

## ЛЕКЦИЯ 3

### **3 СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА**

#### **3.1 СПОСОБ ПЕРЕМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ**

**3.1.1 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ЛИНИЮ УРОВНЯ**

**3.1.2 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПРОЕЦИРУЮЩЕЕ ПОЛОЖЕНИЕ**

**3.1.3 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПРОЕЦИРУЮЩУЮ ПЛОСКОСТЬ**

**3.1.4 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ**

#### **3.2 СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ**

##### **3.2.1 ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩИХ ОСЕЙ**

**3.2.1.1 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ЛИНИЮ УРОВНЯ**

**3.2.1.2 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРЯМОЙ ЛИНИИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПРОЕЦИРУЮЩУЮ**

**3.2.1.3 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПРОЕЦИРУЮЩУЮ**

**3.2.1.4 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПЛОСКОСТИ ОБЩЕГО ПОЛОЖЕНИЯ В ПЛОСКОСТЬ УРОВНЯ (САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ)**

##### **3.2.2 ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ЛИНИЙ УРОВНЯ**

### 3 СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

Решение многих задач способом начертательной геометрии в конечном итоге сводится к определению позиционных и метрических характеристик геометрических объектов.

*Позиционные* – взаимное расположение по отношению к друг другу и относительно системы координат плоскостей проекций.

*Метрические* – определение расстояний, углов.

Проектируемые объекты могут занимать относительно плоскостей проекций удобное и неудобное положение для решения задач.

*Решение удобно, если геометрические объекты занимают частное положение относительно плоскостей проекций:* перпендикулярное или параллельное.

Этого можно достичь двумя способами:

– заменой заданной системы плоскостей проекций на новую так, чтобы в ней исходные объекты оказались в частном положении, не меняя своего расположения в пространстве – *способ перемены плоскостей проекций*;

– изменением положения исходных объектов в пространстве так, чтобы они приняли частное положение относительно неизменных плоскостей проекций – *способ вращения (перемещения)*.

#### 3.1 СПОСОБ ПЕРЕМЕНЫ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

*Сущность способа перемены плоскостей проекций заключается в следующем: положение точек, линий, плоских фигур, поверхностей в пространстве не изменяется, а система плоскостей проекций  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  дополняется плоскостями, образующими с  $\pi_1$  или с  $\pi_2$ , или с  $\pi_3$ , или между собой системы двух взаимно перпендикулярных плоскостей, принимаемых за плоскости проекций.*

##### 3.1.1 Преобразование прямой линии общего положения в линию уровня

Прямая линия общего положения (относительно плоскостей  $\pi_1$  и  $\pi_2$ ) окажется в новой системе плоскостей проекций линией уровня, если новая плоскость проекций  $\pi_4$  будет располагаться параллельно этой прямой (рис. 3.1:  $\pi_4 \perp \pi_1$ ,  $\pi_4 \parallel m$  ( $m'$ ), рис. 3.2  $\pi_4 \perp \pi_2$ ,  $\pi_4 \parallel m$  ( $m''$ )).

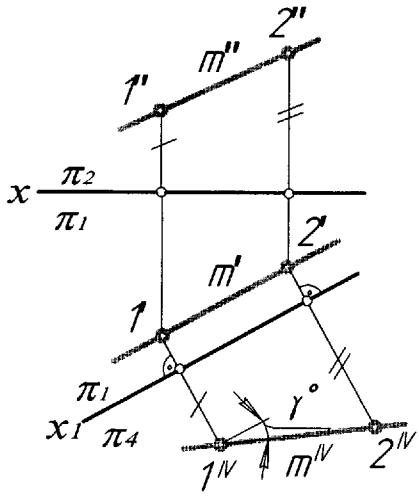


Рис. 3.1

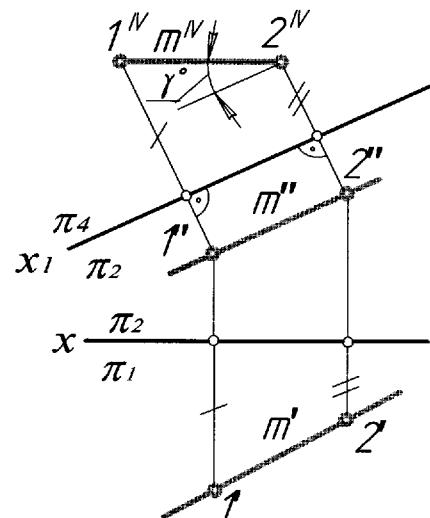


Рис. 3.2

В новой системе плоскостей проекций прямая линия  $m$  является линией уровня. Из чего следует, что отрезок  $1^{IY}2^{IY}$  – натуральная величина отрезка 12, а угол  $\gamma^\circ$  – угол наклона прямой  $m$  к плоскости  $\pi_1$  (рис. 3.1) или к плоскости  $\pi_2$  (рис. 3.2).

### 3.1.2 Преобразование прямой линии общего положения в проецирующее положение

Сначала прямую линию общего положения преобразуем в линию уровня:  $\pi_4 \perp \pi_1$ ,  $\pi_4 \parallel m$  ( $m'$ ) либо  $\pi_4 \perp \pi_2$ ,  $\pi_4 \parallel m$  ( $m''$ ). Затем эту линию уровня преобразуем в проецирующую:  $\pi_5 \perp \pi_4$ ,  $\pi_5 \perp m$  ( $m'^V=2^V$ ) (рис. 3.3, 3.4).

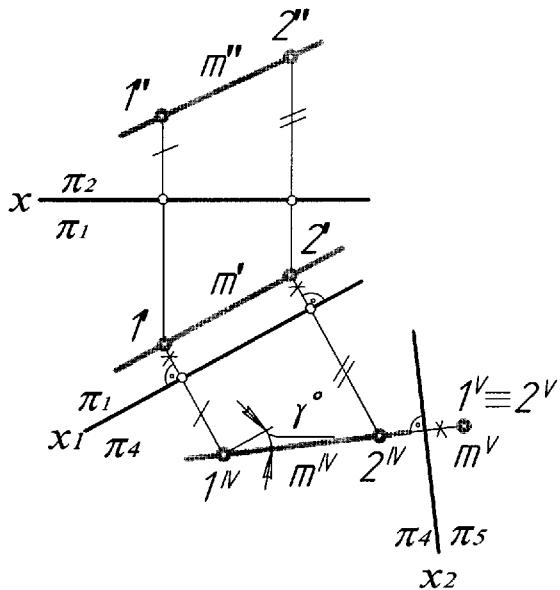


Рис. 3.3

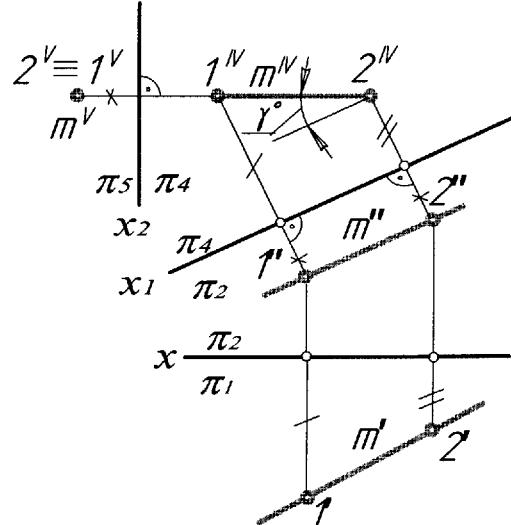


Рис. 3.4

### 3.1.3 Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость

Плоскость общего положения ( $\alpha$ ) (относительно плоскостей  $\pi_1$  и  $\pi_2$ ) окажется проецирующей, если новая плоскость проекций ( $\pi_4$ ) будет располагаться перпендикулярно к ней. Плоскость  $\pi_4$  будет перпендикулярна плоскости  $\alpha$ , если она перпендикулярна линии уровня плоскости  $\alpha$ , либо горизонтали:  $\pi_4 \perp \pi_1$ ,  $\pi_4 \perp h (h')$  (рис. 3.5), либо фронтали:  $\pi_4 \perp \pi_2$ ,  $\pi_4 \perp f (f')$  (рис. 3.6).

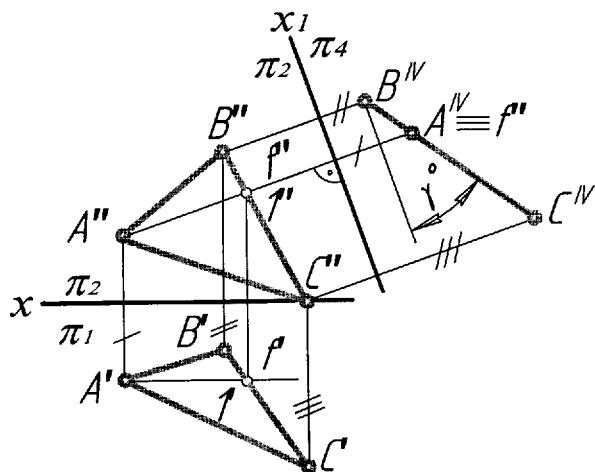


Рис. 3.5

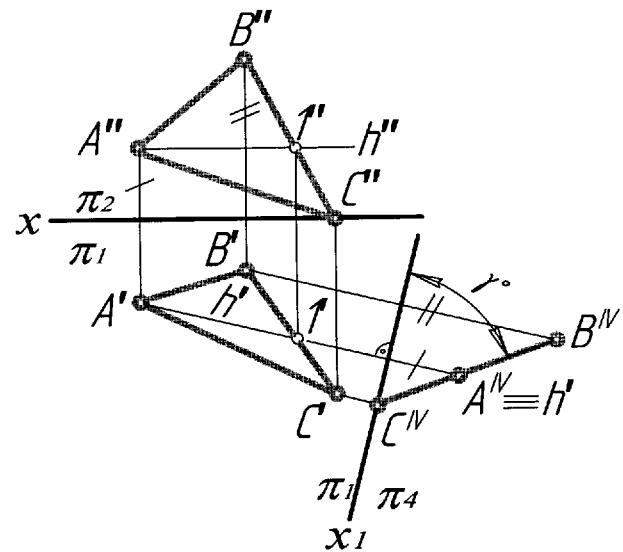


Рис. 3.6

Угол  $\gamma^\circ$  является углом наклона плоскости, заданной треугольником  $ABC$ , к плоскости  $\pi_2$  (рис. 3.5) или  $\pi_1$  (рис. 3.6).

### 3.1.4 Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня

Для того чтобы заданная плоскость оказалась плоскостью уровня, необходимо ввести параллельную ей плоскость проекций.

Чтобы плоскость общего положения ( $\alpha$ ) оказалась плоскостью уровня, требуется сначала ввести такую плоскость проекций  $\pi_4$ , чтобы образовалась система, в которой заданная плоскость будет проецирующей:  $\pi_4 \perp \pi_1$ ,  $\pi_4 \perp h (h')$ , либо  $\pi_4 \perp \pi_2$ ,  $\pi_4 \perp f (f')$ . Затем вводится дополнительная плоскость  $\pi_5$ , перпендикулярная плоскости  $\pi_4$  и параллельная заданной плоскости  $\alpha$ :  $\pi_5 \perp \pi_4$ ,  $\pi_5 \parallel \alpha (\alpha'^Y)$ . Решение задачи показано на рисунке 3.7.

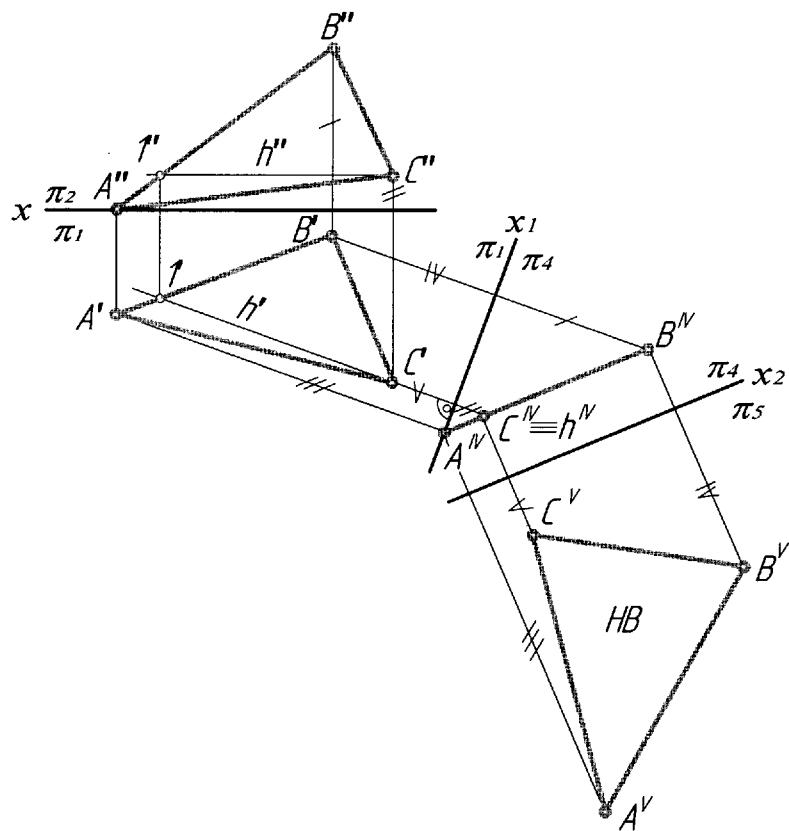


Рис. 3.7

### 3.2 СПОСОБ ВРАЩЕНИЯ

Сущность способа вращения заключается в том, что при вращении вокруг некоторой неподвижной прямой, называемой осью вращения, каждая точка вращающегося геометрического объекта перемещается в плоскости, перпендикулярной оси вращения, описывая в ней окружность, радиус которой равен расстоянию точки до оси вращения.

В качестве оси вращения обычно используют прямые, перпендикулярные или параллельные плоскостям проекций.

#### 3.2.1 ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ПРОЕЦИРУЮЩИХ ОСЕЙ

При вращении вокруг оси, перпендикулярной плоскости проекции (проецирующая ось), плоскость вращения будет плоскостью уровня, и траектория движения точки будет проецироваться на плоскость проекций, к которой ось перпендикулярна, окружностью, а углы поворота точки в натуральную величину (рис. 3.8).

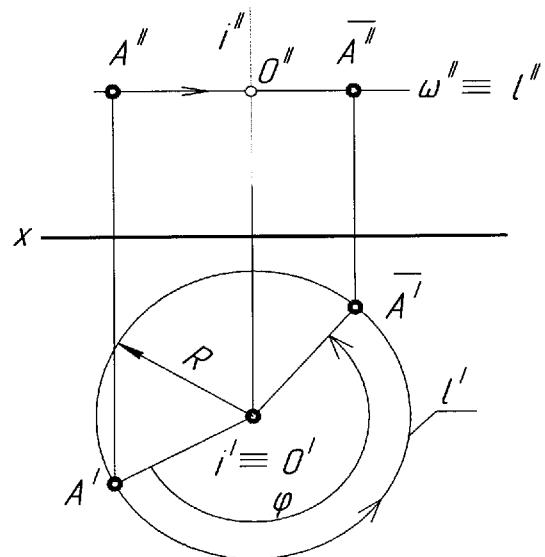


Рис. 3.8

Вращением можно привести прямую линию или плоскость в удобное для решения положение.

### 3.2.1.1 Преобразование прямой линии общего положения в линию уровня

На рисунке 3.9 показано преобразование отрезка  $AB$  ( $A'B'$ ,  $A''B''$ ) прямой общего положения во фронтальную линию уровня.

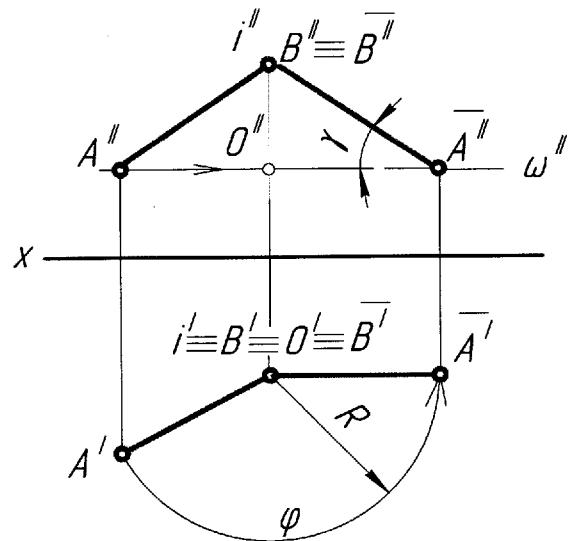


Рис. 3.9

### 3.2.1.2 Преобразование прямой линии общего положения в проецирующую

Чтобы преобразовать прямую общего положение в проецирующую, требуется произвести два вращения: первое, преобразующее данную прямую в

линию уровня, второе – преобразующее полученную линию уровня в проецирующую прямую.

На рисунке 3.10 показано преобразование отрезка  $AB$  ( $A'B'$ ,  $A''B''$ ) прямой общего положения во фронтально проецирующую прямую.

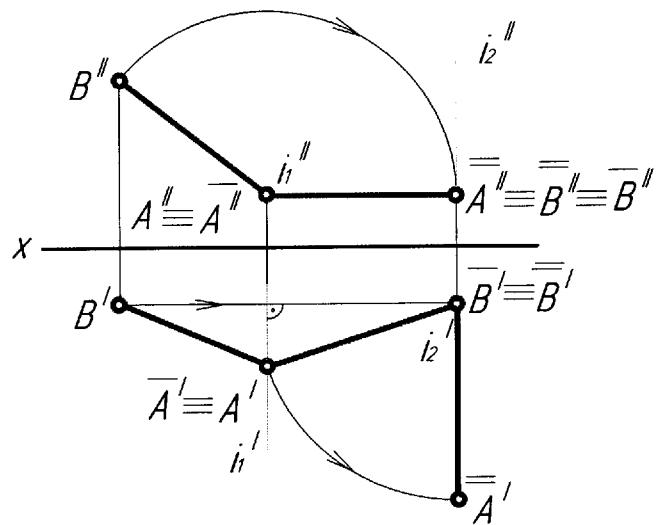


Рис. 3.10

### 3.2.1.3 Преобразование плоскости общего положения в проецирующую

Для преобразования плоскости общего положения в проецирующую, необходимо повернуть ее вокруг проецирующей оси так, чтобы линия уровня плоскости (горизонталь или фронталь) повернулась до положения, перпендикулярного соответствующей плоскости проекций ( $\pi_2$  или  $\pi_1$ ). На рисунке 3.11 показано такое преобразование.

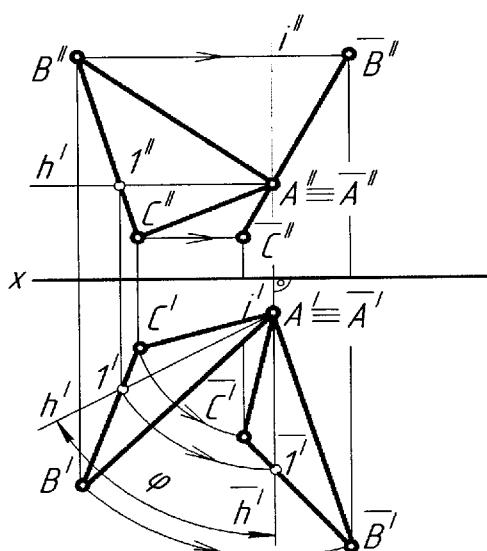


Рис. 3.11

**3.2.1.4 Преобразование плоскости общего положения  
в плоскость уровня  
(САМОСТОЯТЕЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ)**

**3.2.2 ВРАЩЕНИЕ ВОКРУГ ЛИНИЙ УРОВНЯ**

Способ вращения плоских фигур вокруг линий уровня (вокруг горизонтали или фронтали) является удобным приёмом определения любых геометрических параметров этих фигур (определение площади фигуры, ее линейных и угловых размеров). Путем такого вращения можно любую плоскую фигуру расположить параллельно плоскости проекций.

На рисунке 3.12 показано определение величины треугольника  $ABC$  ( $A'B'C'$ ,  $A''B''C''$ ) вращением вокруг горизонтали.

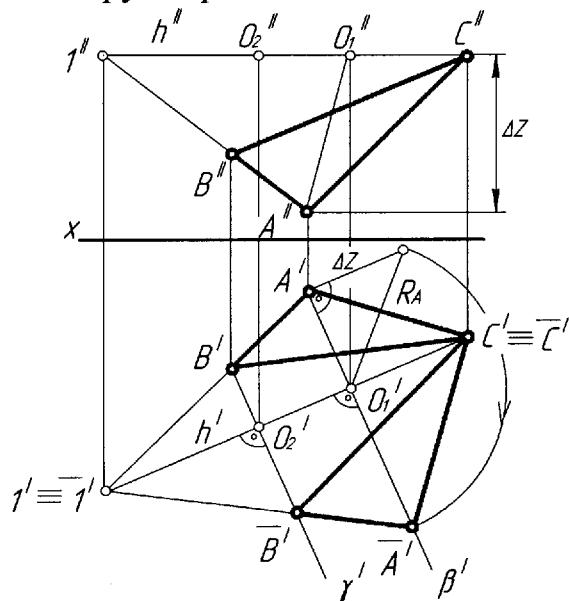


Рис. 3.12

## **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 2000, С. 81 – 106.
2. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1999, С. 40 – 53.
3. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: ВЛАДОС, 1999, С. 57 – 71.

## **ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ**

1. Гордон В.О., Семенцев-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 2000, С. 84 – 85.
2. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение. М.: ВЛАДОС, 1999, С. 59 – 60.
3. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии. М.: Высш. шк., 1999, С. 42 – 43.