**Лекция 2**

**Плоскость.** На чертеже плоскость отображается в виде проекций:

- трех точек не лежащих на одной прямой линии ( рис. 2.12,а).

- прямой линии и точки, не принадлежащей этой прямой (рис. 2.12,б).

- двух пересекающихся прямых (рис. 2.12,в).

- двух параллельных прямых (рис. 2.12,г).

- плоской фигурой (рис. 2.13.).

**Различное положение плоскости относительно плоскостей проекций.** *Плоскость общего положения*( не перпендикулярна и не параллельна ни одной плоскости проекций) (рис.3.13).



а б



в г

Рис. 2.12

******

Рис. 2.13

***Плоскость частного положения.*** Плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций (α ⊥ π1, *ABC* ∈ α), называется *горизонтально проецирующей плоскостью* ( рис.2.14).



Рис. 2.14

Плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций ( β⊥π2 , *АВС* ∈ β), называется *фронтально проецирующей плоскостью* ( рис.2.15)



Рис.2.15

Плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций (γ ⊥ π3, *АВС* ∈ ), называется *профильно проецирующей плоскостью* ( рис.2.16).



Рис. 2.16

Плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций, - *горизонтальная плоскость.* Любая геометрическая фигура, принадлежащая этой плоскости, проецируется на π1 без искажения, а на плоскости π2 и π3 проецируется в прямые.

Плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций, называется *фронтальной плоскостью.*

Плоскость, параллельная профильной плоскости проекций, называется *профильной плоскостью.*

**Главные линии плоскости**. Среди прямых линий, которые могут быть расположены в плоскости, особое место занимают три вида прямых.

*Горизонтали (h) -* прямые, лежащие в плоскости (*АВС*) и параллельные горизонтальной плоскости проекций( рис.2.17). фронтальная проекция горизонтали параллельна оси *Ох* ( *h″* *Ox*).

*Фронтали (f) -*  прямые, расположенные в плоскости (*АВС*) и параллельные фронтальной плоскости, проекций (*f* ∈ *α*, *f* π2 *f* ′ *Ox)*.

*Профильные прямые -* прямые, которые находятся в данной плоскости, параллельные профильной плоскости проекций.



Рис.2.17

**Взаимное расположение прямой и плоскости.**

Возможны три случая:

- прямая принадлежит плоскости;

- прямая параллельна плоскости;

- прямая пересекает плоскость.

Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат той же плоскости. На рис. 2.18 (а) плоскость задана пересекающими прямыми *n* и *k.* Прямая *m* принадлежит плоскости, т. к прямая *m* имеет две общие точки с плоскостью (*В* и *С*).

Прямая *n* принадлежит плоскости (*m* *k*), т.к имеет с плоскостью одну общую точку *С* и параллельна какой либо прямой, расположенной в этой плоскости (*n AB*), (рис.2.19,б).



a б

Рис. 2.18

Очевидно, что если прямая не имеет двух общих точек с плоскостью, то она или параллельна плоскости, или пересекает ее.

Параллельность прямой и плоскости. При решении вопроса о параллельности прямой линии *n* плоскости необходимо опираться на известное положение стереометрии: прямая параллельна плоскости, если она параллельна одной из прямых, лежащих в этой плоскости (рис. 2.19)

**

Рис. 2.19

## Пересечение прямой с плоскостью

Для нахождения точки пересечения прямой с плоскостью следует проделать следующие построения (рис.2.20):

* через данную прямую *a* провести проецирующую плоскость ω;
* построить проекции линий пересечения 1-2 данной плоскости α и вспомогательной ω;
* построить проекции точки *К*, получающейся в пересечении прямых *a* и 1-2.

Точка *К* будет искомой, так как она принадлежит прямой *a* и плоскости α.



Рис. 2.20 Рис. 3.21

На рис. .21 показано нахождение точки встречи прямой *a* с плоскостью, заданной треугольником *ABC*, а на рис..22 – с плоскостью, заданной параллельными прямыми *b* и *c*.

В первом случае через прямую *a* проведена горизонтально проецирующая плоскость ω, а во втором – фронтально проецирующая.

Видимость отдельных частей прямой *a* определена способом конкурирующих точек.



Рис.2.22

# 

# СПОСОБЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЧЕРТЕЖА

Простота решения задач во многом зависит от расположения данных геометрических элементов относительно плоскостей проекций.

Решение задач значительно упрощается, когда прямые линии, плоские фигуры, плоскости находятся относительно плоскостей проекций в частных положениях – прямые и фигуры расположены параллельно, а плоскости – перпендикулярно той или другой плоскости проекций.

Для приведения геометрических фигур в положение наиболее выгодное, упрощающее решение задачи, начертательная геометрия располагает следую­щими способами.

## Способ замены плоскостей проекций

Сущность способа замены плоскостей проекций заключается в том, что положение геометрических элементов (точек, прямых, фигур, тел) в прос­транстве остается неизменным, а система плоскостей проекций заменяется новой, по отношению к которой эти элементы занимают положение, наиболее удобное для решения той или иной задачи.

В ряде случаев для решения задачи бывает достаточно заменить новой плоскостью одну из основных плоскостей проекций – фронтальную или горизонтальную. В других же случаях замена лишь одной плоскости проекций вопроса не разрешает и бывает необходимо последовательно заменить новыми плоскостями обе основные плоскости проекций.

Для того чтобы данная прямая общего положения *m* оказалась линией уровня, следует ввести новую плоскость проекций π3 , которая была бы ей параллельна (рис. 2.1).

На рис. 2.1 введена плоскость π3, параллельная прямой *m* и перпендикулярная к плоскости π1 и с помощью точек 1 и 2 построена проекция прямой *m* – линия *m*′′′. В новой системе плоскостей проекций π1/π3 прямая *m* является линией уровня.

Для того чтобы прямая линия была проецирующей прямой вводится плоскость проекций, перпендикулярная к ней.



Рис. 2.1

Для прямой общего положения требуется провести две замены плоскостей проекций. На рис. 4.2 прямая *m* спроецирована с помощью точек 1 и 2 на параллельную ей плоскость π3.. Затем вводится плоскость проекций π4, перпендикулярная *m*′′′. В системе плоскостей проекций π4/π3 прямая *m* проецируется в точку.



Рис. 2.2

На рис. 2.3 введена плоскость π3, перпендикулярная к горизонтали *h* плоскости α (*АВС*) и к плоскости π1, и с помощью точек *А*, *B* и *C* построена

проекция плоскости α - прямая α′′′. В новой системе плоскостей проекций плоскость α является проецирующей.



Рис. 2.3

## Способ вращения

Сущность этого способа заключается в том, что при вращении вокруг некоторой неподвижной прямой, называемой осью вращения, каждая точка вращаемого геометрического образа перемещается в плоскости, перпендикулярно оси вращения, описывая в ней окружность, радиус которой равен расстоянию точки от оси вращения.

## Вращение вокруг проецирующих осей

Повернем отрезок прямой общего положения *АВ* (рис.2.4) вокруг вертикальной оси *i*1, проведенной через точку *В* до положения, параллельного фронтальной плоскости проекций. Такое положение отрезка характеризуется параллельностью его горизонтальной проекции оси проекций *х*. Фронтальная проекция отрезка *В*″, соответствующая новому положению его горизонтальной проекции, выразит истинную длину данного отрезка *АВ*, а угол α – его наклон к горизонтальной плоскости проекций.



Рис. 2.4

## Вращения вокруг линий уровня

Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня легко осуществляется вращением вокруг линии уровня.

На рис. 2.5 плоскость, заданная треугольником *АВС*, преобразована в горизонтальную. За ось вращения принята горизонталь *h* плоскости, проходящая через вершину *В*.

Вращение плоскости произведено с помощью вершины *А*, новое положение которой определено следующим образом. Точка *А*′ переместится из положения *А*′ в положение  в горизонтально проецирующей плоскости α*А*, перпендикулярной к линии *h*′. Натуральная величина радиуса вращения равна *ОА*0.Вершина *В*, лежащая на оси вращения, остается неподвижной. Для построения точки  сторона *АС* продолжена до пересечения с осью *h*. Так как полученная при этом точка 1 тоже неподвижна, то можно провести линию 1. При этом  является точкой пересечения плоскости вращения α*С* с прямой линией 1. Треугольник  является натуральной величиной заданного треугольника *АВС*.



Рис. 2.5