

ВАРИАНТ №1

0. В декартовой системе координат заданы скалярное поле $U = xy^2z^3$ и точки $M_0(3; 2; 1)$, $M_1(5; 4; 2)$.
1. Найти и нарисовать поверхности уровня.
 2. Вычислить градиент поля в этих точках.
 3. Вычислить производную скалярного поля в направлении вектора \vec{M}_0M_1 .
 4. Найти наибольшую скорость изменения скалярного поля в т. M_0 .
 5. Вычислить косинус угла между градиентами поля в точках M_0 и M_1 .
 6. Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = x^2 - 2xy + y^2 - x + 2y$ в точке $M(1; 1; 1)$.

7. Доказать, что

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-\cos \alpha}{\cos \gamma},$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-\cos \beta}{\cos \gamma},$$

если $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ — направляющие косинусы нормали к поверхности $z = f(x, y)$.

ВАРИАНТ №2

0. Заданы скалярное поле $z = x^2 - y^2$ и точка $M(1; 1)$.
1. Найти градиент поля в произвольной точке и точке M .
 2. Найти производную поля в точке M в направлении вектора \vec{l} , составляющем угол $\alpha = 60^\circ$ с положительным направлением оси z .
 3. Найти наибольшую скорость изменения поля в точке M .
 4. Провести касательные плоскости к поверхности $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 11$, параллельные плоскости $x + y + z = 1$.
 5. В какой точке эллипсоида $x^2/4 + y^2/4 + z^2 = 1$ нормаль к нему образует равные углы с осями координат?
 6. Показать, что если \vec{b} есть постоянный по величине и направлению вектор, то $\overline{\text{grad}}(\vec{b}\vec{R}) = \vec{b}$, где \vec{R} — радиус-вектор.
 7. Найти производную двумерного скалярного поля $W = 2\exp(2x - y)$ в точке $R(2; 3)$ по направлению кривой $1/x^2 + y^2$ в положительном направлении оси x .

ВАРИАНТ №3

0. В декартовой системе координат заданы скалярное поле $U = \exp(x + y + 2z)$ и точки $M_0(-1, 2, 1)$ и $M_1(1, 2, 1)$.
1. Найти и нарисовать поверхности уровня скалярного поля.
 2. Вычислить градиент поля в произвольной точке и точках M_0 и M_1 .
 3. Вычислить производную скалярного поля U в точке M_0 по направлению точки M_1 .
 4. Найти наибольшую скорость изменения скалярного поля в т. M_0 .
 5. Вычислить косинус угла между градиентами поля в точках M_0 и M_1 .
 6. Получить уравнение касательной плоскости к поверхности $x^2 = y^2 + 16z^2 + 3$ в точке $P(2, 1, 0)$.
 7. Вычислить производную двумерного скалярного поля $W = \exp(x + y)$ в точке $R(\sqrt{11}, 1)$ по направлению кривой $x^2 - 8y^2 = 3$ в положительном направлении оси x .