

## Раздел 3. Структуры потоков

### Лекция №3

#### **Структура потока в аппаратах. Математические модели структуры потоков: идеального смешения, вытеснения, диффузионная, комбинированные.**

Проектирование аппаратов может выполняться двумя основными способами:

1. *Теоретическим*, когда из решения системы дифференциальных уравнений переноса при заданных краевых условиях находятся все физические края и напряжения в конструкциях (теория оболочек) и добиваются таких решений, которые обеспечивают качество получаемого продукта. Этот путь характеризуется малыми затратами средств и времени решения задач. Такой подход характеризуется высокой размерностью задачи, сложностью решения систем нелинейных уравнений и трудностью их замыкания. Поэтому он используется для ряда частных случаев.

2. *Экспериментальный*. Характеризуется большими математическими затратами, сложностью проведения экспериментов и невозможностью выбора оптимальной конструкции из-за многовариантности технических решений.

Исходя из времени пребывания частиц в аппарате относительно среднего времени пребывания, различают следующие модели:

1. *Модель идеального вытеснения*.

Времена пребывания всех частиц потока в аппарате идеального вытеснения одинаковы и равны среднему времени пребывания, которое определяется частным от деления длины  $l$  их пути на линейную скорость жидкости, или

$$\tau_0 = \frac{l}{w} = \frac{l \cdot S}{w \cdot S} = \frac{V}{V_{\text{сек}}},$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения аппарата,  $\text{м}^2$ ;  $V$  – объем аппарата (для двухфазного потока – объем, занимаемый потоком рассматриваемой фазы),  $\text{м}^3$ ;  $V_{\text{сек}}$  – объемный расход жидкости (фазы),  $\text{м}^3/\text{сек}$ .

2. *Модель идеального смешения*.

Независимо от механизма любое отклонение от идеального вытеснения часто условно называют перемешиванием. В этом смысле противоположной аппарату идеального вытеснения идеализированной моделью непрерывно действующих аппаратов считаю аппарат идеального перемешивания, или идеального смешения.

### 3. Диффузионная модель структуры потока.

Рассмотрим нестационарное движение среды в реальном аппарате.

Поле концентрации в этом аппарате описывается уравнением массопереноса:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} + U_y \cdot \frac{\partial C}{\partial y} + U_z \cdot \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (D + D_T) \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} (D + D_T) \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} (D + D_T) \frac{\partial C}{\partial z}$$

В практике научных исследований широко применяется подход сокращения полного математического описания с сохранением физической картины и требуемой точности расчета. Данное сокращение выполняют на основе оценки различных пространственно-временных масштабов в аппарате.

Пусть мы имеем после оценки масштабов:  $l_x \gg l_y$ ,  $l_x \ll l_z$ , тогда от трехмерной задачи можно перейти к одномерной:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_x \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (D + D_T) \frac{\partial C}{\partial x}$$

В данном уравнении для учета влияния отброшенных членов из трехмерного уравнения вводят параметры идентификации:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = D_{\Pi} \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

$D_{\Pi}$  – коэффициент обратного или продольного перемешивания; находится экспериментально для каждой конструкции и аппарата.

Полученное уравнение называют диффузионной моделью структуры потока.

### 4. Ячеечная модель.

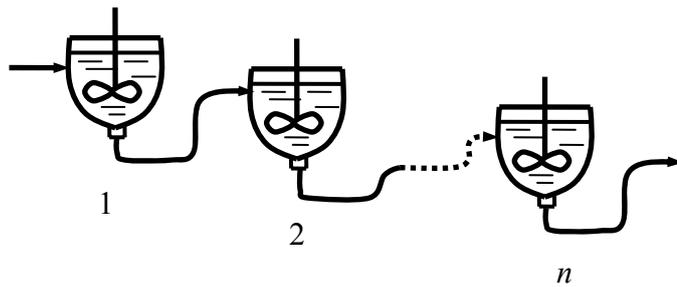
В соответствии с ячейечной моделью аппарат рассматривается как бы состоящим из ряда последовательно соединенных по ходу потока одинаковых ячеек, или каскада ячеек, в каждой из которых поток идеально перемешан.

Наиболее близко этой модели отвечает поток в реальном каскаде аппаратов с мешалками.

Единственным параметром ячейечной модели является число  $n$  таких ячеек, на которые нужно мысленно разбить аппарат, чтобы получить реально достигаемую в нем степень перемешивания потока. Для любого значения  $n$  находят функцию распределения времени пребывания:

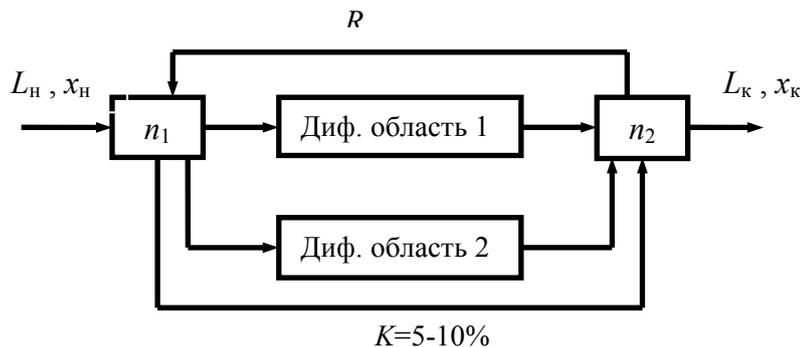
$$C = \frac{n^n}{(n-1)!} \cdot \theta^{n-1} \cdot e^{-n\theta}$$

С увеличением числа ячеек структура потока в аппарате все более отклоняется от идеального смешения ( $n \rightarrow 1$ ) и приближается к идеальному вытеснению. Идеальное вытеснение достигается при  $n \rightarrow \infty$ .



Комбинированные модели могут состоять из ячеек полного перемешивания, диффузионных зон, осложненных рециркуляционными потоками и байпасом.

Математическое описание такой модели будет состоять из двух дифференциальных уравнений ячеечной модели, двух дифференциальных уравнений диффузионной модели, осложненных байпасом и рециклом.



где  $R$  – характеристика рецикла;

$K$  – характеристика байпасного потока;

$L_n, L_k$  – расход жидкости начальный и конечный соответственно;

$x_n, x_k$  – концентрация компонентов начальная и конечная соответственно.

Основные характеристики такой модели:

1.  $n_i$ .
2. Размеры ячеек  $a \times b$
3. Коэффициенты перемешивания диффузионной модели и количество рецикла и байпаса  $D_{\text{ш}}$

Для определения данных параметров используют аналогичные методы физического моделирования на стендах различного размера.

## Применение моделей структуры потоков при расчете эффективности аппаратов

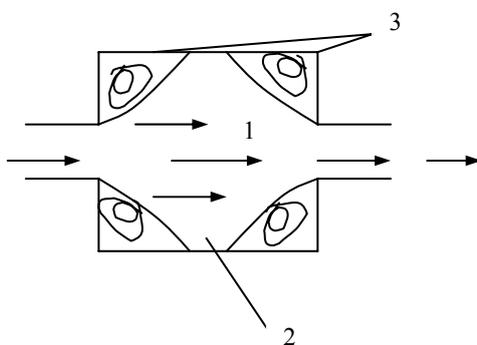
### Сопряженное физическое и математическое моделирование промышленных аппаратов

Метод сопряженного и математического моделирования основан на представлении физического процесса в аппарате в виде совокупности элементарных явлений, обладающих иерархией масштабов. Причем взаимодействие между явлениями, как правило, слабое и их можно учесть параметрически, т.е. структура математического описания элементарных явлений не зависит от масштаба и влияния других явлений.

В соответствии с этим методом первоначально исследуется процесс на лабораторном макете, где исследуется структура потока и находятся параметры модели.

В аппарате выделяются характерные зоны:

- 1 – ядро потока;
- 2 – область с небольшой скоростью течения;
- 3 – область застоя.



Каждая зона имеет свою структуру математического описания, параметры которой определены при физическом эксперименте на лабораторном макете. При масштабном переходе эти параметры меняются и находятся уже не экспериментально, а на основе вариационной формулировки законов сохранения.

Для этого выбирается структура базисных функций для каждой области, которая удовлетворительно аппроксимирует физический эксперимент.