Лекция 3.

1. Уравнения движения для заряженных компонентов плазмы

Уравнения сохранения импульса, или уравнения движения, для электронных и ионных компонентов плазмы получают также из кинетического уравнения. Умножим каждый член уравнения (5.11) на $(m_e v_e)$ и проинтегрируем по скоростям теплового движения. Из (5.11) получим

$$m_e^* \, d(n_e u_e) / dt + m_e \int v v_e (\partial f_1/\partial r) \, dv + e n_e u_{др} = m_e \int St(f_1) \, v \, dv \qquad 5.18$$

Результатом вычисления этих интегралов, с учетом наиболее важных процессов столкновений, будет уравнение вида

$$m_e^* n_e \, d(u_e) / dt = -\mathrm{grad}\, P_e - e n_e b_e E + F_{ej} \qquad (5.19)$$

Здесь субстанциональная производная du_e / dt равна

$$du_e / dt = \partial u_e/\partial t + (u_e ,\mathrm{grad}) u_e, \qquad (5.20)$$

а выражение $[u_e ,\mathrm{grad}) u_e$ представляет собой вектор с компонентами:

$$[\, u_x(\partial u_x/\partial x) + u_y(\partial u_x/\partial y) + u_z(\partial u_x/\partial z)\,]$$

$$[\, u_x(\partial u_y/\partial x) + u_y(\partial u_y/\partial y) + u_z(\partial u_y/\partial z)\,]$$

$$[\ u_x(\partial u_z/\partial x\ ) + u_z(\partial u_y/\partial y\ ) + u_z(\partial u_z/\partial z\ )\ ]$$

Уравнение (5.19) является уравнением движения для электронного газа. Второе слагаемое в (5.20) учитывает, что всякая величина, связанная с частицей движущегося газа, изменяется со временем не только в силу прямой зависимости от t, но и от того, что частица газа переносится потоком. Первый член в правой части (5.19) учитывает действие сил из-за градиента давления в электронном газе, а второе слагаемое определяет электрический ток. Третье слагаемое имеет смысл обобщенной силы трения, возникающей при обмене импульсами между электронами и частицам сорта j при упругих столкновениях.

Уравнение движения для ионного газа получают аналогичным образом. После соответствующих математических преобразований из (5.11) имеем

$$m_i^* \ n_i \ d(u_i) / dt \ = -\mathrm{grad}\ P_i \ + \ e n_j b_j E + F_{ij} \quad (5.21)$$

Используя формулу (5.10), связывающую давление компонентов плазмы с соответствующей температурой, градиент давления можно заменить выражением через градиент температуры — $(\mathrm{grad}\ P_j\ ) =$
$\{\mathrm{grad}\ n_j\ к\ T_j)$.

2. Уравнения закона сохранения энергии для компонентов неравновесной плазмы

Уравнение закона сохранения энергии для компонентов плазмы получают из кинетического уравнения (5.11) путем умножения каждого члена уравнения на (т} vf/2) и последующего интегрирования по пространству скоростей теплового движения. Для электронного газа из (5.11) имеем

$m_e/2\int v^2\ (\partial f_1/\partial t)\ dv +\ m_e/2\int v^2\ v\ (\partial f_1/\partial r)\ dv - m_e/2\int eE/m_e{*}\ v^2\ (\partial f_1/\partial v)\ dv =$

$m_e/2\ \int v^2\ St(f_1)\ \ dv$ 5.22

Математические преобразования членов в левой части уравнения (5.22) особых сложностей не представляют. Интегрирование правой части уравнения достаточно сложное и ' громоздкое. Здесь число слагаемых и результат интегрирования будут зависить от числа и вида учитываемых столкновительных процессов. Подробное вычисление этих интегралов выходит за рамки данной книги, методики вычисления их подробно изложены в фундаментальных монографиях по физике плазмы [2, 10, 21 и др.]. Приведем результаты преобразований правой части уравнения (5.22). Интегрируя первое слагаемое, с учетом формул (5.7)— (5.10), получим

(5.23)

$$m_e/2\int v^2\ (\partial f_1/\partial t)\ dv = m_e{*}/2\ d(n_e\ v^2)\ /\ dt\ = 3/2\ {*}\partial/\partial t(n_e k T_e) = \partial/\partial t(n_e w_e) \qquad (5.23)$$

где $w_e = 3\ kT_e/2$ — средняя тепловая энергия электрона.

Как видно, эта формула определяет скорость изменения средней тепловой энергии электронов в единице объема. Интегрирование второго и третьего слагаемых проведем по аналогии с преобразованиями уравнения (5.18). Второй член определяет конвективный поток тепловой энергии, переносимый электронами. Вычисление третьего интеграла дает работу сил электрического поля по направленному перемещению $п_е$ электронов в поле Е, т.е. джоулевую диссипацию энергии в единице объема.

$$\int eE\ v^2\ (\partial f_1/\partial v)\ dv = en_e\ (E\ u_{др}) = -\ \ en_e b_e E^2 = (jE) = \sigma_e E^2 \qquad (5\text{-}24)$$

Подвижность электронов $b_e = e/(m_e v_e)$ зависит от частоты столкновений. Учитывая многообразие видов столкновений электронов, в расчетах выбирают некоторое эффективное значение v_e, например, $v_e = v_{ei} + v_{ea}$. Воспользовавшись результатами вычислений интеграла столкновений из работ, указанных выше, уравнение закона сохранения энергии для электронного газа можно записать в виде

$$\partial/\partial t(n_e w_e) + \mathrm{div}(n_e w_e u_e) = \mathrm{div}(x_e \,\mathrm{grad}\, T_e) + \sigma_e E^2 - 3m_e/m_i * k(T_e - T_i)\, n_e v_{ei} -$$

$$- 3m_e/m_a * k(T_e - T_a)\, n_e v_{ea} - N_{\text{неупр}} \qquad 5.25$$

Здесь x_e — эффективный коэффициент электронной теплопроводности, учитывающий кондуктивный перенос тепла за счет возможных диффузионных процессов. Как видно, скорость изменения тепловой энергии электронов в единице объема определяется работой сил электрического поля (джоулевой диссипацией), конвективным переносом, переносом энергии за счет теплопроводности, потерей энергии на нагрев ионов и нейтралов при упругих столкновениях. Член $N_{\text{неупр}}$ учитывает потери энергии электронами при неупругих столкновениях, например, на возбуждение молекул, диссоциацию и ионизацию. Вклад $N_{\text{неупр}}$ в энергетический баланс электронов зависит от концентрации нейтральных компонентов, степени их возбуждения и эффективности неупругих столкновений с электронами. В общем случае эта величина определяет мощность, уносимую из единицы объема плазмы излучением. При высоких концентрациях электронов вклад $N_{\text{неупр}}$ в уравнение (5.25) обычно мал по сравнению с величиной $\sigma_e E^2$, поэтому можно считать $N_{\text{неупр}} = О$.

Уравнение сохранения энергии для ионов получают по аналогии с выводом уравнения (5.25). При этом следует помнить, что величина нагрева тяжелых ионов электрическим полем невелика по сравнению с нагревом их при упругих столкновениях с быстрыми электронами. Из-за высокой эффективности теплообмена между ионами и нейтралами температура ионов практически равна температуре нейтральных частиц плазмы, т.е. $T_i = T_a = T$. В реальных условиях существования плазмы в плазмотронах большое значение имеет уравнение баланса энергии нейтрального газа.