа волн де Бройля?
- 13.15. Почему волны де Бройля иногда называют «волнами вероятности»?
- 13.16. Найдите массу фотона красных лучей света ($\lambda = 700$ нм), рентгеновских лучей ($\lambda = 25$ пм), гамма-лучей ($\lambda = 1,25$ пм).
- 13.17. Чему равен импульс фотона с энергией $E_k = 6 \cdot 10^{-19}$ Дж?
- 13.18. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его кинетическая энергия была равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?
- 13.19. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?
- 13.20. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы его масса была равна массе покоя электрона?
- 13.21. При какой температуре кинетическая энергия молекулы двухатомного газа будет равна энергии фотона с длиной волны $\lambda = 520$ нм?
- 13.22. Найдите длину волны и частоту излучения, масса фотонов которого равна массе покоя электрона.
- 13.23. Определите импульс и энергию рентгеновского фотона и электрона, если длина волны того и другого равна $\lambda = 10^{-10}$ м.
- 13.24. Определите массу фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов $U = 10$ В.
- 13.25. Заряженная частица, ускоренная разностью потенциалов $U = 500$ В, имеет длину волны де Бройля $\lambda = 1,282$ пм. Принимая заряд этой частицы, равный заряду электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, определите ее массу.

13.26. Протон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 15$ мТл по окружности радиусом $R = 1,4$ м. Определите длину волны де Бройля для протона.

13.27. Кинетическая энергия протона в 4 раза меньше его энергии покоя. Определите длину волны де Бройля.

13.28. Вычислите длину волны де Бройля электрона, движущегося со скоростью $v = 0,75$ с.

13.29. Кинетическая энергия протона равна его энергии покоя. Вычислите длину волны де Бройля для такого протона.

13.30. Вычислите отношение кинетической энергии электрона к кинетической энергии протона с одинаковой длиной волны де-Бройля для нерелятивистского случая.

13.31. Определите кинетическую энергию протона и электрона, для которых длина волны де Бройля равна $\lambda = 0,06$ нм.

13.32. Найдите отношение длин волн де Бройля для электрона и шарика массой $m = 0,12$ г, имеющих одинаковые скорости.

13.33. Найдите отношение длин волн деБройля для электрона и протона, прошедших ускоряющую разность потенциалов $U = 1000$ В.

13.34. Протон обладает кинетической энергией, равной энергии покоя. Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если его кинетическая энергия увеличится в 2 раза?

13.35. Определите, при каком числовом значении скорости длина волны де Бройля для электрона равна его комптоновской длине волны.

13.36. Какой кинетической энергией должен обладать протон, чтобы длина волны де Бройля протона равнялась его комптоновской длине волны?

13.37. Определите, какую энергию необходимо дополнительно сообщить электрону, чтобы его длина волны де Бройля уменьшилась от $\lambda_1 = 100$ до $\lambda_2 = 50$ пм.

13.38. Электрон прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найдите длину волны де Бройля для случаев: а) $U_1 = 51$ В; б) $U_2 = 510$ кВ.

13.39. Определите длину волны де Бройля для нейтрона, движущегося со средней квадратичной скоростью при $T = 290$ К.

13.40. Определите, какую ускоряющую разность потенциалов должен пройти протон, чтобы длина волны де Бройля для него была равна $\lambda = 1$ нм.

13.41. Определите длину волны де Бройля электрона, если его кинетическая энергия равна $E_k = 1$ кэВ.

13.42. Электрон обладает кинетической энергией $E_k = 1,53$ МэВ. Определите, во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия электрона уменьшится втрое.

13.43. Определите длину волны де Бройля электрона и протона, движущихся со скоростью $v = 10^6$ м/с.

13.44. Кинетическая энергия α -частицы, вылетающей из ядра атома радия при радиоактивном распаде, $E_k = 4,78$ МэВ. Найдите длину волны де Бройля вылетающей α -частицы.

13.45. Электрон движется со скоростью $v = 2 \cdot 10^8$ м/с. Определите длину волны де Бройля λ , учитывая изменение массы электрона в зависимости от скорости.

Практическое занятие № 14

ОСНОВЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ

Цель работы

Знакомство с основными соотношениями квантовой физики, приобретение навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Необходимость вероятностного подхода к описанию микрочастиц является важнейшей отличительной особенностью квантовой теории. Для описания распределения вероятности нахождения микрочастицы в данный момент времени в некоторой области пространства вводят функцию, называемую волновой функцией (или Ψ -функцией) и определяемую следующим образом:

$$\Psi(x, y, z, t) = \Psi(\vec{r}, t).$$

Вероятность dW того, что частица находится в элементе объема dV , пропорциональна квадрату модуля Ψ -функции и величине элемента объема dV :

$$dW = |\Psi(x, y, z, t)|^2 dV = |\Psi(\vec{r}, t)|^2.$$

Здесь $|\Psi|^2 = \Psi\Psi^*$, причем Ψ^* – функция, комплексно сопряженная с Ψ . Волновая функции может быть как действительной, так и комплексной. Физический смысл имеет не сама Ψ -функция, а квадрат ее модуля, который определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства в данный момент времени и всегда является действительной величиной. Иными словами, квадрат модуля Ψ -функции определяет интенсивность волн де Бройля.

Вероятностный смысл волновой функции $\Psi(\vec{r}, t)$ требует, чтобы вероятность достоверного события равнялась единице. Поэтому должно выполняться условие нормировки вероятностей:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1,$$

где интеграл вычисляется по всему пространству. Это условие говорит об объективном существовании частицы в пространстве, т. е. пребывание частицы где-либо в пространстве есть достоверное событие и его вероятность должна быть равна единице.

Чтобы волновая функция являлась объективной характеристикой состояния микрочастиц, условие нормировки вероятностей должно быть дополнено рядом ограничительных условий (стандартные условия). Функция Ψ , характеризующая вероятность обнаружения микрочастицы в элементе объема, должна быть конечной (вероятность не может быть больше единицы), однозначной (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и непрерывной (вероятность не может изменяться скачком); ее частные производные также должны быть непрерывными.

В классической механике состояние материальной точки (частицы) и ее движение по определенной траектории определяется одновременным заданием для каждой точки значений координат, импульса, энергии и т. д. Поскольку в квантовой механике движение микрочастиц описывается вероятностным образом, естественно ожидать, что некоторые физические величины, характеризующие микрочастицу, не имеют строго определенных значений. При этом оказывается, что неопределенности некоторых физических величин не являются независимыми, а связаны между собой некоторыми соотношениями.

Учитывая волновые свойства микрочастиц и связанные с волновыми свойствами ограничения в их поведении Вернер Гейзенберг пришел к выводу, что микрообъект невозможно одновременно с любой точностью характеризовать и координатой, и импульсом. Согласно соотношению неопределенностей Гейзенберга, неопределенности этих величин удовлетворяют условиям:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar;$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar;$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar.$$

Другими словами, произведение неопределенностей координаты и соответствующей ей проекции импульса не может быть меньше величины порядка \hbar , где

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Физический смысл соотношения неопределенностей заключается в невозможности одновременного точного определения координаты и соответствующей проекции импульса, причем эта невозможность не связана с несовершенством методов измерения или измерительных приборов, а является следствием специфики микрообъектов.

Соотношение неопределенностей является одним из фундаментальных положений квантовой механики. Одного этого соотношения достаточно, чтобы получить ряд важных результатов. В частности, соотношение неопределенностей позволяет понять, почему нельзя говорить о движении электрона в атоме по определенной траектории с точно заданной в каждой точке скоростью, почему электрон не падает на ядро атома, а также оценить размеры простейшего атома и минимальную возможную энергию электрона в таком атоме.

В квантовой теории рассматривается также соотношение неопределенностей для энергии E и времени t , поскольку неопределенности этих величин удовлетворяют условию

$$\Delta E \Delta t \geq \hbar,$$

где ΔE – неопределенность энергии некоторого квантового состояния системы; Δt – время пребывания системы в данном состоянии. Следовательно, система, имеющая среднее время жизни Δt , не может быть охарактеризована определенным значением энергии. Разброс энергии

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t}$$

возрастает с уменьшением среднего времени жизни. Отсюда также следует, что частота излучения фотона из-за конечности времени жизни атома в возбужденном состоянии должна иметь неопределенность, т. е. спектральные линии должны иметь некоторую ширину.

В классической механике законы Ньютона позволяют описать движение тел в пространстве и во времени, т. е. по силам, действующим на тело, и по начальным условиям найти для любого момента времени координаты тела и его импульс. В квантовой механике состояние микрочастицы характеризуется не координатами и импульсом, а волновой функцией $\Psi(\vec{r}, t)$, в которой заложена двойственная природа микрообъектов. Поэтому уравнением движения микрочастицы должно быть уравнение, позволяющее рассчитать волновую функцию $\Psi(\vec{r}, t)$ и квадрат ее модуля, определяющий вероятность нахождения частицы в данной точке

пространства в определенный момент времени. Такое уравнение было записано Эрвином Шредингером в 1926 г. Уравнение Шредингера для нерелятивистской ($v \ll c$) микрочастицы с массой m имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\vec{r},t)+U(\vec{r},t)\Psi(\vec{r},t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t},$$

где $U(x,y,z,t)=U(\vec{r},t)$ – определяющая конкретный вид волновой функции потенциальная энергия частицы в силовом поле, зависящая от характера сил, действующих на микрочастицу; $i=\sqrt{-1}$; $\nabla^2=\Delta$ – оператор Лапласа, причем

$$\nabla^2\Psi=\Delta\Psi=\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}.$$

Используя линейный оператор, называемый оператором Гамильтона или просто гамильтонианом, определяемый как

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2+U(\vec{r},t),$$

общее уравнение Шредингера может быть также записано в виде

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(\vec{r},t)}{\partial t}=\hat{H}\Psi(\vec{r},t).$$

Справедливость постулируемого уравнения Шредингера доказывается хорошим согласием с опытом выводов, полученных с его помощью.

Если силовое поле, в котором движется микрочастица стационарно, т. е. функция $U(x,y,z,t)=U(\vec{r},t)=U(x,y,z)=U(\vec{r})$ не зависит явно от времени, уравнение Шредингера упрощается, поскольку Ψ -функция распадается на два сомножителя, один из которых – $\psi(\vec{r})$ зависит только от координат, а другой – от времени:

$$\Psi(\vec{r},t)=\psi(\vec{r})\exp\left(-i\frac{E}{\hbar}t\right)=\psi(\vec{r})\exp(-i\omega t),$$

где E – полная энергия микрочастицы; $\omega=E/\hbar$ – частота ее волны де Бройля.

В стационарных силовых полях уравнение Шредингера упрощается:

$$\Delta\psi(\vec{r}) + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U(\vec{r}))\psi(\vec{r}) = 0, \quad \hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}).$$

Именно это уравнение играет основную роль в атомной физике.

Явный вид функции $U(x, y, z) = U(\vec{r})$ зависит от решаемой задачи:

– в случае свободной частицы или частицы, находящейся в потенциальной яме, или проходящей через энергетический барьер:

$$U = U_0 = \text{const};$$

– для электрона в водородоподобном атоме

$$U = U(r);$$

– для частицы, осциллирующей вдоль оси x в поле квазиупругой силы:

$$U = U(x).$$

Здесь

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad U(x) = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega_0^2 x^2.$$

Функции ψ , удовлетворяющие уравнению Шредингера при U , называются собственными функциями. Значения $E = E_n$, при которых существуют решения данного уравнения, называются собственными значениями. Совокупность собственных значений E_n называется энергетическим спектром. Основная задача квантовой механики – нахождение спектра собственных значений энергии E_n и соответствующих им волновых функций ψ_n , удовлетворяющих стандартным условиям.

Волновая функция ψ , являясь основной характеристикой состояния микрообъектов, позволяет вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект, с помощью соотношения

$$\langle L \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} L|\psi(\vec{r})|^2 dV.$$

Свободная движущаяся вдоль оси x частица, обладающая энергией E и импульсом $p = \hbar k = \sqrt{2mE}$, описывается волновой функцией:

$$\Psi(x, t) = A \exp \left[-i \left(\frac{E}{\hbar} t - kx \right) \right] = A \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (Et - px) \right].$$

Примеры решения типовых задач

Задача 14-1. Оцените минимальный размер и минимальную энергию атома водорода исходя из соотношения неопределенностей $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar$.

Решение. Полная энергия атома водорода – системы, состоящей из ядра (протона) и электрона, находящегося вблизи ядра в связанном состоянии, складывается из кинетической энергии электрона и потенциальной энергии взаимодействия электрона с протоном:

$$E = \frac{p^2}{2m} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

В состоянии с минимальной энергией электрон обладает минимальным импульсом (электрон находится вблизи ядра), поэтому неопределенности в определении его координаты и импульса примем примерно равными самим величинам:

$$\Delta r = r, \quad \Delta p = p.$$

Исходя из соотношения неопределенностей

$$\Delta r \cdot \Delta p \geq \hbar$$

запишем, что

$$rp = \hbar.$$

После подстановки данного соотношения в выражение для энергии, получим

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Найдем минимум энергии E_{\min} и соответствующий этому минимуму размер атома r_{\min} , продифференцировав по r выражение для энергии и затем приравняв производную к нулю:

$$-\frac{2\hbar^2}{2mr^3} + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = 0.$$

Отсюда

$$r_{\min} = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{e^2 m}.$$

Отметим, что это выражение совпадает с выражением для первого Боровского радиуса атома водорода.

Подставив полученное выражение в формулу для энергии, будем иметь

$$E_{\min} = \frac{\hbar^2}{2mr^2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} \right)^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{me^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar^2} \right) = -\frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2}.$$

Полученное отношение

$$E_{\min} = -\frac{me^4}{8h^2 \epsilon_0^2}$$

совпадает с энергией основного состояния ($n = 1$) атома водорода.

Таким образом, использование одного только соотношения неопределенностей позволило получить для расчета атома водорода правильный не только в качественном, но и в количественном отношении результат.

Задача 14-2. Электрон находится внутри атома диаметром $d = 1$ нм. Определите неопределенность его кинетической энергии в эВ.

Решение. Поскольку кинетическая энергия частицы, выраженная через его импульс:

$$E_{\text{кин}} = \frac{p^2}{2m},$$

неопределенность кинетической энергии вычислим как

$$\Delta E_{\text{кин}} = \frac{(\Delta p)^2}{2m}.$$

Исходя из соотношения неопределенностей $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ и возможности использования размера атома в качестве неопределенности координаты ($\Delta x = d$), рассчитаем неопределенность импульса Δp :

$$\Delta p = \frac{\hbar}{\Delta x} = \frac{\hbar}{d}.$$

Соответственно, неопределенность кинетической энергии электрона найдем по формуле

$$\Delta E_{\text{кин}} = \frac{\hbar^2}{2d^2m} = \frac{1,05^2 (10^{-34})^2}{2 \cdot (10^{-9})^2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 0,06125 \cdot 10^{-19} \text{ Дж.}$$

Для перевода этого значение в эВ используем соотношение

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж},$$

и получим окончательный численный ответ в эВ:

$$\Delta E_{\text{кин}} = 0,03 \text{ эВ.}$$

Задача 14-3. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии $\Delta t = 10$ нс. При переходе атома в невозбужденное состояние испускается фотон, средняя длина волны которого $\lambda = 500$ нм. Используя соотношение неопределенностей, оцените естественную ширину излучаемой спектральной линии.

Решение. Используем соотношение неопределенностей в форме

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar,$$

где $\Delta E \ll E$ – разброс (неопределенность) энергии атома, приводящий к разбросу длин волн $\Delta \lambda \ll \lambda$ излучаемого фотона, причем из соотношения неопределенностей следует, что

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t}.$$

С другой стороны, энергия фотона связана с длиной его волны:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}.$$

Дифференцирование этого соотношения по λ приводит к формуле

$$\Delta E = -\frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda,$$

содержащей естественную ширину излучаемой спектральной линии $\Delta\lambda$.

Сравнив два соотношения, определяющих ΔE ,

$$\Delta E = \frac{\hbar}{\Delta t} = \frac{hc}{\lambda^2} \Delta\lambda,$$

приходим к выражению для расчета $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2\pi \cdot c \cdot \Delta t} = \frac{500^2 \cdot 10^{-18}}{6,28 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 1,33 \cdot 10^{-14} \text{ м} = 13,3 \text{ фм}.$$

Задача 14-4. Электрон находится в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l (рис. 14.1). Запишите уравнение Шредингера, спектр собственных значений энергии и соответствующие волновые функции для области II ($0 \leq x \leq l$).

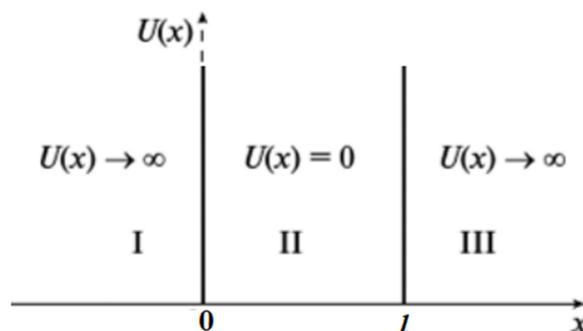


Рис. 14.1. К задаче 14-4

Решение. Запишем одномерное уравнение Шредингера для стационарных состояний, соответствующих $U(x) = 0$:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2}E\psi(x) = 0.$$

Поскольку задача одномерная, частная производная становится полной.

Движение электрона по условию задачи ограничено стенками ямы. Этот факт говорит не только о том, что в областях I и III волновая функция $\psi(x) \equiv 0$, но и накладывает определенные граничные условия на волновую функцию в области II, а именно $\psi(0) = \psi(l) = 0$. Решение данного дифференциального уравнения второго порядка представим в виде функции

$$\psi(x) = A\sin(\omega x + \alpha), \quad \omega = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar},$$

содержащей две произвольные постоянные A и α , определяемые из граничных условий. Из условия $\psi(0) = 0$ будем иметь

$$A\sin(\omega x + \alpha) = A\sin \alpha = 0, \quad \alpha = 0.$$

Для определения произвольной постоянной A в соотношении для волновой функции $\psi(x) = A\sin \omega x$ используем условие нормировки

$$\int_0^l |\psi(x)|^2 dx = 1, \quad \int_0^l A^2 \sin^2 \omega x dx = 1.$$

После несложных математических преобразований получим

$$A^2 \int_0^l \sin^2 \omega x dx = \frac{A^2}{2} \int_0^l (1 - \cos 2\omega x) dx = \frac{A^2}{2} \cdot l = 1,$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{l}}.$$

Второе граничное условие $\psi(l) = 0$ приводит к соотношению

$$\psi(l) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \omega l = 0,$$

которое формально выполняется при

$$\omega l = \pm n\pi \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Значение $n = 0$ условию задачи не удовлетворяет, так как при этом $\psi(x) \equiv 0$, т. е. частица в яме отсутствует.

Последнее соотношение записано в предположении, что величина ω зависит от энергетического состояния системы. Преобразовав квадрат этого соотношения, найдем спектр возможных значений энергии электрона:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Отметим, что спектр энергии частицы является дискретным (квантованным). Основному состоянию частицы (при $n = 1$) соответствует не равная нулю энергия

$$E_{\text{мин}} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2}.$$

Волновые функции, соответствующие значениям энергии E_n , представим в виде

$$\psi_n(l) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x.$$

Задача 14-5. Электрон в одномерной прямоугольной яме шириной $l = 100$ пм с высокими стенками находится в возбужденном состоянии ($n = 4$). Определите вероятность его нахождения в средней трети ямы.

Решение. Спектр собственных значений энергии и соответствующие им волновые функции имеют вид (см. задачу 14-4):

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

$$\psi_n(l) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{n\pi}{l} x.$$

Вероятность нахождения электрона в состоянии с $n=4$ в средней трети ямы, т. е. между $x_1 = l/3$ и $x_2 = 2l/3$, рассчитаем по формуле

$$\begin{aligned} W &= \int_{x_1}^{x_2} |\psi_n(x)|^2 dx = \frac{2}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \frac{2}{l} \sin^2 \frac{4\pi}{l} x dx = \frac{2}{l} \cdot \frac{1}{2} \int_{l/3}^{2l/3} \left[1 - \cos \frac{8\pi}{l} x \right] dx = \\ &= \frac{1}{3} - \frac{1}{8\pi} \left[\sin \frac{16\pi}{3} - \sin \frac{8\pi}{3} \right] = \frac{1}{3} - \frac{1}{8\pi} \left[-\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right] = \frac{1}{3} + \frac{1}{8\pi} = 0,4. \end{aligned}$$

Задача 14-6. Определите длину волны фотона, испускаемого при переходе электрона, в одномерной потенциальной яме шириной $l = 0,2$ нм из состояния с $n = 2$ в состояние с наименьшей энергией.

Решение. Спектр собственных значений энергии (см. задачу 14-4) имеет вид:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} n^2 \quad (n=1,2,3,\dots).$$

Состояние с наименьшей энергией соответствует $n = 1$. Таким образом, по условию задачи фотон испускается при переходе электрона из состояния E_2 в состояние E_1 . Энергия фотона должна быть равна разности энергий электрона в указанных состояниях. Закон сохранения энергии для этого процесса имеет вид

$$\Delta E = \frac{2\pi\hbar c}{\lambda} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ml^2} (4-1),$$

откуда длина волны фотона

$$\lambda = \frac{4}{3} \frac{cm l^2}{\pi \hbar} = \frac{8}{3} \frac{cm l^2}{h} = \frac{8}{3} \cdot \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^{-20}}{6,62 \cdot 10^{-34}} = 44 \text{ нм.}$$

Задача 14-7. Волновая функция, описывающая основное состояние электрона в атоме водорода, имеет вид

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right),$$

где r – расстояние электрона от ядра; $a = \text{const}$ – первый боровский радиус. Определите среднее значение модуля кулоновской силы, действующей на электрон.

Решение. Модуль кулоновской силы, действующей на электрон,

$$F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Следовательно, для расчета среднего значения будем иметь

$$\langle F \rangle = \int_0^{+\infty} F |\psi(r)|^2 dV = \int_0^{+\infty} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{1}{\pi a^3} e^{-\frac{2r}{a}} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{a^2},$$

$$\langle F \rangle = \frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 a^2}.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

14.1. Почему для описания состояния микрочастицы необходимо вводить волновую функцию?

14.2. Как определяется волновая функция?

14.3. Как вычислить вероятность нахождения микрочастицы в некотором элементе объема?

14.4. Может ли волновая функция быть комплексной?

14.5. Какая величина определяет вероятность пребывания частицы в данной точке пространства в данный момент времени?

14.6. Запишите условие нормировки вероятностей. Поясните его.

14.7. Сформулируйте стандартные условия. С какими характеристиками они связаны?

14.8. Запишите соотношение неопределенностей Гейзенберга. Раскройте его смысл.

14.9. Какой физический смысл заложен в соотношении неопределенностей для энергии и времени?

14.10. Запишите уравнение Шредингера в общем виде.

14.11. Чем определяется конкретный вид решения уравнения Шредингера?

14.12. Запишите уравнение Шредингера для стационарных состояний.

14.13. Какие функции называются собственными функциями? Расскажите, как они находятся.

14.14. Что такое энергетический спектр, и как он рассчитывается?

14.15. Как рассчитываются средние значения физических величин?

14.16. Используя соотношение неопределенностей, оцените кинетическую энергию нуклона в ядре, полагая радиус ядра равным 10^{-15} м.

14.17. Электрон движется в атоме водорода по первой боровской орбите. Принимая, что допускаемая неопределенность скорости $\Delta v/v$ составляет 1 % от ее числового значения, определите неопределенность координаты электрона. Применимо ли в данном случае для электрона понятие траектории?

14.18. При движении вдоль оси x скорость определяется с точностью до $\Delta v = 1$ см/с. Определите неопределенность координаты Δx : а) для электрона; б) для дробины массой $m = 0,1$ г.

14.19. Используя соотношение неопределенностей, оцените ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона равна $E = 10$ эВ.

14.20. Электрон с кинетической энергией $E_{\text{кин}} = 15$ эВ находится в металлической пылинке диаметром $d = 1$ мкм. Определите относительную неточность $\Delta v/v$, с которой может быть определена скорость электрона.

14.21. Сравните неопределенность Δv при измерении скорости электрона в атоме водорода с величиной его скорости v на первой боровской орбите.

14.22. Используя соотношение неопределенностей, оцените нулевой энергетический уровень электрона в атоме водорода E_0 , приняв линейные размеры атома $d = 0,1$ нм.

14.23. Используя соотношение неопределенностей, определите наименьшую неточность, с которой можно вычислить координату электрона Δx в атоме. Средняя кинетическая энергия электрона в невозбужденном атоме водорода равна $E = 13,6$ эВ.

14.24. Исходя из соотношения неопределенностей оцените размер ядра, приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре $E_{\min} = 10$ МэВ.

14.25. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии равно $\tau = 12$ нс. Вычислите минимальную неопределенность $\Delta\lambda$ фотона с длиной волны $\lambda = 12$ мкм, излучаемого при переходе атома в основное состояние.

14.26. Атом испустил фотон с длиной волны $\lambda = 55$ мкм. Продолжительность излучения $\tau = 10$ нс. Определите наименьшую погрешность $\Delta\lambda/\lambda$, с которой может быть измерена длина волны излучения.

14.27. Определите, во сколько раз отличается энергия частицы, находящейся в «потенциальной яме» с бесконечно высокими стенками, в состоянии $n = 3$ по сравнению с состоянием $n = 1$.

14.28. Вычислите отношение вероятностей W_1/W_2 нахождения электрона на первом и втором энергетических уровнях в интервале, равноудаленном от стенок одномерной потенциальной ямы шириной l .

14.29. Вычислите отношение вероятностей W_1/W_2 обнаружения электрона, находящегося на первом и третьем энергетических уровнях, в первой трети одномерной потенциальной ямы шириной l .

14.30. Вычислите отношение вероятностей W_1/W_2 обнаружения электрона, находящегося на втором и третьем энергетических уровнях, в средней трети одномерной потенциальной ямы шириной l .

14.31. Оцените значение n , для которого можно считать справедливым приближение бесконечно высокой стенки ящика шириной $l = 10^{-10}$ м, если на самом деле высота стенок ящика U конечна.

14.32. Электрон находится в одномерном потенциальном ящике шириной l . Определите среднее значение координаты $\langle x \rangle$ электрона внутри потенциального ящика.

14.33. Электрон находится в одномерной прямоугольной потенциальной яме шириной $l = 200$ пм с бесконечно высокими стенками в возбужденном состоянии ($n = 4$). Определите: а) минимальную энергию электрона E_{\min} ; б) вероятность W обнаружения электрона в первой четверти «ямы».

14.34. Частица в потенциальном ящике находится в основном состоянии. Какова вероятность W обнаружить частицу: а) в средней трети ящика; б) в крайней трети ящика?

14.35. Частица в потенциальном ящике шириной l находится в низшем возбужденном состоянии. Вычислите вероятность нахождения частицы в интервале $l/4$, равноудаленном от стенок ящика.

14.36. Электрон находится в одномерной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками. Ширина ямы $l = 1$ нм. Определите наименьшую разность энергетических уровней электрона ΔE .

14.37. Частица в потенциальной яме шириной l находится на втором энергетическом уровне. Определите вероятность W нахождения частицы в интервале $0 < x < l/4$.

14.38. Частица в потенциальной яме шириной l находится на третьем энергетическом уровне. Определите вероятность W нахождения частицы в интервале $0 < x < l/6$.

14.39. Определите, при какой температуре T дискретность энергии электрона в одномерной потенциальной яме шириной $l = 2 \cdot 10^{-9}$ м становится сравнимой с энергией теплового движения.

14.40. Частица в потенциальной яме шириной l находится на третьем энергетическом уровне. Определите вероятность нахождения частицы в интервале $0 < x < l/2$.

Практическое занятие № 15

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА

Цель занятия

Знакомство с описанием водородоподобного атома и приобретение навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

В основе полуклассической модели атома Бора лежит планетарная модель атома Резерфорда, согласно которой вокруг положительно заряженного ядра по круговым орбитам движутся отрицательно заряженные электроны, притягивающиеся к ядру за счет кулоновской силы притяжения. Тем не менее, анализ опытных фактов заставил Бора отказаться от многих представлений классической физики и сформулировать постулаты, на которых базируется модель атома.

Постулат стационарных состояний: атом может находиться в особых стационарных (квантовых) состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия. В стационарном состоянии атом не излучает.

Правило частот: атом может переходить из одного стационарного состояния в другое. При этом переходе может испускаться или поглощаться квант электромагнитной энергии, частота которого определяется разностью энергий атома в данных состояниях:

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n.$$

Правило квантования орбит: в стационарном состоянии атома электрон, двигаясь по круговой орбите, должен иметь квантованные значения орбитального момента импульса:

$$m_e v_n r_n = n\hbar,$$

где v_n – скорость движения электрона массой m_e по круговой орбите радиусом r_n .

Последнее соотношение наряду со вторым законом Ньютона

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n},$$

описывающим движение электрона по n -й круговой орбите под действием кулоновской силы, позволяет рассчитать радиус каждой орбиты r_n и скорость движения электрона v_n по ней.

Для расчета полной энергии электрона используется классическое выражение, согласно которому в атоме водорода энергия складывается из кинетической энергии движущегося электрона и его потенциальной энергии в центральном симметричном силовом поле ядра:

$$E_n = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n},$$

которое после подстановки рассчитанных из предыдущих соотношений значений v_n и r_n приобретает вид:

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -\frac{R}{n^2}, \quad E_n = -\frac{13,6}{n^2}.$$

Полученное соотношение говорит о том, что энергия атома водорода дискретна (квантована). Знак « \leftarrow » в выражении ($E < 0$) означает, что электрон находится в атоме в связанном состоянии. Чем меньше главное квантовое число n , тем состояние устойчивее. Состояние с $n = 1$, имеющее наименьшую энергию $E_1 = -13,6$ эВ, является основным энергетическим состоянием атома, все остальные состояния ($n > 1$) – возбужденные. Возможные значения энергии атома приведены на энергетической диаграмме стационарных состояний атома водорода (рис. 15.1).

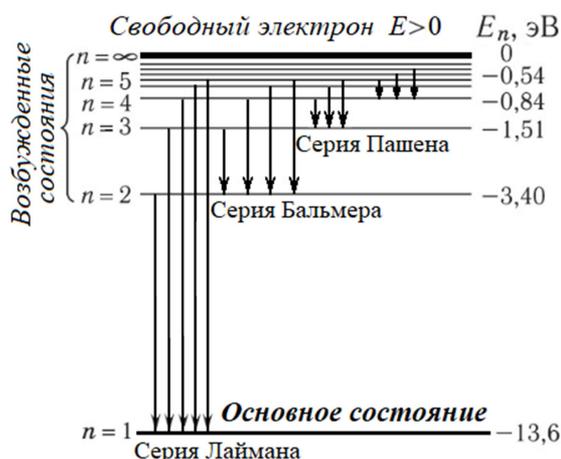


Рис. 15.1. Энергетическая диаграмма стационарных состояний атома водорода

По мере роста главного квантового числа n энергетические уровни располагаются теснее и при $n = \infty$ энергия $E_\infty = 0$. При $E > 0$ движение электрона является свободным; область непрерывного спектра $E > 0$ соответствует ионизованному атому. Энергия ионизации атома водорода равна $E = -E_1 = 13,6$ эВ.

Согласно правилу частот, при переходе атома из состояния m в состояние n (что соответствует переходу электрона с орбиты m на орбиту n) излучается квант энергии с частотой (длиной волны), рассчитываемой по формуле:

$$\nu_{mn} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad \frac{1}{\lambda_{mn}} = R' \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right),$$

где $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ или $R' = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга для частоты (длины волны). Переходы на определенный уровень n с различных уровней $m > n$ образуют серии спектральных линий излучения атома водорода. Излучение, испускаемое при переходах на уровень $n = 1$ (серия Лаймана) соответствует ультрафиолетовой области, на уровень $n = 2$ (серия Бальмера) находится в видимом диапазоне, на уровень $n = 3$ (серия Пашена), а также на другие уровни с более высоким n соответствует инфракрасному диапазону.

Энергетический спектр водородоподобного атома (с зарядом $+Ze$ и одним электроном) в квантовой механике рассчитывается путем решения уравнения Шредингера, в котором в качестве потенциальной энергии берется энергия $U(r)$ взаимодействия электрона с ядром водородоподобного атома:

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Расчет собственных значений энергии E_n электрона в водородоподобном атоме дает выражение, которое для $Z = 1$ совпадает с полученным в теории Бора:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{Z^2 m_e e^4}{8h^2 \epsilon_0^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Энергетические уровни электрона в атоме и размеры электронного облака определяются главным квантовым числом n , которое может принимать любые целочисленные значения, начиная с единицы.

При решении уравнения Шредингера выяснилось, что обусловленные орбитальным движением электрона механический момент импульса электрона L_l и его магнитный момент μ_l квантуются в соответствии с выражениями:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \quad \mu_l = -\sqrt{l(l+1)}\mu_B$$

Здесь l – орбитальное квантовое число, определяющее как механический момент импульса электрона в атоме, так и магнитный момент, $l = 0, 1, 2, 3, \dots (n-1)$; $\mu_B = e\hbar/2m_e = 0,927 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл – магнетон Бора, характеризующий форму электронного облака. Знак « \rightarrow » перед μ_l означает, что магнитный момент направлен в сторону, противоположную механическому. Проекция момента импульса электрона и магнитного момента на направление z внешнего магнитного поля также квантуются:

$$L_{lz} = m_l \hbar, \quad \mu_{lz} = m_l \mu_B,$$

где m_l – магнитное орбитальное квантовое число ($m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$), определяющее проекцию момента импульса электрона на заданное направление, т. е. характеризующее пространственную ориентацию электронного облака. Электронное облако – это квантовомеханический аналог орбиты, называемой также атомной орбиталью.

Также выяснилось, что для корректного объяснения атомных спектров необходимо учитывать существование собственного (спинового) механического и магнитного моментов электрона, имеющих квантовую природу и являющихся неотъемлемым свойством любой элементарной частицы, подобным заряду и массе. Собственный механический момент электрона называют спином. Значения спинового механического и магнитного моментов определяются соотношениями:

$$L_s = \sqrt{s(s+1)}\hbar, \quad \mu_s = -2\sqrt{s(s+1)}\mu_B.$$

Здесь s – спиновое квантовое число. Для электрона возможно единственное значение $s = 1/2$, т. е. величина (но не направление!) спинового момента электрона остается постоянной. Для других микрочастиц оно может

быть как полуцелым, так и целым (и равным нулю). Спин составных микрочастиц, например атомов, определяемый спинами входящих в него частиц, зависит от их взаимной ориентации и обычно не превышает нескольких единиц.

Существование спина электрона приводит к возможности его различных ориентаций в пространстве, т. е. к квантованию проекций спинового механического и магнитного момента на направление внешнего магнитного поля:

$$L_{sz} = m_s \hbar, \quad \mu_{sz} = 2m_s \mu_B.$$

Опытами установлено, что возможны только две ориентации спина электрона в магнитном поле, антипараллельные между собой. Магнитное спиновое квантовое число m_s , задающее ориентацию спина, может принимать только два значения $m_s = \pm 1/2$.

Полный момент импульса электрона складывается из орбитального и спинового моментов и определяется квантовым числом, принимающим значения

$$j = l - \frac{1}{2}, \quad j = l + \frac{1}{2}.$$

Для изолированного атома именно полный момент импульса является сохраняющейся величиной.

Состояние электрона в атоме водорода описывается собственными функциями $\psi_{nlm_l m_s}(r, \theta, \phi)$, явный вид которых имеется в справочниках. Каждому собственному значению E_n (кроме E_1) соответствует несколько собственных функций $\psi_{nlm_l m_s}$, отличающихся значениями квантовых чисел l, m_l, m_s , т. е. атом водорода может иметь одно и то же значение энергии, находясь в несколько различных состояниях. Главное квантовое число, обозначаемое числом n или буквами латинского алфавита (K, L, \dots), определяет энергию (размер) электронного облака (орбитали) и номер энергетического уровня, на котором находится электрон. Орбитальное квантовое число l определяет форму орбиталей, которые обозначают как s ($l = 0$), p ($l = 1$), d ($l = 2$), f ($l = 3$), g ($l = 4$) орбитали. Совокупность орбиталей с одинаковыми значениями главного n и орбитального l квантовых чисел образует энергетический подуровень. Так как $l < n$, возможны подуровни: $(1s)$, $(2s, 2p)$, $(3s, 3p, 3d)$, $(4s, 4p, 4d, 4f)$ и т. д.

Таким образом, состояние электрона в атоме водорода определяется четырьмя квантовыми числами: n , l , m_l , m_s . Поэтому максимальное число электронов находящихся в состоянии, задаваемом главным квантовым числом n равно:

$$z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

Примеры решения типовых задач

Задача 15-1. Определите радиус r_n боровских орбит атома водорода, скорость движения электрона v_n по этим орбитам и период обращения T_n вокруг ядра. Рассчитайте численные значения этих величин для первой боровской орбиты.

Решение. Для решения задачи используем второй закон Ньютона, описывающий движение электрона по круговой орбите под действием кулоновской силы:

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = \frac{m_e v_n^2}{r_n},$$

а также правило квантования момента импульса электрона:

$$m_e v_n r_n = n\hbar.$$

Совместное решение этих двух уравнений позволит определить искомые величины:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} \cdot n^2 \quad \text{и} \quad v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n}.$$

Для определения периода обращения воспользуемся соотношением

$$T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n},$$

которое после подстановки значений скорости и радиуса преобразуем к виду

$$T_n = \frac{2\pi r_n}{v_n} = \frac{2\pi(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^3}{m_e e^4} \cdot n^3 = \frac{4\epsilon_0^2 \hbar^3}{m_e e^4} \cdot n^3.$$

Подсчет численных значений искомых величин для первой борвской орбиты даст следующие результаты:

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ м}, \quad v_1 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar} = 2,2 \cdot 10^6 \text{ м/с},$$

$$T_n = \frac{4\epsilon_0^2 \hbar^3}{m_e e^4} = 1,5 \cdot 10^{-16} \text{ с}.$$

Задача 15-2. Электрон в возбужденном состоянии атома водорода находится в $3p$ -состоянии ($n = 3, l = 1$). Определите изменение магнитного момента, обусловленного орбитальным движением электрона, при переходе атома в основное состояние.

Решение. Изменение магнитного момента $\Delta\mu_l$ найдем как разность магнитных моментов состояний конечного μ_{l1} (основного) и начального μ_{l2} (возбужденного):

$$\Delta\mu_l = \mu_{l2} - \mu_{l1}.$$

Магнитный момент орбитального движения электрона зависит только от орбитального квантового числа:

$$\mu_{l1} = -\sqrt{l(l+1)}\mu_B.$$

В основном состоянии $l = 0$ и $\mu_{l1} = 0$, в возбужденном состоянии $l = 1$ и $\mu_{l2} = -\sqrt{2}\mu_B$. Следовательно,

$$\Delta\mu_l = -\sqrt{2}\mu_B = -1,31 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/Тл}.$$

Задача 15-3. Определите длину волны спектральной линии, соответствующей переходу электрона в атоме водорода с шестой орбиты на вторую.

Решение. Длину волны фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода, определим по формуле Бальмера:

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R' \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

Таким образом, искомая длина волны λ_{62} , соответствующая переходу электрона в атоме водорода с шестой орбиты на вторую, составит

$$\lambda_{62} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right)} = 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м.}$$

Задача 15-4. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область ($\lambda = 0,4 \dots 0,76$ мкм)? Вычислите длины волн этих линий. Каким цветам они соответствуют?

Решение. Длины волн спектра атома водорода определим по формуле

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R' \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$; $m = n + 1, n + 2, n + 3, \dots$; $R' = 1,097 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга. В видимой области спектра находятся первые четыре линии Бальмера ($n = 2, m = 3, 4, 5, 6$). Для расчета длин волн этих линий будем иметь:

$$\lambda_{32} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9} \right)} = 6,56 \cdot 10^{-7} \text{ м} - \text{красная линия,}$$

$$\lambda_{42} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2} \right)} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{16} \right)} = 4,86 \cdot 10^{-7} \text{ м} - \text{голубая линия,}$$

$$\lambda_{52} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2} \right)} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{25} \right)} = 4,34 \cdot 10^{-7} \text{ м} - \text{фиолетовая линия,}$$

$$\lambda_{62} = \frac{1}{R' \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)} = \frac{1}{1,097 \cdot 10^7 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right)} = 4,1 \cdot 10^{-7} \text{ м} - \text{фиолетовая линия.}$$

Задача 15-5. Определите частоту света, излучаемого возбужденным атомом водорода при переходе электрона на второй энергетический уровень, если радиус орбиты электрона изменился в 9 раз.

Решение. Согласно формуле Бальмера, частота света, излучаемого атомом водорода:

$$\nu_{nm} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга; $m = 2$ (по условию задачи); n определяет номер орбиты, с которой переходит электрон.

Выражение для расчета радиуса n -й орбиты запишем в виде

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \cdot n^2.$$

По условию задачи выполняется соотношение

$$\frac{r_n}{r_2} = \frac{n^2}{m^2} = \frac{n^2}{4} = 9,$$

позволяющее определить, что $n^2 = 9m^2 = 36$, что соответствует $n = 6$.

Следовательно,

$$\nu_{62} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) = 3,29 \cdot 10^{15} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{36} \right) = 0,73 \cdot 10^{15} \text{ с}.$$

Задача 15-6. На рис. 15.2 приведена схема энергетических уровней атома и указаны длины волн фотонов, излучаемых и поглощаемых при переходах с одного уровня на другой. Чему равна длина волны фотонов, излучаемых при переходе с уровня E_4 на уровень E_1 , если $\lambda_{13} = 400 \text{ нм}$, $\lambda_{24} = 500 \text{ нм}$, $\lambda_{32} = 600 \text{ нм}$.

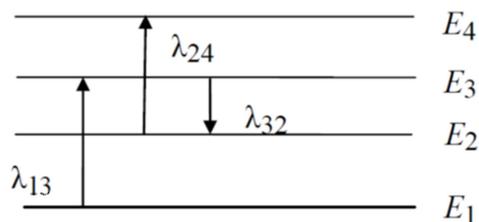


Рис. 15.2. К задаче 15-6

Решение. Длины волн при излучении или поглощении фотона найдем следующим образом:

$$\frac{ch}{\lambda_{13}} = E_3 - E_1, \quad \frac{ch}{\lambda_{24}} = E_4 - E_2, \quad \frac{ch}{\lambda_{32}} = E_3 - E_2.$$

Искомую величину найдем как

$$\lambda_{41} = \frac{ch}{E_4 - E_1}.$$

Таким образом, задача сводится к нахождению уровней энергии E_4 и E_1 . Используем для этого записанные выше выражения:

$$E_4 = \frac{ch}{\lambda_{24}} + E_2, \quad E_1 = E_3 - \frac{ch}{\lambda_{13}},$$

$$E_4 - E_1 = \frac{ch}{\lambda_{24}} + E_2 - E_3 + \frac{ch}{\lambda_{13}}.$$

Поскольку справедливо соотношение

$$E_3 - E_2 = \frac{ch}{\lambda_{32}},$$

для определения $(E_4 - E_1)$ запишем

$$E_4 - E_1 = \frac{ch}{\lambda_{24}} - \frac{ch}{\lambda_{32}} + \frac{ch}{\lambda_{13}}.$$

Окончательное выражение для определения длины волны фотонов, излучаемых при переходе с уровня E_4 на уровень E_1 , будет иметь вид:

$$\lambda_{14} = \frac{ch}{\frac{ch}{\lambda_{14}} - \frac{ch}{\lambda_{32}} + \frac{ch}{\lambda_{13}}} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{14}} - \frac{1}{\lambda_{32}} + \frac{1}{\lambda_{13}}} = \frac{1}{\frac{1}{4 \cdot 10^{-7}} - \frac{1}{5 \cdot 10^{-7}} + \frac{1}{6 \cdot 10^{-7}}} = 353 \text{ нм.}$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 15.1. На каких постулатах базируется модель атома Бора?
- 15.2. В чем отличие полуклассической модели атома Бора от планетарной модели атома Резерфорда?
- 15.3. Как может быть рассчитан радиус круговых орбит атома водорода Бора и скорость движения электрона по этим орбитам?
- 15.4. Какой вид приобретает энергия атома водорода? Чему соответствует квантование энергии атома водорода Бора?
- 15.5. Чему равна энергия основного состояния атома Бора?
- 15.6. Как находится энергия ионизации атома водорода, и чему она равна?
- 15.7. Что определяет главное квантовое число?
- 15.8. Какому главному квантовому числу соответствует основное состояние, возбужденные состояния?
- 15.9. Как рассчитывается частота фотона, излучаемого при переходах между энергетическими уровнями?
- 15.10. Как рассчитывается длина волны фотона, излучаемого при переходах между энергетическими уровнями?
- 15.11. Какой вид имеет энергетический спектр водородоподобного атома в квантовой механике?
- 15.12. Как могут быть рассчитаны механический и магнитный моменты электрона в атоме?
- 15.13. Что определяет орбитальное квантовое число?
- 15.14. Что определяет магнитное квантовое число?
- 15.15. Какими квантовыми числами определяется состояние электрона в атоме водорода?
- 15.16. Атом водорода испустил фотон с длиной волны $\lambda = 4,86 \cdot 10^{-7}$ м. На сколько изменилась энергия электрона в атоме?
- 15.17. Определите длину волны спектральной линии, соответствующей переходу электрона в атоме водорода с шестой орбиты на вторую.
- 15.18. Определите первый боровский радиус орбиты в атоме водорода, угловую и линейную скорости движения электрона по этой орбите.
- 15.19. Сколько линий спектра атома водорода попадает в видимую область ($\lambda = 0,4...0,76$ мкм)? Вычислите длины волн и частоты этих линий.
- 15.20. Найдите кинетическую, потенциальную и полную энергии электрона на первой боровской орбите.
- 15.21. Найдите кинетическую, потенциальную и полную энергии электрона на пятой боровской орбите.

15.22. Определите скорость электрона на третьей орбите атома водорода.

15.23. Найдите частоту вращения электрона по третьей орбите атома водорода в теории Бора.

15.24. Определите период обращения электрона при движении по третьей орбите атома водорода.

15.25. Вычислите энергию, частоту и длину волны фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на первый.

15.26. Рассчитайте энергию, частоту и длину волны фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с четвертого энергетического уровня на второй.

15.27. Вычислите энергию, частоту и длину волны фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с пятого энергетического уровня на второй.

15.28. Найдите наибольшую λ_{\max} и наименьшую λ_{\min} длины волн в первой инфракрасной серии спектра водорода (серии Пашена).

15.29. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 121,6$ нм. Определите радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

15.30. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 102,5$ нм. Найдите радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

15.31. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 97,2$ нм. Вычислите радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

15.32. Атом водорода в основном состоянии поглотил квант света с длиной волны $\lambda = 94,9$ нм. Определите радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

15.33. На рис. 15.2 представлена схема энергетических уровней электронной оболочки атома и указаны частоты фотонов, излучаемых и поглощаемых при переходах между этими уровнями. Какова минимальная длина волны фотонов, излучаемых атомом при любых возможных переходах между уровнями E_1 , E_2 , E_3 и E_4 , если $\nu_{13} = 7 \cdot 10^{14}$ Гц, $\nu_{24} = 5 \cdot 10^{14}$ Гц и $\nu_{32} = 3 \cdot 10^{14}$ Гц.

15.34. Фотон с энергией $E = 16,5$ эВ выбил электрон из невозбужденного атома водорода. Какую скорость будет иметь электрон вдали от ядра атома?

15.35. Момент импульса орбитального движения электрона в атоме водорода $L = 1,83 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Определите магнитный момент μ_l , обусловленный орбитальным движением электрона.

15.36. Рассчитайте полную энергию E , орбитальный момент импульса L и магнитный момент электрона μ_l , находящегося в $2p$ -состоянии ($n = 2$, $l = 1$) в атоме водорода.

15.37. Вычислите длину волны, которую испускает ион гелия He^+ при переходе со второго энергетического уровня на первый.

15.38. Найдите энергию E_i и потенциал ионизации ионов He^+ и Li^{2+} .

15.39. Вычислите радиус первой боровской электронной орбиты для однократно ионизированного гелия и скорость электрона на ней.

15.40. Определите длину волны фотона, соответствующего переходу электрона со второй боровской орбиты на первую в однократно ионизованном атоме гелия.

Практическое занятие № 16

МНОГОЭЛЕКТРОННЫЕ АТОМЫ. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Цель занятия

Знакомство с описанием многоэлектронных атомов и принципов, на основе которых создана периодическая система, и приобретение навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Состояние каждого электрона в атоме характеризуется четырьмя квантовыми числами:

- главным n ($n = 1, 2, 3, \dots$);
- орбитальным l ($l = 0, 1, 2, 3, \dots, n - 1$);
- магнитным m_l ($m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l$);
- магнитным спиновым m_s ($m_s = 1/2, -1/2$).

Распределение электронов в атоме подчиняется принципу Паули: в любом атоме не может быть двух электронов, находящихся в одинаковом состоянии, а значит, в атоме не может быть более одного электрона с одинаковым набором четырех квантовых чисел n, l, m_l, m_s . Число возможных состояний, соответствующих данному n , определяется числом

$$z(n) = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2.$$

В отличие от атома водорода, где один электрон мог находиться только на некотором уровне, в многоэлектронном атоме в основном состоянии электроны занимают все нижние энергетические уровни, группируясь по слоям – электронным оболочкам, имеющим одно и то же главное квантовое число n . В каждой из электронных оболочек электроны распределяются по подоболочкам, определяемым данным орбитальным числом l . Число подоболочек равно порядковому номеру n оболочки. Количество электронов в подоболочке определяется магнитным орбитальным и магнитным спиновым квантовыми числами: максимальное число электронов в подоболочке с данным l равно $2 \cdot (2l + 1)$.

Принцип Паули позволяет объяснить Периодическую систему элементов Д.И. Менделеева, которая является основой химии, атомной и ядерной физики. Атомный номер элемента равен заряду ядра в единицах элементарного заряда. При обозначении расположения электронов в атоме по подоболочкам ставят символ подоболочки (nl), в которой находятся электроны (табл. 16.1), а их количество указывают в виде правого верхнего символа (как показатель степени): например, $2p^3$ означает три электрона в оболочке с $n = 2$ и подоболочке с $l = 1$. В частности, электронная конфигурация для фтора ${}_{9}\text{F}$ может быть записана как $1s^2 2s^2 2p^5$, а для цезия ${}_{55}\text{Cs}$ – как $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6 6s^1$.

Таблица 16.1

Главное квантовое число n	1		2			3			4				5				
Символ оболочки	K		L			M			N				O				
Максимальное число электронов в оболочке	2		8			18			32				50				
Орбитальное квантовое число l	0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	0	1	2	3	4		
Символ подоболочки	$1s$	$2s$	$2p$	$3s$	$3p$	$3d$	$4s$	$4p$	$4d$	$4f$	$5s$	$5p$	$5d$	$5f$	$5g$		
Максимальное число электронов в подоболочке	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	18		

Нарушения идеального порядка заполнения подоболочек (видное на примере цезия) связаны с наличием принципиальных недостатков у существующей теории. В частности, электроны в атоме не являются независимыми и движутся не в центрально-симметричном силовом поле, поскольку оно создается не только ядром, но и всеми остальными электронами.

При расчете спектров испускания и поглощения электромагнитного излучения атомами данного элемента необходимо знание энергетических состояний атома – спектральных термов, переходы между которыми определяют наблюдаемые спектры.

Спектральный терм – состояние атома, рассчитанное с учетом возможных взаимодействий электронов, в котором определены их полный орбитальный момент импульса, являющийся сохраняющейся величиной, и мультиплетность, определяющая число подуровней, на которые может расщепляться уровень энергии вследствие спин-орбитального взаимодействия. Для каждой электронной конфигурации можно построить определённое количество термов.

Символ термина содержит информацию о полном спиновом угловом моменте \vec{S} (квантовом числе S), полном орбитальном угловом моменте \vec{L} (квантовом числе L), полном результирующем моменте импульса \vec{J} (квантовом числе J). Символическое обозначение состояния атома (спектральный терм) имеет вид

$$^{2S+1}L_J.$$

Здесь верхний индекс указывает на мультиплетность состояния ($2S + 1$), определяемую квантовым числом S ; вместо полного орбитального квантового числа L пишут соответствующий символ:

$$S (L = 0), P (L = 1), D (L = 2), F (L = 3), G (L = 4), H (L = 5);$$

в качестве нижнего индекса ставится квантовое число результирующего момента импульса J .

Например, терм $^2P_{3/2}$ расшифровывается следующим образом: мультиплетность $2S + 1 = 2$. Следовательно, $S = 1/2$, символу P соответствует $L = 1$, а квантовое число $J = 3/2$.

Конкуренция спин-орбитального и электростатического взаимодействий определяет порядок сложения орбитальных и спиновых моментов. Поэтому значения полного механического момента импульса J определяют, разделяя два варианта связей.

LS-связь (реализуется чаще, обычно у более легких элементов). Если взаимодействием спинового и орбитального моментов импульса можно пренебречь (электростатическое взаимодействие много больше спин-орбитального), орбитальные моменты отдельных электронов складываются в полный орбитальный момент \vec{L}_L . Спиновые моменты отдельных электронов складываются в полный спиновый момент \vec{L}_S , а уже затем образуют результирующий момент импульса \vec{L}_J :

$$\vec{L}_L = \sum \vec{l}_i, \quad \vec{L}_S = \sum \vec{s}_i, \quad \vec{L}_J = \vec{L}_L + \vec{L}_S.$$

При этом полные механические моменты импульсов находятся, как

$$L_L = \hbar\sqrt{L(L+1)}, \quad L_S = \hbar\sqrt{S(S+1)}, \quad L_J = \hbar\sqrt{J(J+1)},$$

а квантовое число J может принимать значения

$$J = (L + S), (L + S - 1), \dots, |L - S|.$$

Кроме того,

$$M_{Lz} = \hbar m_L, \quad M_{Sz} = \hbar m_S, \quad M_{Jz} = \hbar m_J,$$

$$m_J = \pm J, \pm (J - 1), \dots, \pm \frac{1}{2} \text{ (или 0)}.$$

Магнитные моменты из-за удвоенного вклада спинового магнетизма и прецессии полного магнитного момента вокруг направления полного механического момента, являющегося для изолированного атома постоянной величиной (интегралом движения), находятся несколько сложнее:

$$\mu_L = -\mu_B \sqrt{L(L+1)}, \quad \mu_S = -2\mu_B \sqrt{S(S+1)}, \quad \mu_J = -g\mu_B \sqrt{J(J+1)}.$$

В выражениях для полного магнитного момента μ_J и его проекции μ_{Jz} появляется дополнительный коэффициент g – множитель Ланде, который в общем случае является рациональной дробью и даже может обращаться в нуль:

$$\mu_{Jz} = g\mu_B m, \quad g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}.$$

jj -связь. В случае, когда спин-орбитальное взаимодействие много больше электростатического, полные моменты отдельных электронов объединяются в полный момент атома. Такая схема связи называется jj -связью и реализуется в основном в тяжелых ядрах.

В реальных атомах все схемы сложения являются приближенными.

Из всех разрешенных наборов квантовых состояний с наибольшей вероятностью реализуется состояние с минимальной энергией, которое называется основным и определяется правилом Хунда:

1) энергия будет минимальной, если из всех состояний выбрать те, при которых S будет максимальным, и из них то, при котором L также будет максимальным;

2) мультиплеты, образованные эквивалентными электронами, являются правильными (при увеличении J энергия возрастает), если заполнено не более половины подоболочки, и обращенными (с увеличением J энергия убывает), если заполнено более половины подоболочки.

При переходе атома из одного энергетического состояния в другое выполняется правило отбора:

$$\Delta J = 0, \pm 1 \text{ и } \Delta L = \pm 1.$$

Вероятность переходов, запрещенных правилами отбора, практически равна нулю.

Примеры решения типовых задач

Задача 16-1. У атома какого элемента заполнены K -, L - и M -оболочки, $4s$ -подоболочка и наполовину заполнена $4p$ -подоболочка.

Решение. Заполненная K -оболочка содержит два s -электрона; L -оболочка – два s - и шесть p -электронов; M -оболочка – два s -, шесть p - и десять d -электронов. Заполненная $4s$ -подоболочка содержит два электрона, и наполовину заполненная $4p$ -подоболочка – три электрона.

Электронная конфигурация такого атома выглядит следующим образом $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^3$. Суммарное количество электронов в атоме определяется числом

$$N_e = 2 + 2 + 6 + 2 + 6 + 10 + 2 + 3 = 33.$$

Количество электронов в атоме равно порядковому номеру элемента в таблице Менделеева. Таким образом, атом под номером 33 – это атом мышьяка ${}_{33}\text{As}$.

Задача 16-2. Найдите максимально возможный полный механический момент и соответствующее спектральное обозначение терма атома, имеющего электронную конфигурацию $1s^2 2p 3d$.

Решение. В электронной конфигурации два s -электрона образуют замкнутую оболочку $n = 1, l = 0$. Для валентного p -электрона $n = 2, l = 0, 1$; $l_{\max} = 1$. Для валентного d -электрона $n = 3, l = 0, 1, 2$; $l_{\max} = 2$. Максимальное значение полного орбитального квантового числа $L_{\max} = 3$.

Для s -электронов замкнутой оболочки суммарный спин равен нулю. Максимальный полный спин $S_{\max} = 1$ соответствует спинам валентных электронов $s_1 = s_2 = 1/2$. Мультиплетность состояния $2S + 1 = 3$.

Полный механический момент импульса определяется квантовым числом

$$J_{\max} = L_{\max} + S_{\max} = 4.$$

Соответственно, терм может быть обозначен как 3F_4 . Максимально возможный полный механический момент импульса атома рассчитаем по формуле

$$J_{L_{\max}} = \sqrt{J_{\max}(J_{\max} + 1)}\hbar = \sqrt{20}\hbar = 4,7 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Задача 16-3. Определите чему равен орбитальный момент импульса электрона, находящегося в состоянии: а) $2p$; б) $5f$?

Решение. Орбитальный момент импульса

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar,$$

где l – орбитальное квантовое число, принимающее целочисленные значения в интервале $0 < l < (n - 1)$ (где n – главное квантовое число); $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка.

В первом случае, когда электронное состояние задано в виде $2p$, т. е. $n = 2, l = 1$, будем иметь:

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{2}\hbar = 1,45 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

В случае, когда электронное состояние задано в виде $5f$, т. е. $n = 5, l = 3$, получим

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{12}\hbar = 3,64 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Задача 16-4. Состояние атома характеризуется квантовыми числами L и S , которые соответственно равны: а) 2 и 2; б) 3 и 2; в) 2 и 3; г) 1 и $3/2$. Запишите возможные значения квантового числа J при данных значениях L и S .

Решение. Квантовое число L характеризует суммарный орбитальный момент импульса электронов в атоме и может принимать целочисленные неотрицательные значения:

$$L_L = \sqrt{L(L+1)}\hbar.$$

Квантовое число S определяет результирующий спиновый момент импульса электронов в атоме и может быть либо целым, либо полуцелым неотрицательным числом в зависимости от того, четным или нечетным является число электронов в атоме:

$$L_S = \sqrt{S(S+1)}\hbar.$$

При четном числе электронов N квантовое число S принимает значения от $N/2$ (при одинаковой ориентации спиновых моментов всех электронов) до $1/2$ (когда все спиновые моменты, кроме одного, попарно компенсируют друг друга).

В зависимости от относительной ориентации орбитального L_L и спинового моментов импульса L_S , квантовое число J результирующего момента импульса атома L_J может принимать одно из следующих значений:

$$J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S|.$$

Следовательно, в указанных случаях возможные значения квантового числа J будут равны:

а) $J_{\max} = 4, J_{\min} = 0; J = 4, 3, 2, 1, 0;$

б) $J_{\max} = 5, J_{\min} = 1; J = 5, 4, 3, 2, 1;$

в) $J_{\max} = 5, J_{\min} = 1; J = 5, 4, 3, 2, 1;$

г) $J_{\max} = 5/2, J_{\min} = 1/2; J = 5/2, 3/2, 1/2.$

Задача 16-5. Определите максимально возможный орбитальный механический момент атома в состоянии, мультиплетность которого равна пяти и кратность вырождения по J – семи. Напишите спектральное обозначение соответствующего термина.

Решение. По условию задачи мультиплетность $2S + 1 = 5$, поэтому $S = 2$. Кратность вырождения по J равна числу возможных состояний с одинаковыми значениями J : $2J + 1 = 7$. Тогда $J = 3$. Максимально возможное орбитальное квантовое число

$$L_{\max} = J + S = 2 + 3 = 5.$$

Следовательно, терм будет иметь обозначение ${}^5\text{H}_3$. Этому терму соответствует орбитальный механический момент атома

$$L_{L_{\max}} = \sqrt{L_{\max}(L_{\max} + 1)}\hbar = \sqrt{30}\hbar = 5,75 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}.$$

Задача 16-6. Вычислите g -фактор Ланде для атома в состоянии 5F_3 .

Решение. Указанное состояние определяется квантовыми числами $S = 2, L = 3, J = 3$. Поэтому множитель Ланде, рассчитываемый по приведенной ранее формуле, будет равен

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = \frac{5}{4}.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 16.1. Какими квантовыми числами можно охарактеризовать состояние электрона в атоме?
- 16.2. Что определяет главное квантовое число?
- 16.3. Что определяет орбитальное квантовое число?
- 16.4. Что определяет магнитное орбитальное квантовое число?
- 16.5. Что определяет магнитное спиновое квантовое число?
- 16.6. В чем заключается принцип Паули?
- 16.7. Как рассчитывается число возможных состояний, соответствующих определенному главному квантовому числу?
- 16.8. Что такое оболочка, и каким квантовым числом она задается?
- 16.9. Какие символы используются для обозначения подоболочки?
- 16.10. Как принцип Паули объясняет Периодическую систему элементов Д. И. Менделеева?
- 16.11. Какой вид имеет символическое обозначение состояния атома (спектральный терм)?
- 16.12. Что такое мультиплетность состояния?
- 16.13. Какой из рассматриваемых моментов является основным? Ответ обоснуйте.
- 16.14. Какие варианты связей могут иметь место между электронами могут в многоэлектронных атомах?
- 16.15. Что позволяют определить правила Хунда?
- 16.16. Какое суммарное максимальное число s -, p -, d -, f - и g - электронов может находиться в N - и O -оболочках атома?
- 16.17. Запишите квантовые числа, определяющие внешний или валентный электрон в основном состоянии атома натрия.
- 16.18. Пользуясь Периодической системой элементов, запишите символически электронную конфигурацию следующих атомов в основном состоянии: а) неона; б) аргона; в) криптона.

16.19. Заполненной электронной оболочке соответствует главное квантовое число $n = 4$. Определите число электронов в этой оболочке, которые имеют одинаковые следующие квантовые числа: а) $m_l = -3$; б) $m_s = 1/2, l = 2$; в) $m_s = -1/2, m_l = 1$.

16.20. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 2P .

16.21. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 3P . Определите возможные значения его полного магнитного момента.

16.22. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 4P . Определите возможные значения его полного магнитного момента.

16.23. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 2D . Определите возможные значения его полного магнитного момента.

16.24. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 3D . Определите возможные значения его полного магнитного момента.

16.25. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 4D . Определите возможные значения его полного магнитного момента.

16.26. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1/2, L = 2, J = 3/2$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.27. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1/2, L = 2, J = 5/2$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.28. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1, L = 2, J = 2$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.29. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1, L = 1, J = 2$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.30. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 3/2, L = 2, J = 5/2$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.31. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 3/2, L = 2, J = 3/2$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.32. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1/2$, $L = 1$, $J = 3/2$. Рассчитайте максимальное значение полного механического момента атома.

16.33. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1/2$, $J = 5/2$, $g = 6/7$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.34. Выпишите спектральные обозначения терма, у которого $S = 1$, $L = 2$, $g = 4/3$. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.35. Вычислите g -фактор Ланде для атомов в состоянии $S = 1/2$, $L = 2$, $J = 5/2$. Записать обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.36. Вычислите g -фактор Ланде для атомов в состоянии $S = 1$, $L = 2$, $J = 2$. Записать обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.37. Вычислите g -фактор Ланде для атомов в состоянии $S = 1$, $L = 1$, $J = 2$. Записать обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.38. Вычислите g -фактор Ланде для атомов в состоянии $S = 3/2$, $L = 2$, $J = 5/2$. Записать обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.39. Вычислите g -фактор Ланде для атомов в состоянии $S = 3/2$, $L = 2$, $J = 3/2$. Записать обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.40. Вычислите g -фактор Ланде для атомов в состоянии $S = 1/2$, $L = 1$, $J = 3/2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.41. Вычислите g -фактор Ланде для атомов с одним валентным электроном в состоянии D . Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.42. Вычислите g -фактор Ланде для атомов с одним валентным электроном в состоянии P . Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.43. Вычислите g -фактор Ланде для атомов с одним валентным электроном в состоянии F . Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.44. Найдите значение полного магнитного момента атома в состоянии $S = 1/2$, $L = 2$, $J = 5/2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.45. Найдите значение полного магнитного момента атома в состоянии $S = 1, L = 2, J = 2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.46. Найдите значение полного магнитного момента атома в состоянии $S = 1, L = 1, J = 2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.47. Найдите значение полного магнитного момента атома в состоянии $S = 3/2, L = 2, J = 5/2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.48. Найдите значение полного магнитного момента атома в состоянии $S = 3/2, L = 2, J = 3/2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.49. Найдите значение полного магнитного момента атома в состоянии $S = 1/2, L = 1, J = 3/2$. Запишите обозначение терма. Рассчитайте значения полного механического и магнитного моментов атома.

16.50. Убедитесь, что магнитный момент атомов в состоянии ${}^4D_{1/2}$ равен нулю.

16.51. Убедитесь, что магнитный момент атомов в состоянии ${}^6G_{3/2}$ равен нулю.

16.52. Найдите полный механический момент атомов в состоянии 3F , если известно, что в этом состоянии магнитный момент равен нулю.

16.53. Найдите полный механический момент атомов в состоянии 3F , если известно, что в этом состоянии магнитный момент равен нулю.

16.54. Найдите полный механический момент атомов в состоянии 6G , если известно, что в этом состоянии магнитный момент равен нулю.

16.55. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 3P .

16.56. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 3D .

16.57. Найдите значение орбитального и спинового моментов атома в состоянии 4P .

16.58. Найдите возможные значения полных механических моментов электронных оболочек атомов в состоянии 4D .

16.59. Определите возможные значения магнитного момента атома в состоянии 4P .

16.60. Определите возможные значения магнитного момента атома в состоянии 2D .

Практическое занятие № 17

РАДИОАКТИВНОСТЬ

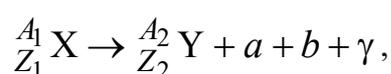
Цель занятия

Знакомство с явлением радиоактивности и приобретение навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Ядро – центральная часть атома, в которой сосредоточена практически вся масса атома и его положительный электрический заряд Ze , где Z – порядковый номер в таблице элементов. Атомные ядра состоят из Z положительных протонов, определяющих заряд ядра, и N нейтронов, не имеющих заряда. Обозначение элемента с указанием чисел Z и N выглядит так: A_ZX , где X – химический символ элемента. $A = N + Z$ – число нуклонов (протонов и нейтронов), называемое массовым числом.

Радиоактивностью называется способность некоторых атомных ядер к самопроизвольному (спонтанному) изменению состава атомного ядра, сопровождаемому испусканием различных видов радиоактивных излучений и элементарных частиц. Различается естественная и искусственная радиоактивность. Естественной называется радиоактивность, наблюдающаяся у существующих в природе неустойчивых изотопов, искусственная радиоактивность – это радиоактивность изотопов, полученных в результате ядерных реакций. Процессы, происходящие в ходе радиоактивного распада, могут быть описаны символическим соотношением:

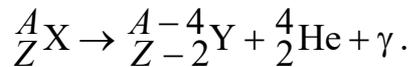


где X и Y – символы исходного и конечного химического элемента; A_1, A_2 и Z_1, Z_2 – массовые и зарядовые числа исходного и конечного ядра; a – частицы, вылетающие из ядра; γ – сопровождающее распад γ - или рентгеновское излучение. При радиоактивном распаде выполняется закон сохранения полной релятивистской энергии, импульса, заряда и массового числа (общего числа нуклонов – протонов и нейтронов). Электрону приписывают массовое число, равное нулю. Сопровождающее α - и β -распады

и испускаемое дочерним ядром γ -излучение (коротковолновое электромагнитное излучение с длиной волны, меньшей 10^{-10} м) не вызывает изменения заряда и массового числа ядер. Гамма-лучи являются основной формой уменьшения энергии возбужденных продуктов радиоактивных превращений.

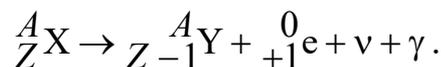
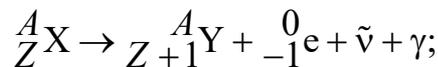
Основные типы радиоактивности:

1) альфа-распад – вылет α -частицы – системы из двух протонов и двух нейтронов, т. е. ядра атома гелия ${}^4_2\text{He}$:



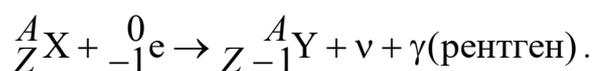
Заряд ядра уменьшается на 2 единицы, массовое число уменьшается на 4 единицы, процесс сопровождается испусканием γ -лучей;

2) бета-распад – взаимные превращения в ядре нейтрона в протона (β_-) и протона в нейтрон (β_+):



Взаимные превращения сопровождаются вылетом электрона ${}_{-1}^0e$ или позитрона ${}_{+1}^0e$ и электронных антинейтрино ${}^0_0\bar{\nu}$ или нейтрино ${}^0_0\nu$. Заряд ядра при β_- -распаде увеличивается на 1, при β_+ -распаде уменьшается на 1. Массовое число не изменяется;

в) электронный захват – ядро поглощает один из K электронов своего атома, при этом один из протонов превращается в нейтрон, испуская нейтрино:



Все это сопровождается характеристическим рентгеновским излучением;

3) спонтанное деление – деление ядра обычно на два осколка, имеющих приблизительно равные массы и заряды. Заряд и массовое число делятся примерно пополам;

4) протонная радиоактивность – ядро претерпевает превращения, испуская один или два протона. Заряд и массовое число уменьшаются на единицу (или на два).

Обычно все типы радиоактивности сопровождаются испусканием гамма-лучей – жесткого коротковолнового электромагнитного излучения. Ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется материнским; возникающее дочернее ядро оказывается возбужденным, и его переход в основное состояние сопровождается испусканием γ -фотона. С учетом излучения энергия в процессе распада сохраняется.

Самопроизвольный распад атомных ядер подчиняется закону радиоактивного распада:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – количество ядер в данном объеме вещества в начальный момент времени $t = 0$; N – число нераспавшихся ядер в том же объеме к моменту времени t ; λ – постоянная распада, равная доле ядер, распадающихся в единицу времени. Число распавшихся ядер, соответственно, равно

$$N - N_0 = N_0 - N_0 e^{-\lambda t} = N_0 (1 - e^{-\lambda t}).$$

Период полураспада $T_{1/2}$ – время, за которое распадается половина первоначального количества радиоактивного вещества. $T_{1/2}$ происходит в интервале времени от $3 \cdot 10^{-7}$ с до $5 \cdot 10^{15}$ лет. Характеризует устойчивость ядер к радиоактивному распаду. Постоянная распада λ связана с периодом полураспада $T_{1/2}$:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Величина $\tau = 1/\lambda$, обратная постоянной распада, называется средним временем жизни радиоактивного атома.

Используя соотношение для $T_{1/2}$, закон радиоактивного распада можно записать как

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Величина $A = \lambda N = n / \tau$ называется активностью радиоактивного вещества. Активность измеряется числом распадов ядер радиоактивного вещества в единицу времени. Единица активности в системе СИ – беккерель (1 Бк = 1 расп/с).

Возникающие в результате радиоактивного распада ядра могут быть, в свою очередь, радиоактивными. Это приводит к возникновению цепочки или ряда радиоактивных превращений, заканчивающихся стабильным элементом. Совокупность элементов, образующих такую цепочку, называется радиоактивным семейством. В природе существуют три радиоактивных ряда (семейства), родоначальниками которых являются ^{238}U (ряд урана), ^{232}Th (ряд тория) и ^{235}U (ряд актиноурана). Конечные продукты – изотопы свинца ^{206}Pb , ^{208}Pb , ^{207}Pb .

Примеры решения типовых задач

Задача 17-1. Используя закон радиоактивного распада и связь постоянной распада с периодом полураспада, найдите выражение, связывающее число нераспавшихся и распавшихся атомов с периодом полураспада.

Решение. Закон радиоактивного распада имеет вид:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$. Подставляя это выражение в закон радиоактивного распада, получим

$$N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{T_{1/2}} \ln 2} = N_0 e^{\ln 2 \cdot \left(-\frac{t}{T_{1/2}}\right)} = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

Таким образом, число нераспавшихся ядер N_0 и распавшихся ядер $(N_0 - N)$ рассчитаем как

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}, \quad N_0 - N = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right).$$

Задача 17-2. Период полураспада радиоактивного кобальта ${}_{27}^{60}\text{Co}$ равен 5,3 года. Определите, какая доля первоначального количества ядер этого изотопа распадется через 5 лет.

Решение. Закон радиоактивного распада определяет число нераспавшихся ядер:

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$.

Соответственно, число распавшихся ядер будет $(N_0 - N)$, а их долю от начального числа определим из соотношения

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{N_0} = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-\frac{\ln 2}{5,3} \cdot 5} = 1 - 0,52 = 0,48.$$

Воспользовавшись соотношением

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = \left(1 - 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} \right) = 1 - 2^{-\frac{5}{5,3}} = 1 - 0,52 = 0,48,$$

получим тот же самый результат.

Задача 17-3. Какая доля радиоактивных ядер распадется через время, равное половине периода полураспада?

Решение. Используем закон радиоактивного распада в форме

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}}.$$

По условию задачи рассматривается результат за время, равное половине периода полураспада:

$$t = \frac{1}{2} T_{1/2},$$

по прошествии которого число нераспавшихся ядер станет равным

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{1/2}}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{T_{1/2}}{2T_{1/2}}} = N_0 \cdot 2^{-\frac{1}{2}} = \frac{N_0}{\sqrt{2}} = 0,71 \cdot N_0.$$

Таким образом, расчет доли нераспавшихся N/N_0 и распавшихся $(N_0 - N)/N_0$ ядер приведет к следующему результату:

$$\frac{N}{N_0} = 0,71; \quad \frac{N_0 - N}{N_0} = 0,29.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

- 17.1. Что называется радиоактивностью? Запишите соотношение, символически описывающее радиоактивный распад.
- 17.2. Какие законы сохранения выполняются при радиоактивном распаде?
- 17.3. Какие типы радиоактивности существуют?
- 17.4. Что собой представляют α -частицы?
- 17.5. Что собой представляют β -частицы?
- 17.6. Что представляет собой γ -излучение?
- 17.7. Дайте определение протонной радиоактивности.
- 17.8. Какое из радиоактивных излучений не отклоняется магнитным и электрическим полями?
- 17.9. Как изменяется масса ядра в результате испускания α -частиц?
- 17.10. Как изменяется масса ядра в результате испускания β -частиц?
- 17.11. Как изменяется заряд ядра в результате испускания α -частиц?
- 17.12. Как изменяется заряд ядра в результате испускания β -частиц?
- 17.13. Какому закону подчиняется радиоактивный распад?
- 17.14. Раскройте понятия постоянного распада и периода полураспада.
- 17.15. Какая величина называется активностью радиоактивного вещества?
- 17.16. Радиоактивный изотоп свинца ${}_{82}^{212}\text{Pb}$ испытал один α -распад и два β -распада. Запишите уравнение распада и определите образовавшийся элемент.
- 17.17. Ядро тория ${}_{90}^{230}\text{Th}$ превратилось в ядро радия ${}_{88}^{226}\text{Ra}$. Какую частицу испустило при этом ядро тория?

17.18. Какая часть радиоактивных ядер распадётся за время, равное двум периодам полураспада?

17.19. Какая часть радиоактивных ядер распадётся за время, равное трем периодам полураспада?

17.20. Какая часть радиоактивных ядер распадётся за время, равное четырем периодам полураспада?

17.21. В результате нескольких α - и β -распадов радиоактивный атом ${}^{230}_{90}\text{Th}$ превратился в атом ${}^{212}_{83}\text{Bi}$. Сколько произошло α - и β -распадов?

17.22. Какое количество протонов и нейтронов содержит ядро, образовавшееся в результате радиоактивного распада ядра радия ${}^{226}_{88}\text{Ra}$?

17.23. Ядро состоит из 92 протонов и 144 нейтронов. Сколько протонов и нейтронов будет содержать ядро, образовавшееся после испускания двух α -частиц и одной β -частицы?

17.24. Сколько происходит α - и β -распадов при радиоактивном распаде ${}^{238}_{92}\text{U}$, если он превращается в ${}^{198}_{82}\text{Pb}$?

17.25. Вследствие радиоактивного распада ядро изотопа урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ превращается в ${}^{206}_{82}\text{Pb}$. Чему равно количество α - и β -распадов?

17.26. Определите период полураспада радона, если за одни сутки из $N_0 = 1 \cdot 10^6$ атомов распадается $N = 175000$ атомов.

17.27. Начальное количество ядер радиоактивного изотопа за один год уменьшилось в 3 раза. Во сколько раз уменьшится количество ядер этого радиоактивного изотопа за 4 года?

17.28. За 100 с распалась половина ядер радиоактивного вещества. Через какое время после этого распадётся $3/4$ оставшихся ядер?

17.29. Каков период T полураспада изотопа, если за сутки распадается в среднем 900 атомов из 1000?

17.30. Период полураспада радиоактивного йода ${}^{131}\text{I}$ равен 8 суткам. За какое время количество атомов йода ${}^{131}\text{I}$ уменьшится в 1000 раз?

17.31. Период полураспада селена ${}^{75}\text{Se}$ составляет 120 суток. Сколько процентов атомов этого изотопа распадётся за 6 месяцев?

17.32. Период полураспада селена ${}^{75}\text{Se}$ составляет 120 суток. Сколько процентов атомов этого изотопа распадётся за 12 месяцев?

17.33. Какая доля радиоактивных ядер распадается через интервал времени, равный трем периодам полураспада?

17.34. Масса радиоактивного изотопа серебра уменьшилась в 8 раз за 810 суток. Определите период полураспада данного изотопа.

17.35. Каков период полураспада радиоактивного изотопа, если за 12 ч распадается 7500 атомов из 8000 атомов?

17.36. Период полураспада радиоактивного изотопа равен 20 мин. Через какое время в образце массой 4 г останется 500 мг данного изотопа?

17.37. За год распалось 60 % некоторого исходного радиоактивного элемента. Определите период полураспада этого элемента.

17.38. Период полураспада радиоактивного аргона ${}_{18}^{41}\text{Ar}$ равен 110 мин. Определите время, в течение которого распадается 25 % начального количества ядер.

17.39. Период полураспада радиоактивного вещества равен 5,3 года. Определите, в течение какого времени масса этого вещества уменьшается в 10 раз.

17.40. Определите постоянную распада и число атомов радона, распавшихся в течение суток, если первоначальная масса радона 10 г, а период полураспада 3,82 сут.

17.41. Сколько процентов радиоактивных ядер кобальта останется через месяц, если его период полураспада равен 71 дню?

17.42. Образец, содержащий радий, за 1 с испускает $3,7 \cdot 10^{10}$ α -частиц, движущихся со скоростью $1,5 \cdot 10^7$ м/с. За какое время выделится энергия, равная 100 Дж?

17.43. Препарат активностью $1,7 \cdot 10^{11}$ частиц в секунду помещён в медный контейнер массой 0,5 кг. За какое время температура контейнера повышается на 2 К, если известно, что данное радиоактивное вещество испускает α -частицы с энергией 5,3 МэВ? Считайте, что энергия всех α -частиц полностью переходит во внутреннюю энергию. Теплоёмкостью препарата и теплообменом с окружающей средой можно пренебречь.

17.44. Изотоп водорода тритий имеет период полураспада 12,33 года. Его можно использовать для датирования предметов, возраст которых не превышает 100 лет. Определите возраст бутылки вина, если активность трития в нем составляет 0,1 активности в молодом вине.

17.45. Кусок ископаемого дерева содержит 240 г ${}_{6}^{12}\text{C}$ и имеет активность 5 Бк. Определите возраст дерева, если известно, что в живых деревьях отношение ${}_{6}^{14}\text{C}$ к ${}_{6}^{12}\text{C}$ примерно равно $1,3 \times 10^{-12}$, а период полураспада ${}_{6}^{14}\text{C}$ равен $1,82 \times 10^{11}$ с.

17.46. Определите возраст древних деревянных предметов, если удельная активность изотопа $^{14}_6\text{C}$ у них составляет $3/5$ удельной активности этого же изотопа в только что срубленных деревьях. Период полураспада $^{14}_6\text{C}$ равен 5730 лет.

17.47. Активность некоторого изотопа уменьшается в 2,5 раза за семь суток. Найти его период полураспада.

17.48. В начальный момент времени активность радиоизотопа 10,8 Бк. Какова будет его активность по истечении половины периода полураспада?

17.49. Найдите постоянную распада и среднее время жизни радиоактивного кобальта, если его активность уменьшается на 4 % за один час.

17.50. Вычислите удельную активность радиоактивных изотопов натрия и урана, период полураспада которых равен 15 ч и $7,1 \cdot 10^6$ лет.

Практическое занятие № 18

ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ АТОМНОГО ЯДРА

Цель занятия

Знакомство с некоторыми элементами физики атомного ядра и формирование навыков решения задач по данной теме.

Основные понятия и формулы

Атомное ядро имеет размеры, близкие к 10^{-15} м и состоит из протонов и нейтронов (нуклонов). Общее число нуклонов в ядре называется массовым числом A . Атомное ядро характеризуется зарядом Ze , где Z – зарядовое число ядра, равное числу протонов в ядре и совпадающее с порядковым номером химического элемента в Периодической системе Менделеева.

Энергия связи нуклонов в ядре, т. е. энергия, которую необходимо затратить, чтобы расщепить ядро на отдельные нуклоны, равна

$$E_{\text{св}} = [Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}}] c^2,$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ – массы протона, нейтрона и ядра.

Величина

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}},$$

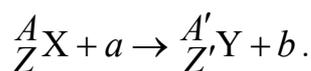
равная разности между массой частиц, составляющих ядро, и массой самого ядра называется дефектом массы ядра. На эту величину уменьшается масса всех нуклонов при образовании из них атомного ядра. Удельная энергия связи $\delta E_{\text{св}} = E_{\text{св}}/A$ (энергия связи, отнесенная к одному нуклону) характеризует устойчивость атомных ядер. При практических вычислениях массы всех частиц и атомов выражаются в атомных единицах массы:

$$1 \text{ а.е.м.} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ кг.}$$

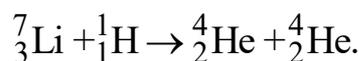
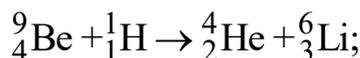
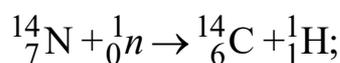
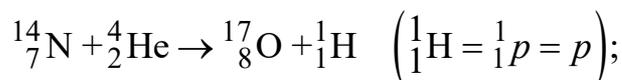
В энергетических единицах

$$1 \text{ а.е.м.} = 931.494 \text{ МэВ.}$$

Ядерные реакции – это превращение атомных ядер при взаимодействии с элементарными частицами или друг с другом. Символическая запись ядерной реакции имеет вид



Например:



Изменение энергии при ядерной реакции (тепловой эффект ядерной реакции) определяется соотношением

$$Q = c^2 (\sum m_1 - \sum m_2),$$

где $\sum m_1$ – сумма масс частиц до реакции; $\sum m_2$ – сумма масс частиц после реакции. Чтобы получить энергию реакции в МэВ, надо массу частиц в соответствии с Периодической системой Менделеева выразить в атомных единицах массы (а.е.м.) и использовать формулу в следующем виде:

$$Q = 931,5 (\sum m_1 - \sum m_2).$$

В отличие от радиоактивного распада, который всегда протекает с выделением энергии, ядерные реакции могут быть как экзотермическими (с выделением энергии), так и эндотермическими (с поглощением энергии). В ядерных реакциях выполняются законы сохранения релятивистской полной энергии, заряда, числа нуклонов и импульса.

В цепной реакции деления частицы, вызывающие реакцию, образуются как продукты этой реакции. Цепная реакция характеризуется коэффициентом размножения k нейтронов. Скорость нарастания цепной реакции и число нейтронов в момент времени t определяются по формулам:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N_0(k-1)}{T}, \quad N = N_0 \exp \frac{(k-1)t}{T},$$

где N_0 и N – число нейтронов в начальный момент и в момент времени t ; T – среднее время жизни одного поколения.

Примеры решения типовых задач

Задача 18-1. Найдите дефект массы, энергию связи и удельную энергию связи ядра серебра ${}_{47}^{108}\text{Ag}$.

Решение. Поскольку число протонов в ядре серебра определяется нижним индексом $Z=47$, а число нуклонов в ядре задается верхним индексом $A=N+Z=108$, то число нейтронов

$$N = A - Z = 108 - 47 = 61.$$

Для расчета дефекта массы воспользуемся соотношением

$$\begin{aligned} \Delta m &= Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{я}} = \\ &= (47 \cdot 1,00783 + 61 \cdot 1,00867 - 107,869) \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} = 1,706 \cdot 10^{-27} \text{ кг.} \end{aligned}$$

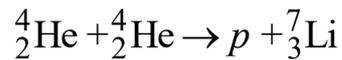
Энергия связи

$$E_{\text{св}} = \Delta m \cdot c^2 = 1,706 \cdot 10^{-27} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 1,536 \cdot 10^{-10} \text{ Дж.}$$

Тогда удельная энергия связи

$$\delta E_{\text{св}} = \frac{E_{\text{св}}}{A} = \frac{1,536 \cdot 10^{-10} \text{ Дж}}{108} = 1,42 \cdot 10^{-12} \text{ Дж.}$$

Задача 18-2. Вычислите энергию ядерной реакции



Выделяется или поглощается энергия при этой реакции?

Решение. Энергия ядерной реакции определяется по формуле

$$Q = c^2(m_1 + m_2 - \sum m'_i),$$

где m_1 и m_2 – массы частиц, вступающих в реакцию; $\sum m'_i$ – сумма масс частиц, образовавшихся в результате реакции. Чтобы получить энергию реакции в МэВ, массу частиц выразим в а.е.м. Тогда формула примет вид

$$Q = 931,5 \cdot (m_1 + m_2 - \sum m'_i).$$

При вычислении энергии ядерной реакции используем массы атомов, вступающих в реакцию:

$$m_{{}^4_2\text{He}} = 4,00260 \text{ а.е.м.};$$

$$m_{{}^1_1\text{H}} = 1,00783 \text{ а.е.м.};$$

$$m_{{}^7_3\text{Li}} = 7,01601 \text{ а.е.м.}$$

Дефект массы реакции будет равен

$$2m_{{}^4_2\text{He}} - m_{{}^1_1\text{H}} - m_{{}^7_3\text{Li}} = - 0,01864 \text{ а.е.м.}$$

Подставив значения дефекта массы реакции в формулу для энергии ядерной реакции, получим

$$Q = 931,5 \cdot (- 0,01864) = - 17,36 \text{ МэВ.}$$

Поскольку $Q < 0$, то энергия в результате реакции поглощается.

Задача 18-3. Найдите энергию реакции ${}^9_4\text{Be} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^6_3\text{Li}$. Кинетические энергии протона и ядра гелия соответственно равны:

$$E_{\text{кН}} = 5,45 \text{ МэВ} \text{ и } E_{\text{кHe}} = 4 \text{ МэВ}.$$

Ядро гелия вылетело под углом 90° к направлению движения протона. Мишень – ядро ${}^9_4\text{Be}$ неподвижна.

Решение. Энергия реакции Q есть разность между суммой кинетических энергий ядер продуктов в реакции и кинетической энергией налетающего ядра:

$$Q = E_{\text{кLi}} + E_{\text{кHe}} - E_{\text{кН}}.$$

Для определения кинетической энергии лития $E_{\text{кLi}}$ воспользуемся законом сохранения импульса

$$\vec{p}_{\text{Н}} = \vec{p}_{\text{He}} + \vec{p}_{\text{Li}}.$$

Векторы $\vec{p}_{\text{Н}}$ и \vec{p}_{He} по условию задачи взаимно перпендикулярны, поэтому

$$p_{\text{Li}}^2 = p_{\text{He}}^2 + p_{\text{Н}}^2.$$

Выразим импульсы ядер через их кинетические энергии, воспользовавшись классической формулой

$$p^2 = 2mE_{\text{к}}.$$

Тогда будем иметь

$$m_{\text{Li}} E_{\text{кLi}} = m_{\text{He}} E_{\text{кHe}} + m_{\text{Н}} E_{\text{кН}},$$

откуда

$$E_{\text{кLi}} = \frac{m_{\text{He}} E_{\text{кHe}} + m_{\text{Н}} E_{\text{кН}}}{m_{\text{Li}}} = \frac{4 \cdot 4 + 1 \cdot 5,45}{6} = 3,58 \text{ МэВ}.$$

Определим энергию реакции Q :

$$Q = E_{\text{кLi}} + E_{\text{кHe}} - E_{\text{кH}} = 3,58 + 4 - 5,45 = 2,13 \text{ МэВ.}$$

Задача 18-4. Какую энергию W (в киловатт-часах) можно получить от деления массы $m = 1$ г урана ${}^{235}_{92}\text{U}$, если при каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200$ МэВ?

Решение. Полученную от деления 1 г урана энергию W представим как произведение выделяющейся при каждом акте распада энергии Q и числа атомов N , содержащихся в 1 г урана:

$$W = QN.$$

Здесь

$$N = \frac{m}{M} N_A,$$

где M – молярная масса урана; N_A – число Авогадро.

$$W = Q \frac{m}{M} N_A = 200 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot \frac{1 \cdot 10^{-3}}{235 \cdot 10^{-3}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 8,2 \cdot 10^{10} \text{ Дж.}$$

Переведем полученное значение энергии в киловатт-часы, исходя из того, что

$$1 \text{ кВт}\cdot\text{ч} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

Таким образом,

$$W = \frac{8,2 \cdot 10^{10}}{3,6 \cdot 10^6} = 2,3 \cdot 10^4 \text{ кВт}\cdot\text{ч.}$$

Задача 18-5. Определите, во сколько раз увеличится число нейтронов в цепной ядерной реакции за время $t = 10$ с, если среднее время жизни T одного поколения составляет 80 мс, а коэффициент размножения нейтронов $k = 1,002$.

Решение. Из формулы для определения числа нейтронов в момент времени t

$$N = N_0 \exp\left(\frac{(k-1)t}{T}\right)$$

получим, что

$$\frac{N}{N_0} = \exp\frac{(k-1)t}{T} = \exp\frac{(1,002-1) \cdot 10}{8 \cdot 10^{-2}} = 1,284.$$

Вопросы и задания для самостоятельного решения

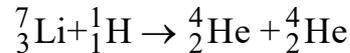
- 18.1. Какие частицы входят в состав ядра?
- 18.2. Расскажите, что такое массовое число и как оно определяется.
- 18.3. Расскажите, что такое зарядовое число и как оно определяется.
- 18.4. Объясните, как находится энергия связи нуклонов в ядре.
- 18.5. Поясните, как определяется дефект массы.
- 18.6. Что такое удельная энергия связи и что она характеризует?
- 18.7. Расскажите как определяется атомная единица массы и чему она равна.
- 18.8. Что происходит в ходе ядерных реакций? Как они символически могут быть записаны?
- 18.9. Приведите примеры ядерных реакций.
- 18.10. Как может быть рассчитан тепловой эффект ядерной реакции?
- 18.11. Всегда ли ядерные реакции являются экзотермическими?
- 18.12. Какие законы сохранения выполняются в ходе ядерных реакций?
- 18.13. Что такое цепная реакция?
- 18.14. Чем определяется скорость нарастания цепной реакции?
- 18.15. Как рассчитывается число нейтронов, образовавшихся в ходе цепной реакции к некоторому моменту времени?
- 18.16. Вычислите дефект массы и энергию связи ядра элемента ${}_{12}^{24}\text{Mg}$ ($m_{\text{Mg}} = 23,98504$ а.е.м.).
- 18.17. Найдите удельную энергию связи ядра кислорода ${}_{8}^{16}\text{O}$ ($m_0 = 15,994$ а.е.м.).
- 18.18. Опираясь на данные табл. Г.1 (прил. Г), вычислите дефект массы и удельную энергию связи ядра ${}_{13}^{27}\text{Al}$.
- 18.19. На основе данных табл. Г.1 (прил. Г) рассчитайте дефект массы и удельную энергию связи ядра ${}_{15}^{30}\text{P}$.

18.20. Опираясь на данные табл. Г.1 (прил. Г), вычислите дефект массы и удельную энергию связи ядра ${}_{19}^{40}\text{K}$.

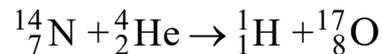
18.21. Используя данные табл. Г.1 (прил. Г) вычислите дефект массы и удельную энергию связи ядра ${}_{20}^{40}\text{Ca}$.

18.22. На основе данных табл. Г.1 вычислите дефект массы и удельную энергию связи ядра ${}_{82}^{206}\text{Pb}$.

18.23. Найдите энергию Q , выделяющуюся при реакции:

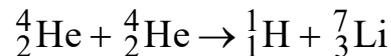


18.24. Вычислите энергию Q , поглощенную при реакции:

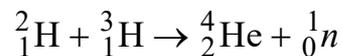


18.25. Найдите энергию ядерной реакции ${}_{7}^{14}\text{N} + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{6}^{14}\text{C} + {}_{1}^{1}\text{H}$. Выделяется или поглощается энергия при этой реакции?

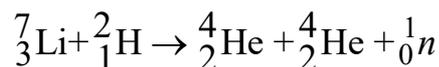
18.26. Вычислите энергию термоядерной реакции



18.27. Определите энергию термоядерной реакции

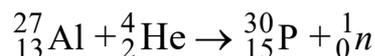


18.28. Вычислите энергию термоядерной реакции



18.29. При реакции синтеза ${}_{1}^{2}\text{H} + {}_{1}^{3}\text{H} \rightarrow {}_{2}^{4}\text{He} + {}_{1}^{1}p$ образуется гелий и протон и выделяется 18,3 МэВ энергии. Какую кинетическую энергию уносит ядро гелия, если суммарный импульс исходных частиц равен нулю, а их кинетическая энергия пренебрежимо мала по сравнению с выделившейся?

18.30. Используя данные, приведенные в табл. Г.1 (прил. Г), вычислите энергию, освобождающуюся при осуществлении ядерной реакции



18.31. Какое количество энергии освобождается при соединении одного протона и двух нейтронов в одно ядро?

18.32. При делении одного ядра урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ выделяется энергия 200 МэВ. Какую долю энергии покоя ядра урана составляет выделившаяся энергия?

18.33. Какая масса m урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ расходуется за 1 сутки на атомной электростанции мощностью $P = 5000$ кВт? КПД принять равным 17 % и считать, что в каждом акте распада выделяется энергия $Q = 200$ МэВ.

18.34. Найдите электрическую мощность атомной электростанции, расходующей 0,1 кг урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ в сутки, если КПД станции 16 %.

18.35. Сколько ядер урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ должно делиться в 1 с, чтобы тепловая мощность ядерного реактора была равна 1 Вт?

18.36. Определите суточный расход ядерного горючего ${}_{92}^{235}\text{U}$ в ядерном реакторе атомной электростанции. Тепловая мощность электростанции 10000 кВт. Энергию, выделяющуюся при одном акте деления, принять равной 200 МэВ, КПД электростанции – 20 %.

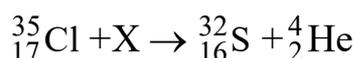
18.37. В ядерном реакторе на тепловых нейтронах среднее время жизни одного поколения нейтронов составляет $T = 90$ мс. Принимая коэффициент размножения нейтронов $k = 1,003$, определите период τ реактора, т. е. время, в течение которого поток тепловых нейтронов увеличится в e раз.

18.38. При взрыве термоядерной бомбы освобождается энергия $8,3 \cdot 10^{16}$ Дж, которая получается в основном за счет деления ядер урана ${}_{92}^{238}\text{U}$. При делении одного ядра урана ${}_{92}^{238}\text{U}$ освобождается 200 МэВ, масса ядра равна примерно 238 а.е.м. Найдите массу ядер урана, испытавших деление при взрыве, и суммарный дефект массы.

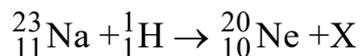
18.39. Вычислите массу радиоактивных продуктов деления ядер урана, накапливающихся в ядерном реакторе тепловой мощностью $3 \cdot 10^9$ Вт за сутки. Принять выделение энергии при делении ядра урана ${}_{92}^{235}\text{U}$, равным 200 МэВ.

18.40. Сколько ядер урана ${}_{92}^{235}\text{U}$ должно делиться в 1 с, чтобы тепловая мощность ядерного реактора была равна 1 Вт?

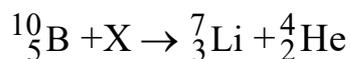
18.41. Идентифицируйте частицу X и рассчитайте энергию реакции Q в следующем случае:



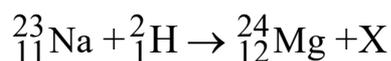
18.42. Идентифицируйте частицу X и рассчитайте энергию реакции Q в следующем случае:



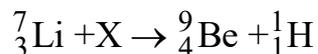
18.43. Идентифицируйте частицу X и рассчитайте энергию реакции Q в следующем случае:



18.44. Идентифицируйте частицу X и рассчитайте энергию реакции Q в следующем случае:



18.45. Идентифицируйте частицу X и рассчитайте энергию реакции Q в следующем случае:



КОНТРОЛЬ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

В случае, если образовательной программой предусмотрено выполнение контрольных работ, можно воспользоваться приведенными ниже таблицами, содержащими распределенные по вариантам комбинации задач по различным темам. Так, контрольная работа № 1 включает в себя задачи по физическим основам механики и основам молекулярной физики и термодинамики, а контрольная работа № 2 – по электростатике и на постоянный электрический ток.

Номер варианта – две последние цифры шифра зачетной книжки. Если число больше 50, номер варианта определяется как разность соответствующего числа и 50. Например, последние две цифры дают число 87. Это означает, что необходимо выполнить вариант с номером 37, так как $87 - 50 = 37$. Если обе последние цифры – нули, выполняется 50-й вариант.

Контрольная работа № 1

Вариант	Номера заданий							
1	1.1 1.25 1.45	2.15 2.30	3.11 3.23 3.46	4.1 4.16	5.3 5.28 5.42	6.5 6.38 6.60	7.14 7.28	8.3 8.28
2	1.2 1.26 1.44	2.14 2.29	3.12 3.36 3.45	4.2 4.17	5.4 5.29 5.43	6.6 6.37 6.43	7.15 7.29	8.2 8.27
3	1.3 1.27 1.43	2.13 2.28	3.1 3.25 3.47	4.3 4.18	5.5 5.30 5.44	6.7 6.26 6.44	7.1 7.30	8.1 8.26
4	1.4 1.28 1.42	2.12 2.27	3.2 3.26 3.44	4.4 4.19	5.6 5.31 5.45	6.8 6.30 6.45	7.2 7.31	8.10 8.25
5	1.5 1.38 1.41	2.11 2.26	3.3 3.27 3.43	4.5 4.20	5.7 5.32 5.36	6.9 6.29 6.46	7.3 7.32	8.11 8.24
6	1.6 1.30 1.40	2.10 2.25	3.4 3.28 3.42	4.6 4.21	5.8 5.23 5.37	6.10 6.28 6.47	7.4 7.33	8.12 8.35
7	1.7 1.31 1.39	2.9 2.24	3.5 3.38 3.41	4.7 4.22	5.9 5.24 5.38	6.11 6.27 6.48	7.5 7.34	8.13 8.34

Вариант	Номера заданий							
8	1.8 1.32 1.38	2.8 2.23	3.6 3.30 3.40	4.8 4.23	5.10 5.35 5.39	6.12 6.26 6.49	7.6 7.35	8.14 8.33
9	1.9 1.33 1.37	2.7 2.22	3.7 3.31 3.39	4.9 4.24	5.11 5.26 5.40	6.13 6.25 6.50	7.7 7.16	8.15 8.32
10	1.10 1.24 1.34	2.6 2.21	3.8 3.32 3.38	4.10 4.25	5.12 5.27 5.41	6.14 6.24 6.51	7.8 7.17	8.1 8.31
11	1.11 1.23 1.35	2.5 2.20	3.9 3.33 3.37	4.11 4.26	5.13 5.28 5.42	6.15 6.23 6.52	7.9 7.18	8.2 8.30
12	1.12 1.36 1.45	2.4 2.19	3.10 3.24 3.34	4.12 4.27	5.14 5.29 5.43	6.1 6.22 6.53	7.10 7.19	8.3 8.29
13	1.13 1.20 1.37	2.3 2.18	3.8 3.29 3.44	4.13 4.28	5.3 5.18 5.42	6.5 6.18 6.42	7.14 7.28	8.3 8.28
14	1.14 1.19 1.33	2.2 2.17	3.9 3.28 3.43	4.14 4.29	5.4 5.19 5.43	6.6 6.17 6.43	7.15 7.29	8.2 8.27
15	1.15 1.18 1.38	2.1 2.16	3.13 3.20 3.37	4.15 4.30	5.5 5.20 5.44	6.7 6.16 6.44	7.1 7.30	8.1 8.26
16	1.1 1.17 1.39	2.2 2.18	3.14 3.19 3.33	4.4 4.31	5.6 5.21 5.45	6.8 6.30 6.45	7.2 7.31	8.10 8.25
17	1.2 1.16 1.40	2.3 2.17	3.15 3.18 3.38	4.5 4.32	5.7 5.22 5.44	6.9 6.29 6.46	7.3 7.32	8.11 8.24
18	1.3 1.34 1.41	2.4 2.20	3.1 3.17 3.39	4.6 4.33	5.8 5.23 5.43	6.10 6.28 6.47	7.4 7.33	8.12 8.23
19	1.4 1.33 1.42	2.5 2.21	3.2 3.16 3.40	4.7 4.34	5.9 5.24 5.42	6.11 6.27 6.48	7.5 7.24	8.13 8.22

Вариант	Номера заданий							
20	1.5 1.32 1.43	2.6 2.22	3.3 3.34 3.41	4.8 4.35	5.10 5.25 5.41	6.12 6.26 6.49	7.6 7.25	8.14 8.21
21	1.6 1.31 1.44	2.7 2.23	3.4 3.33 3.42	4.9 4.34	5.11 5.26 5.40	6.13 6.25 6.50	7.7 7.16	8.15 8.20
22	1.7 1.30 1.45	2.8 2.24	3.5 3.32 3.43	4.10 4.33	5.12 5.27 5.39	6.14 6.24 6.51	7.8 7.17	8.1 8.19
23	1.8 1.29 1.44	2.9 2.25	3.6 3.31 3.44	4.11 4.32	5.13 5.28 5.38	6.15 6.23 6.52	7.9 7.18	8.2 8.18
24	1.9 1.28 1.43	2.10 2.26	3.7 3.30 3.45	4.12 4.31	5.14 5.29 5.37	6.1 6.22 6.53	7.10 7.19	8.3 8.17
25	1.10 1.27 1.42	2.11 2.27	3.5 3.18 3.47	4.13 4.32	5.15 5.30 5.44	6.2 6.21 6.54	7.11 7.20	8.4 8.16
26	1.11 1.26 1.41	2.12 2.28	3.6 3.17 3.46	4.14 4.33	5.1 5.16 5.36	6.3 6.20 6.55	7.12 7.21	8.5 8.17
27	1.12 1.25 1.40	2.13 2.29	3.13 3.20 3.37	4.15 4.34	5.2 5.17 5.35	6.4 6.19 6.56	7.13 7.22	8.6 8.18
28	1.13 1.24 1.39	2.14 2.30	3.14 3.19 3.33	4.1 4.35	5.3 5.18 5.34	6.5 6.18 6.57	7.14 7.23	8.7 8.19
29	1.14 1.23 1.38	2.15 2.19	3.15 3.18 3.38	4.2 4.26	5.4 5.19 5.33	6.6 6.17 6.58	7.15 7.24	8.8 8.20
30	1.15 1.22 1.37	2.1 2.22	3.1 3.17 3.39	4.3 4.27	5.5 5.20 5.32	6.7 6.16 6.59	7.1 7.25	8.9 8.21
31	1.1 1.21 1.36	2.2 2.23	3.2 3.16 3.40	4.4 4.28	5.6 5.21 5.30	6.8 6.30 6.60	7.6 7.26	8.10 8.22

Вариант	Номера заданий							
32	1.2 1.20 1.35	2.3 2.24	3.3 3.34 3.41	4.5 4.29	5.7 5.22 5.31	6.9 6.29 6.59	7.7 7.27	8.11 8.23
33	1.3 1.19 1.34	2.4 2.35	3.4 3.33 3.42	4.6 4.30	5.8 5.23 5.32	6.10 6.28 6.58	7.8 7.28	8.12 8.24
34	1.4 1.19 1.44	2.3 2.26	3.5 3.32 3.43	4.7 4.31	5.9 5.24 5.33	6.11 6.42 6.57	7.9 7.29	8.12 8.25
35	1.5 1.18 1.33	2.2 2.27	3.6 3.31 3.44	4.8 4.32	5.10 5.16 5.34	6.12 6.41 6.56	7.10 7.30	8.14 8.26
36	1.6 1.17 1.32	2.1 2.28	3.7 3.30 3.45	4.9 4.33	5.11 5.17 5.35	6.13 6.40 6.55	7.11 7.31	8.15 8.27
37	1.7 1.16 1.31	2.2 2.29	3.11 3.21 3.42	4.10 4.16	5.12 5.18 5.36	6.14 6.39 6.54	7.12 7.32	8.15 8.28
38	1.8 1.30 1.33	2.3 2.30	3.12 3.20 3.43	4.11 4.17	5.13 5.19 5.37	6.15 6.38 6.53	7.13 7.33	8.14 8.29
39	1.9 1.29 1.34	2.4 2.21	3.7 3.16 3.46	4.12 4.18	5.14 5.20 5.38	6.1 6.37 6.52	7.14 7.34	8.13 8.20
40	1.10 1.28 1.35	2.5 2.20	3.8 3.30 3.47	4.13 4.19	5.15 5.21 5.39	6.2 6.36 6.51	7.15 7.35	8.12 8.21
41	1.11 1.27 1.36	2.6 2.19	3.9 3.29 3.34	4.14 4.20	5.1 5.22 5.40	6.3 6.35 6.50	7.15 7.26	8.11 8.22
42	1.12 1.26 1.37	2.7 2.18	3.10 3.28 3.35	4.15 4.21	5.2 5.23 5.41	6.4 6.34 6.49	7.14 7.27	8.10 8.23
43	1.13 1.25 1.38	2.8 2.17	3.11 3.27 3.36	4.1 4.22	5.3 5.24 5.42	6.5 6.33 6.48	7.13 7.28	8.9 8.24

Вариант	Номера заданий							
44	1.14 1.24 1.39	2.9 2.16	3.12 3.26 3.37	4.2 4.23	5.4 5.25 5.43	6.6 6.32 6.47	7.12 7.19	8.8 8.25
45	1.15 1.23 1.40	2.10 2.29	3.13 3.25 3.38	4.3 4.24	5.5 5.26 5.44	6.7 6.31 6.46	7.11 7.20	8.7 8.30
46	1.10 1.22 1.41	2.11 2.28	3.14 3.24 3.39	4.4 4.25	5.6 5.21 5.45	6.8 6.30 6.60	7.10 7.16	8.6 8.31
47	1.11 1.21 1.42	2.12 2.27	3.15 3.23 3.40	4.5 4.26	5.7 5.22 5.44	6.9 6.29 6.59	7.9 7.17	8.5 8.32
48	1.12 1.20 1.43	2.23 2.26	3.10 3.22 3.41	4.6 4.27	5.8 5.23 5.37	6.10 6.28 6.58	7.8 7.18	8.4 8.33
49	1.13 1.19 1.44	2.14 2.28	3.14 3.18 3.45	4.7 4.28	5.9 5.24 5.38	6.11 6.27 6.57	7.7 7.19	8.3 8.34
50	1.14 1.18 1.45	2.15 2.29	3.13 3.19 3.44	4.8 4.29	5.10 5.25 5.39	6.12 6.26 6.56	7.8 7.20	8.4 8.35

Контрольная работа № 2

Вариант	Номера заданий							
1	11.1 11.25 11.45	12.15 12.30 12.42	13.11 13.23 13.36	14.16 14.26	15.21 15.28	16.5 16.38 16.60	17.14 17.28	18.16 18.28
2	11.2 11.26 11.44	12.14 12.29 12.43	13.12 13.36 13.45	14.17 14.27	15.22 15.29	16.6 16.37 16.43	17.15 17.29	18.17 18.27
3	11.3 11.27 11.43	12.13 12.28 12.44	13.1 13.25 13.37	14.18 14.28	15.23 15.30	16.7 16.26 16.44	17.1 17.30	18.18 18.26
4	11.4 11.28 11.42	12.12 12.27 12.45	13.2 13.26 13.44	14.19 14.29	15.24 15.31	16.8 16.30 16.45	17.2 17.31	18.19 18.25

Вариант	Номера заданий							
5	11.5 11.38 11.41	12.11 12.26 12.36	13.3 13.27 13.43	14.20 14.30	15.25 15.32	16.9 16.29 16.46	17.3 17.32	18.21 18.24
6	11.6 11.30 11.40	12.10 12.25 12.37	13.4 13.28 13.42	14.21 14.31	15.26 15.23	16.10 16.28 16.47	17.4 17.33	18.22 18.35
7	11.7 11.31 11.39	12.9 12.24 12.38	13.5 13.38 13.41	14.22 14.32	15.27 15.24	16.11 16.27 16.48	17.5 17.34	18.23 18.34
8	11.8 11.32 11.38	12.8 12.23 12.39	13.6 13.30 13.40	14.23 14.33	15.28 15.35	16.12 16.26 16.49	17.6 17.35	18.24 18.33
9	11.9 11.33 11.47	12.7 12.22 12.40	13.7 13.31 13.39	14.24 14.34	15.29 15.36	16.13 16.25 16.50	17.7 17.36	18.25 18.32
10	11.10 11.24 11.46	12.6 12.21 12.41	13.8 13.32 13.38	14.25 14.35	15.30 15.37	16.14 16.24 16.51	17.8 17.37	18.20 18.31
11	11.11 11.23 11.48	12.5 12.20 12.42	13.9 13.33 3.37	14.26 14.36	15.31 15.38	16.15 16.23 16.52	17.9 17.38	18.26 18.30
12	11.12 11.36 11.45	12.4 12.19 12.43	13.10 13.24 13.34	14.27 14.37	15.32 15.39	16.1 16.22 16.53	17.10 17.39	18.16 18.29
13	11.13 11.20 11.37	12.3 12.18 12.42	13.8 13.29 13.44	14.28 14.38	15.33 15.18	16.5 16.18 16.42	17.14 17.41	18.17 18.28
14	11.14 11.19 11.33	12.2 12.17 12.43	13.9 13.28 13.43	14.29 14.39	15.34 15.40	16.6 16.17 16.43	17.15 17.42	18.18 18.27
15	11.15 11.18 11.38	12.1 12.16 12.44	13.13 13.20 13.37	14.30 14.40	15.26 15.39	16.7 16.16 16.44	17.1 17.43	18.19 18.26
16	11.1 11.17 11.39	12.2 12.18 12.45	13.14 13.19 13.33	14.16 14.31	15.16 15.41	16.8 16.30 16.45	17.2 17.44	18.20 18.45

Вариант	Номера заданий							
17	11.2 11.16 11.40	12.3 12.17 12.46	13.15 13.18 13.38	14.17 14.32	15.17 15.42	16.9 16.29 16.46	17.3 17.45	18.21 18.44
18	11.3 11.34 11.41	12.4 12.20 12.47	13.1 13.17 13.39	14.18 14.33	15.18 15.43	16.10 16.28 16.47	17.4 17.46	18.22 18.43
19	11.4 11.33 11.42	12.5 12.21 12.48	13.2 13.16 13.40	14.19 14.34	15.19 15.44	16.11 16.27 16.48	17.5 17.47	18.23 18.42
20	11.5 11.32 11.43	12.6 12.22 12.49	13.3 13.34 13.41	14.20 14.35	15.20 15.45	16.12 16.26 16.49	17.6 17.48	18.24 18.41
21	11.6 11.31 11.44	12.7 12.23 12.50	13.4 13.33 13.42	14.21 14.36	15.21 15.46	16.13 16.25 16.50	17.7 17.49	18.25 18.40
22	11.7 11.30 11.45	12.8 12.24 12.51	13.5 13.32 13.43	14.22 14.37	15.22 15.47	16.14 16.24 16.51	17.8 17.50	18.26 18.39
23	11.8 11.29 11.44	12.9 12.25 12.52	13.6 13.31 13.44	14.23 14.38	15.23 15.48	16.15 16.23 16.52	17.9 17.49	18.27 18.38
24	11.9 11.28 11.43	12.10 12.26 12.53	13.7 13.30 13.45	14.24 14.39	15.24 15.49	16.1 16.22 16.53	17.10 17.48	18.28 18.37
25	11.10 11.27 11.42	12.11 12.27 12.54	13.5 13.18 13.27	14.25 14.40	15.25 15.30	16.2 16.21 16.54	17.11 17.47	18.29 18.36
26	11.11 11.26 11.41	12.12 12.28 12.55	13.6 13.17 13.26	14.16 14.33	15.26 15.31	16.3 16.20 16.55	17.12 17.46	18.30 18.37
27	11.12 11.25 11.40	12.13 12.29 12.35	13.13 13.20 13.37	14.17 14.34	15.27 15.32	16.4 16.19 16.56	17.13 17.45	18.29 18.38
28	11.13 11.24 11.39	12.14 12.30 12.34	13.14 13.19 13.33	14.18 14.35	15.28 15.33	16.5 16.18 16.57	17.14 17.44	18.28 18.39

Вариант	Номера заданий							
29	11.14 11.23 11.38	12.15 12.19 12.33	13.15 13.18 13.38	14.19 14.26	15.29 15.34	16.6 16.17 16.58	17.15 17.43	18.27 18.40
30	11.15 11.22 11.37	12.1 12.22 12.32	13.1 13.17 13.39	14.20 14.27	15.30 15.35	16.7 16.16 16.59	17.1 17.42	18.26 18.41
31	11.1 11.21 11.36	12.2 12.23 12.30	13.2 13.16 13.40	14.21 14.28	15.16 15.21	16.8 16.30 16.60	17.6 17.41	18.25 18.42
32	11.2 11.20 11.35	12.3 12.24 12.31	13.3 13.34 13.41	14.22 14.29	15.17 15.22	16.9 16.29 16.59	17.7 17.40	18.24 18.43
33	11.3 11.19 11.34	12.4 12.35 12.32	13.4 13.33 13.42	14.23 14.30	15.18 15.23	16.10 16.28 16.58	17.8 17.39	18.23 18.44
34	11.4 11.19 11.44	12.3 12.26 12.33	13.5 13.32 13.43	14.24 14.31	15.19 15.24	16.11 16.42 16.57	17.9 17.29	18.22 18.45
35	11.5 11.18 11.33	12.2 12.27 12.34	13.6 13.31 13.44	14.25 14.32	15.20 15.26	16.12 16.41 16.56	17.10 17.30	18.21 18.36
36	11.6 11.17 11.32	12.1 12.28 12.35	13.7 13.30 13.45	14.26 14.33	15.21 15.27	16.13 16.40 16.55	17.11 17.31	18.20 18.37
37	11.7 11.16 11.31	12.2 12.29 12.36	13.11 13.21 13.42	14.27 14.34	15.22 15.28	16.14 16.39 16.54	17.12 17.32	18.19 18.38
38	11.8 11.30 11.33	12.3 12.30 12.37	13.12 13.20 13.43	14.28 14.35	15.23 15.29	16.15 16.38 16.53	17.13 17.33	18.18 18.39
39	11.9 11.29 11.34	12.4 12.21 12.38	13.7 13.16 13.36	14.29 14.36	15.24 15.30	16.1 16.37 16.52	17.14 17.34	18.17 18.40
40	11.10 11.28 11.35	12.5 12.20 12.39	13.8 13.30 13.37	14.30 14.37	15.25 15.31	16.2 16.36 16.51	17.15 17.35	18.16 18.41

Вариант	Номера заданий							
41	11.11	12.6	13.9	14.31	15.26	16.3	17.15	18.17
	11.27	12.19	13.29	14.38	15.32	16.35	17.36	18.42
	11.36	12.40	13.34			16.50		
42	11.12	12.7	13.10	14.32	15.27	16.4	17.14	18.18
	11.26	12.18	13.28	14.39	15.33	16.34	17.37	18.43
	11.37	12.41	13.35			16.49		
43	11.13	12.8	13.11	14.33	15.28	16.5	17.13	18.19
	11.25	12.17	13.27	14.40	15.34	16.33	17.38	18.44
	11.38	12.42	13.36			16.48		
44	11.14	12.9	13.12	14.16	15.29	16.6	17.12	18.20
	11.24	12.16	13.26	14.33	15.35	16.32	17.39	18.45
	11.39	12.43	13.37			16.47		
45	11.15	12.10	13.13	14.17	15.30	16.7	17.11	18.21
	11.23	12.29	13.25	14.34	15.36	16.31	17.40	18.40
	11.40	12.44	13.38			16.46		
46	11.10	12.11	13.14	14.18	15.31	16.8	17.10	18.6
	11.22	12.28	13.24	14.35	15.37	16.30	17.41	18.41
	11.41	12.55	13.39			16.60		
47	11.11	12.12	13.15	14.19	15.32	16.9	17.9	18.22
	11.21	12.27	13.23	14.36	15.38	16.29	17.42	18.42
	11.42	12.54	13.40			16.59		
48	11.12	12.23	13.10	14.20	15.33	16.10	17.8	18.23
	11.20	12.26	13.22	14.37	15.39	16.28	17.43	18.43
	11.43	12.47	13.41			16.58		
49	11.13	12.14	13.14	14.21	15.34	16.11	17.7	18.24
	11.19	12.28	13.18	14.38	15.40	16.27	17.44	18.44
	11.44	12.48	13.45			16.57		
50	11.14	12.15	13.13	14.22	15.20	16.12	17.8	18.25
	11.18	12.29	13.19	14.39	15.39	16.26	17.45	18.45
	11.45	12.49	13.44			16.56		

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Астахов, А. В. Курс физики. В 2 томах. Том 2. Электромагнитное поле / А. В. Астахов. – Москва : Наука, 1980. – 359 с.
2. Бондарев, Б. В. Курс общей физики : учебник для бакалавров. В 3 книгах. Книга 2. Электромагнетизм. Оптика. Квантовая физика / Б. В. Бондарев, Г. Г. Спиринов, Н. П. Калашников. – 2-е изд. – Москва : Юрайт, 2019. – 448 с.
3. Бондарев, Б. В. Курс общей физики : учебник для бакалавров. В 3 книгах. Книга 3. Термодинамика. Статистическая физика. Строение вещества / Б. В. Бондарев, Г. Г. Спиринов, Н. П. Калашников. – 2-е изд. – Москва : Юрайт, 2019. – 384 с.
4. Бублей, С. М. Физика : задачи повышенной сложности : решение задач / С. М. Бублей, С. П. Малюков, В. П. Медведев. – Ростов-на-Дону : Феникс, 2005. – 252 с.
5. Васильев, А. Н. Классическая электродинамика : краткий курс лекций / А. Н. Васильев. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2010. – 288 с.
6. Волькенштейн, В. С. Сборник задач по общему курсу физики / В. С. Волькенштейн. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург : Книжный Мир, 2003. – 328 с.
7. Дмитриева, В. Ф. Физика для профессий и специальностей технического профиля : учебник для студентов учреждений среднего профессионального образования / В. Ф. Дмитриева. – 8-е изд., стер. – Москва : Academia, 2015. – 448 с.
8. Дмитриева, В. Ф. Физика для профессий и специальностей технического профиля: сборник задач : учебное пособие для студентов учреждений среднего профессионального образования / В. Ф. Дмитриева. – 4-е изд., стер. – Москва : Academia, 2014. – 256 с.
9. Зуева, О. С. Механика и молекулярная физика : учебное пособие / О. С. Зуева. – Казань : КГЭУ, 2006. – 228 с.
10. Зуева, О. С. Электричество и магнетизм : краткий курс лекций по физике для студентов заочной и очно-заочной формы обучения / О. С. Зуева, А. И. Килеев. – Казань : Казанский государственный энергетический университет, 2006. – 80 с.
11. Иродов, И. Е. Задачи по общей физике / И. Е. Иродов. – Москва : Наука, 1979. – 368 с.
12. Курс физики : учебник для вузов : в 2 томах / под редакцией В. Н. Лозовского. – Санкт-Петербург : Изд-во «Лань», 2001. – 2 т.
13. Общая физика : сборник задач / А. П. Кирьянов, И. П. Шапкарин, С. М. Разинова, С. И. Кубарев. – Москва : КноРус, 2012. – 304 с.

14. Оселедчик, Ю. С. Физика. Модульный курс (для технических вузов): учебное пособие для бакалавров / Ю. С. Оселедчик. П. И. Самойленко, Т. Н. Точилина. – Москва : Юрайт, 2014. – 526 с.
15. Решение задач по квантовой физике : учебное пособие / Е. В. Андрианова, Е. В. Андрос, З. А. Боброва [и др.]. – Минск : БГУИР, 2014. – 68 с.
16. Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах / И. В. Савельев. – 16-е изд., стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2020. – 3 т.
17. Трофимова, Т. И. Курс физики : учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 18-е изд., стер. – Москва : Академия, 2010. – 557 с.
18. Трофимова, Т. И. Сборник задач по курсу физики с решениями / Т. И. Трофимова. – Москва : Высшая школа, 2008. – 592 с.
19. Трофимова, Т. И. Физика : справочник с примерами решения задач / Т. И. Трофимова. – Москва : Юрайт, 2010. – 448 с.
20. Трофимова, Т. И. Физика : учебник для студентов учреждений высшего профессионального образования / Т. И. Трофимова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Academia, 2013. – 350 с.
21. Урядова, Л. Ф. Химия : учебно-практическое пособие / Л. Ф. Урядова, Н. Д. Чичирова. – Казань : КГЭУ, 2001. – 199 с.
22. Физика : задачник. В 2 частях. Часть 2. Магнетизм. Оптика. Квантовая физика. Физика атома и атомного ядра / составители: Е. В. Газеева, Е. Л. Корягина, С. Ф. Малацион, А. Н. Гавриленко. – Казань : КГЭУ, 2022. – 178 с.
23. Физика. 11 класс. В 2 частях. Часть 2. Задачник для общеобразовательных учреждений (базовый уровень) / Л. Э. Генденштейн, Л. А. Кирик, И. М. Гельфгат, И. Ю. Ненашев. – Москва : Мнемозина, 2010. – 96 с.
24. Фирсов, А. В. Курс физики : задачи и решения / А. В. Фирсов, Т. И. Трофимова. – Москва : Academia, 2009. – 592 с.
25. Фриш, С. Э. Курс общей физики : учебник : в 3 томах / С. Э. Фриш, А. В. Тиморева. – 13-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2022. – 3 т.
26. Хавруняк, В. Г. Физика: лабораторный практикум : учебное пособие / В. Г. Хавруняк. – Москва : Дрофа, 2014. – 144 с.
27. Элементарный учебник физики : учебное пособие. В 3 томах. Том 2. Электричество и магнетизм / под редакцией Г. С. Ландсберга. – Москва : Физматлит, 2015. – 488 с.
28. Яворский, Б. М. Справочник по физике / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф. – Москва : Наука, 1985. – 512 с.
Яворский, Б. М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов / Б. М. Яворский, А. А. Детлаф, А. К. Лебедев. – 8-е изд., перераб. и испр. – Москва : Харвест, 2007. – 1056 с.

Приложение А

Таблица А.1

Некоторые часто встречающиеся числа

$\pi = 3,141593$	$\sqrt{\pi} = 1,77245$	$1^\circ = 0,01745$ рад
$4\pi = 12,5637$	$e = 2,71828$	$1' = 0,00029$ рад
$2/\pi = 0,63662$	$\sqrt{2} = 1,41421$	$1'' = 0,0000048$ рад
$\pi^2 = 9,86960$	$\sqrt{3} = 1,73205$	

Таблица А.2

Обозначения и названия единиц измерения

Единица измерения	Обозначение	Единица измерения	Обозначение	Единица измерения	Обозначение
ампер	А	дина	дин	радиан	рад
вольт	В	джоуль	Дж	секунда	с
вебер	Вб	кельвин	К	сименс	См
ватт	Вт	кулон	Кл	тесла	Тл
генри	Гн	метр	м	фарад	Ф
грамм	г	минута	мин	час	ч
гаусс	Гс	максвелл	Мкс	эрстед	Э
герц	Гц	ньютон	Н	электронвольт	эВ

Таблица А.3

Десятичные приставки к названиям единиц

Приставка	Обозначение	Множитель	Приставка	Обозначение	Множитель
тера	Т	10^{12}	санτι	с	10^{-2}
гига	Г	10^9	милли	м	10^{-3}
мега	М	10^6	микро	мк	10^{-6}
кило	К	10^3	нано	н	10^{-9}
гекто	г	10^2	пико	п	10^{-12}
дека	да	10^1	фемто	ф	10^{-15}
деци	д	10^{-1}	атто	а	10^{-18}

Основные физические постоянные

Наименование	Значение, ед. измерения
Гравитационная постоянная	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{ (Н} \cdot \text{м}^2) / \text{кг}^2$
Скорость света в вакууме	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Скорость звука в воздухе при нормальных условиях	$v_{зв} = 331,36 \text{ м/с}$
Электрическая постоянная	$\varepsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ м/Ф}$
Магнитная постоянная	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ $\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Связь между скоростью света и постоянными ε_0 и μ_0	$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$
Постоянная Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя электрона	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Масса покоя протона	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Масса покоя нейтрона	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Отношение массы протона к массе электрона	$\frac{m_p}{m_e} = 1836,15152$
Элементарный заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Отношение заряда электрона к его массе	$\frac{e}{m_e} = 1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Атомная единица массы	$1 \text{ а.е.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Постоянная Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Постоянная Фарадея	$F = 96,48456 \cdot 10^3 \text{ Кл/моль}$
Универсальная газовая постоянная	$R = 8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	$V_0 = 22,41383 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{моль}$
Постоянная Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$
Нормальное атмосферное давление	$p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$
Ускорение свободного падения	$g = 9,80665 \text{ м/с}^2$

Таблица А.5

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение, ед. измерения
Радиус Земли	$6,378164 \cdot 10^6$ м
Средняя плотность Земли	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Земли	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6,9599 \cdot 10^8$ м
Средняя плотность Солнца	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м ³
Масса Солнца	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1,737 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Среднее расстояние до Луны	$3,844 \cdot 10^8$ м
Среднее расстояние до Солнца (астрономическая единица)	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м
Период обращения Луны вокруг Земли	27 сут 7 ч 43 мин

Таблица А.6

Свойства некоторых твердых тел

Вещество	Плотность, $\times 10^3$ (кг/м ³)	Температура плавления, °С	Удельная теплоем- кость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота плавления, кДж/кг	Температурный коэффициент линейного расширения, $\times 10^{-5}$ (К ⁻¹)
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1 530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	–	1,9
Лед	0,9	0	2 100	335	–
Медь	8,6	1 100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1 770	117	113	0,89
Пробка	0,2	–	2 050	–	–
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1 300	460	–	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

Таблица А.7

Свойства некоторых жидкостей (при 20 °С)

Вещество	Плотность, $\times 10^3$ (кг/м ³)	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Поверхностное натяжение, Н/м
Бензол	0,88	1 720	0,03
Вода	1,00	4 190	0,073
Глицерин	1,20	2 430	0,064
Касторовое масло	0,90	1 800	0,035
Керосин	0,80	2 140	0,03
Ртуть	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2 510	0,02

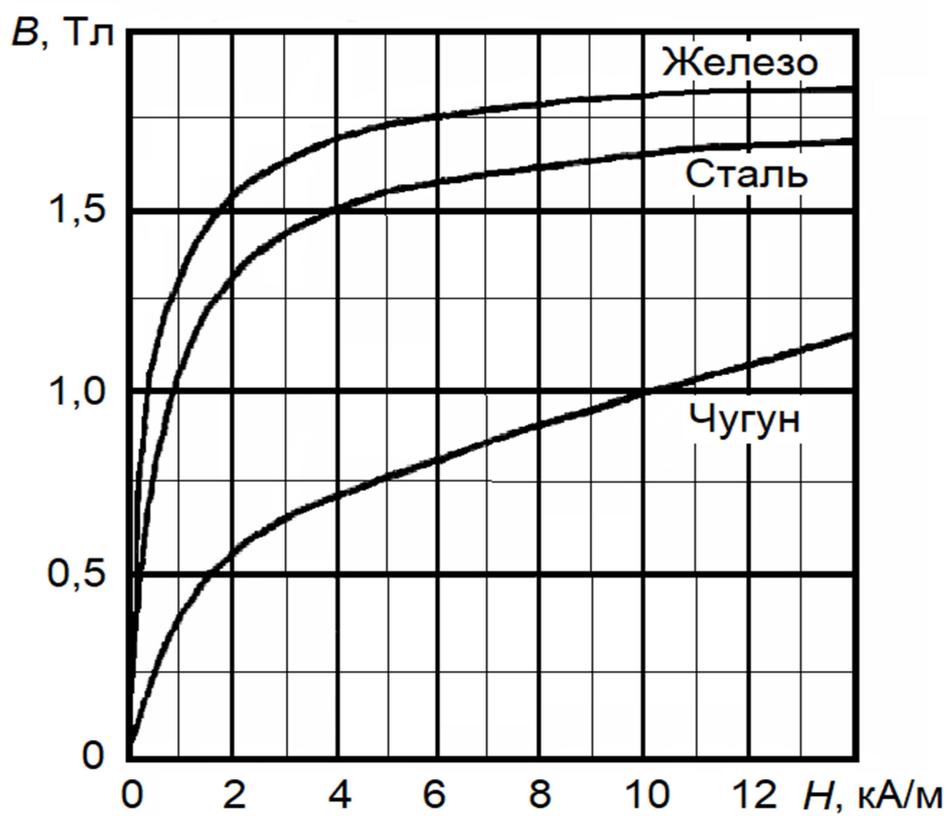


Рис. Б.1. Связь между магнитной индукцией B поля в некоторых ферромагнетиках и напряженностью H намагничивающего поля

Приложение В

Таблица В.1

Диэлектрическая проницаемость диэлектриков

Вещество	ϵ	Вещество	ϵ
Вода	81	Слюда	7
Керосин	2	Стекло	7
Масло (трансф.)	2,2	Фарфор	5
Парафин	2	Эбонит	3

Таблица В.2

Удельное сопротивление ρ и температурный коэффициент сопротивления α проводников

Вещество	ρ , Ом · м (при 20 °С)	α , К ⁻¹
Алюминий	$2,8 \cdot 10^{-8}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$
Нихром	$110 \cdot 10^{-8}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	$6,2 \cdot 10^{-3}$
Медь	$1,7 \cdot 10^{-8}$	$5,9 \cdot 10^{-3}$

Таблица В.3

Работа выхода электронов из металла, эВ

W	4,5	Ag	4,74
W + Cs	1,6	Li	2,4
W + Th	2,63	Na	2,3
Pt + Cs	1,40	K	2,0
Pt	5,3	Cs	1,9

Таблица В.4

Показатели преломления некоторых веществ

Алмаз	2,42	Сероуглерод	1,63
Вода	1,33	Скипидар	1,48
Лед	1,31	Стекло	1,5-1,9

Приложение Г

Периодическая система Менделеева

Период	Ряд	ГРУППЫ ЭЛЕМЕНТОВ													
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII						
I	1	(H)							H ¹ Водород 1,00797	He ² Гелий 4,0026	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> Обозначение элемента Li³ Литий 6,939 Атомный номер Относительная атомная масса </div>				
II	2	Li ³ Литий 6,939	Be ⁴ Бериллий 9,0122	B ⁵ Бор 10,811	C ⁶ Углерод 12,01115	N ⁷ Азот 14,0067	O ⁸ Кислород 15,9994	F ⁹ Фтор 18,9984	Ne ¹⁰ Неон 20,179						
III	3	Na ¹¹ Натрий 22,9898	Mg ¹² Магний 24,305	Al ¹³ Алюминий 26,9815	Si ¹⁴ Кремний 28,086	P ¹⁵ Фосфор 30,9738	S ¹⁶ Сера 32,064	Cl ¹⁷ Хлор 35,453	Ar ¹⁸ Аргон 39,948						
IV	4	K ¹⁹ Калий 39,102	Ca ²⁰ Кальций 40,08	Sc ²¹ Скандий 44,956	Ti ²² Титан 47,90	V ²³ Ванадий 50,942	Cr ²⁴ Хром 51,996	Mn ²⁵ Марганец 54,9380	Fe ²⁶ Железо 55,847	Co ²⁷ Кобальт 58,9330	Ni ²⁸ Никель 58,71				
	5	Cu ²⁹ Медь 63,546	Zn ³⁰ Цинк 65,37	Ga ³¹ Галлий 69,72	Ge ³² Германий 72,59	As ³³ Мышьяк 74,9216	Se ³⁴ Селен 78,96	Br ³⁵ Бром 79,904	Kr ³⁶ Криптон 83,80						
V	6	Rb ³⁷ Рубидий 85,47	Sr ³⁸ Стронций 87,62	Y ³⁹ Иттрий 88,905	Zr ⁴⁰ Цирконий 91,22	Nb ⁴¹ Ниобий 92,906	Mo ⁴² Молибден 95,94	Tc ⁴³ Технеций [99]	Ru ⁴⁴ Рутений 101,07	Rh ⁴⁵ Родий 102,905	Pd ⁴⁶ Палладий 106,4				
	7	Ag ⁴⁷ Серебро 107,868	Cd ⁴⁸ Кадмий 112,40	In ⁴⁹ Индий 114,82	Sn ⁵⁰ Олово 118,69	Sb ⁵¹ Сурьма 121,75	Te ⁵² Теллур 127,60	I ⁵³ Иод 126,9044	Xe ⁵⁴ Ксенон 131,30						
VI	8	Cs ⁵⁵ Цезий 132,905	Ba ⁵⁶ Барий 137,34	La* ⁵⁷ Лантан 138,91	Hf ⁷² Гафний 178,49	Ta ⁷³ Тантал 180,948	W ⁷⁴ Вольфрам 183,85	Re ⁷⁵ Рений 186,2	Os ⁷⁶ Осмий 190,2	Ir ⁷⁷ Иридий 192,2	Pt ⁷⁸ Платина 195,09				
	9	Au ⁷⁹ Золото 196,967	Hg ⁸⁰ Ртуть 200,59	Tl ⁸¹ Таллий 204,37	Pb ⁸² Свинец 207,19	Bi ⁸³ Висмут 208,980	Po ⁸⁴ Полоний [210]*	At ⁸⁵ Астат [210]	Rn ⁸⁶ Радон [222]						
VII	10	Fr ⁸⁷ Франций [223]	Ra ⁸⁸ Радий [226]	Ac** ⁸⁹ Актиний [227]	Rf ¹⁰⁴ Резерфордий [261]	Db ¹⁰⁵ Дубний [262]	Sg ¹⁰⁶ Сиборгий [263]	Bh ¹⁰⁷ Борий [262]	Hs ¹⁰⁸ Хассий [265]	Mt ¹⁰⁹ Мейтнерий [266]	110				
		Ce ⁵⁸ Церий 140,12	Pr ⁵⁹ Празеодим 140,907	Nd ⁶⁰ Неодим 144,24	Pm ⁶¹ Прометий [147]*	Sm ⁶² Самарий 150,35	Eu ⁶³ Европий 151,96	Gd ⁶⁴ Гадолиний 157,25	Tb ⁶⁵ Тербий 158,924	Dy ⁶⁶ Диспрозий 162,50	Ho ⁶⁷ Гольмий 164,930	Er ⁶⁸ Эрбий 167,26	Tm ⁶⁹ Тулий 168,934	Yb ⁷⁰ Иттербий 173,04	Lu ⁷¹ Лютеций 174,97
		Th ⁹⁰ Торий 232,038	Pa ⁹¹ Протактиний [231]	U ⁹² Уран 238,03	Np ⁹³ Нептуний [237]	Pu ⁹⁴ Плутоний [244]	Am ⁹⁵ Америций [243]	Cm ⁹⁶ Кюрий [247]	Bk ⁹⁷ Берклий [247]	Cf ⁹⁸ Калифорний [252]*	Es ⁹⁹ Эйнштейний [254]	Fm ¹⁰⁰ Фермий [257]	Md ¹⁰¹ Менделевий [257]	No ¹⁰² Нобелий [255]	Lr ¹⁰³ Лоуренсий [256]

Массы некоторых ядер

Атомный номер	Название элемента	Символ изотопа	Масса атомного ядра изотопа, а.е.м.
1	Водород	${}^1_1\text{H}$	1,00727
1	Водород	${}^2_1\text{H}$	2,01355
1	Водород	${}^3_1\text{H}$	3,01550
2	Гелий	${}^3_2\text{He}$	3,01493
2	Гелий	${}^4_2\text{He}$	4,00151
3	Литий	${}^6_3\text{Li}$	6,01348
3	Литий	${}^7_3\text{Li}$	7,01601
5	Бор	${}^{10}_5\text{B}$	10,01020
5	Бор	${}^{11}_5\text{B}$	11,00931
6	Углерод	${}^{12}_6\text{C}$	11,99671
6	Углерод	${}^{14}_6\text{C}$	13,99995
7	Азот	${}^{14}_7\text{N}$	13,99923
13	Алюминий	${}^{27}_{13}\text{Al}$	26,97441
15	Фосфор	${}^{30}_{15}\text{P}$	29,97008
18	Аргон	${}^{40}_{18}\text{Ar}$	39,95251
19	Калий	${}^{40}_{19}\text{K}$	39,95358
20	Кальций	${}^{40}_{20}\text{Ca}$	39,95162
27	Кобальт	${}^{60}_{27}\text{Co}$	59,91901
28	Никель	${}^{60}_{28}\text{Ni}$	59,91543
82	Свинец	${}^{206}_{82}\text{Pb}$	205,92948
84	Полоний	${}^{210}_{84}\text{Po}$	209,93678
90	Торий	${}^{234}_{90}\text{Th}$	233,99421
92	Уран	${}^{238}_{92}\text{U}$	238,00032

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
Практическое занятие № 1. Магнитное поле в вакууме	5
Практическое занятие № 2. Закон Ампера. Магнитный поток.....	20
Практическое занятие № 3. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле	29
Практическое занятие № 4. Магнитное поле в веществе.....	40
Практическое занятие № 5. Закон электромагнитной индукции. Энергия магнитного поля.....	50
Практическое занятие № 6. Явление самоиндукции и взаимной индукции. Энергия магнитного поля. Трансформаторы	61
Практическое занятие № 7. Электромагнитные колебания. Переменный ток.	72
Практическое занятие № 8. Электромагнитные волны. Световые волны.....	89
Практическое занятие № 9. Интерференция и дифракция световых волн	102
Практическое занятие № 10. Поляризация. Дисперсия. Поглощение света	121
Практическое занятие № 11. Тепловое излучение	135
Практическое занятие № 12. Фотоэффект. Давление света. Эффект Комптона.....	146
Практическое занятие № 13. Двойственная корпускулярно-волновая природа света и микрообъектов	161
Практическое занятие № 14. Основы квантовой физики	172
Практическое занятие № 15. Элементы физики водородоподобного атома	188
Практическое занятие № 16. Многоэлектронные атомы. Периодическая система	201
Практическое занятие № 17. Радиоактивность.....	212
Практическое занятие № 18. Элементы физики ядерного ядра.....	221
Контроль самостоятельной работы	231
Список рекомендуемой литературы	240
Приложения	242

Учебное издание

Зуева Ольга Стефановна, **Хуснутдинов** Рустем Рауфович,
Гайсин Азат Фивзатович, **Газеева** Елена Владимировна,
Гарькавый Станислав Олегович, **Зайнашева** Гузель Накиповна,
Зуев Юрий Федорович, **Корягина** Евгения Львовна,
Матухин Вадим Леонидович, **Малацион** Светлана Фиаловна,
Погорельцев Александр Ильич, **Севастьянов** Илья Германович,
Хуснутдинова Наира Рустемовна, **Шмидт** Екатерина Вадимовна

ФИЗИКА

Практикум

В двух частях

Часть 2

Электромагнетизм. Колебания и волны.
Волновая и квантовая оптика.
Основы квантовой и ядерной физики

Кафедра физики КГЭУ

Редактор *И. В. Краснова*
Технический редактор *И. В. Краснова*
Компьютерная верстка *И. В. Красновой*

Подписано в печать 28.12.2023.
Формат 60 × 84/16. Усл. печ. л. 14,59. Уч.-изд. л. 8,32.
Заказ № 503/эл.

Редакционно-издательский отдел КГЭУ.
420066, г. Казань, ул. Красносельская, 51