

Лекция 4.

Постановка задач математического моделирования физических процессов в устройствах высокого напряжения на основе анализа электрических полей и регулирования полей при проектировании энергетического и электрооборудования.

Под *электрической системой* (ЭС) понимается электрическая часть энергетической системы, т.е. совокупность элементов, вырабатывающих, преобразующих, передающих, распределяющих и потребляющих электрическую энергию (ээ).

Электрическая сеть – это совокупность электроустановок для распределения электрической энергии, состоящая из подстанций, распределительных устройств, воздушных и кабельных линий электропередачи. По электрической сети осуществляется распределение электроэнергии от электростанций к потребителям.

Линия электропередачи (ЛЭП) (воздушная или кабельная) – электроустановка, предназначенная для передачи электроэнергии.

Математическое описание электроэнергетической системы имеет свою специфику и отличается от теплоэнергетической и гидроэнергетической части системы. При составлении математического описания учитывают, что электрическая система включает в себя *силовые элементы* – генераторы, трансформаторы, преобразователи, нагрузки и электрические сети (высокого напряжения, содержащие линии передач, среднего напряжения, распределительные с относительно низким напряжением).

Электрическая система содержит также *элементы управления*, изменяющие и регулирующие *состояние системы* или *режим системы*. Для расчета режима системы необходим математический аппарат. Взаимодействуя между собой, элементы системы в любой момент связаны *единством процессов* производства, передачи, распределения и потребления электрической энергии. При этом под *процессами* понимают отдельные составляющие явления, отражающие некоторые связи между переменными величинами, которые отвечают явлениям, свойственным данному состоянию (или режиму) системы.

Чтобы дать *математическое описание* системы, надо в виде *математической модели* представить все связи между переменными величинами процессов. Изучение этих процессов, направлена на обеспечение лучшей работы системы, основная задача которой – выработка электрической энергии.

Энергия – это количественный показатель работы электрической системы. *Качество энергии* характеризуется главным образом величиной и частотой напряжения у потребителя. *Режим системы* – это ее состояние в любой момент времени или на некотором интервале времени. Режим системы определяется указанными показателями и другими показателями. *Параметры режима* – показатели, зависящие от изменения режима. К параметрам режима относятся напряжения в различных точках системы, токи в ее элементах, углы расхождения векторов ЭДС и напряжений, активные и реактивные мощности и т.д.

При анализе и составлении математического описания различают три основных вида режимов электрических систем:

нормальный установившийся режим, применительно к которому проектируется электрическая система и определяются технико-экономические характеристики;

послеаварийный установившийся режим, наступающий после аварийного отключения какого-либо элемента или ряда элементов системы. Перечисленные установившиеся режимы характеризуются параметрами, не изменяющимися во времени. При этом связи между параметрами режима представляются *алгебраическими уравнениями*;

переходный режим, во время которого система переходит из одного состояния к другому. Для него характерно изменение всех его параметров во времени и описание его *дифференциальными уравнениями*.

Любой режим состоит из множества различных процессов.

Параметры режима электрической системы связаны между собой соотношениями, называемыми *параметрами системы*.

Параметры системы – это показатели количественно определяющиеся физическими свойствами элементов системы, схемой их соединений. К параметрам системы относятся значения сопротивлений, проводимостей элементов, коэффициентов трансформации, постоянных времени и т.п.

Если *параметры системы* зависят от изменений ее режима, то система называется *нелинейной*. Параметры всех реальных электрических систем нелинейны. Но математический аппарат для их исследования еще недостаточно разработан. Поэтому, параметры системы часто полагают постоянными, считая систему на каком-то исследуемом участке линейной.

Схема замещения является математическим инструментом инженера. В зависимости от того, какая электрическая сеть и какие процессы интересуют, инженер подбирает схему замещения изучаемой сети. После подбора схемы

замещения, расчет состояния электрической системы (режима) сводится к расчету электрической цепи.

Переходные режимы делятся на *нормальные* (эксплуатационные) и *аварийные*. *Нормальные переходные процессы* обусловлены изменениями нагрузки системы и реакцией на них регулирующих устройств. *Нормальные переходные процессы*, которые возникают при обычных эксплуатационных операциях: включении и отключении трансформаторов, а также отдельных линий электропередач; эксплуатационных изменениях схемы коммутации системы; включении и отключении отдельных генераторов и нагрузок или изменениях их мощности. При *нормальных переходных процессах* для описания системы применяют линейные дифференциальные уравнения.

Аварийные переходные процессы возникают вследствие каких-либо резких аварийных изменений режима: при коротких замыканиях элементов системы, изменении схемы соединения системы, случайном отключении агрегатов или линий электропередачи, несущих значительные нагрузки. Такие изменения в математической теории электрических систем, называемые *большими возмущениями* или *воздействиями*, приводят к значительным отклонениям параметров режима от их исходного состояния.

При исследовании переходных режимов особое значение имеет проблема *устойчивости электрических систем*. Рабочее состояние электрической системы, называемое *установившимся режимом*, должно обладать свойством *устойчивости*, т.е. способностью восстанавливать исходный установившийся режим или режим, близкий к нему, после какого-либо его изменения – отклонения (возмущение: малые изменения мощности нагрузки, большие изменения мощности, выдаваемой генератором при коротких замыканиях, отключениях электропередач и т.д.). Степень устойчивости системы уменьшается с увеличением нагрузки (мощности, выдаваемой ее генераторами) и понижением напряжения (увеличением мощности потребителей, снижением возбуждения генераторов). Для каждой системы определяются некоторые значения величин – параметров режима, характеризующих *предел устойчивости*.

Система должна работать не достигая этого предела, т.е. с некоторым *запасом устойчивости*, определяемым специальными нормативами или послеаварийных условий.

При анализе устойчивости электрических систем различают три ее вида: *статическую, динамическую и результирующую*.

Статическая устойчивость – способность системы восстанавливать исходное состояние после малого его отклонения (возмущения). Под малым понимается такое отклонение, при котором исследуемая электрическая система может изучаться на основе систем *линейных дифференциальных*

уравнений с применением общих *методов Ляпунова*, способов *малых колебаний*, предусматривающих исследование характеристических уравнений и применение *частотных характеристик*, включая различные приемы построения границ области устойчивости.

Динамическая устойчивость – способность системы восстанавливать исходный режим или практический близкий к нему после большого возмущения (короткого замыкания, отключения линии и т.д.). При анализе динамической устойчивости для выявления изменений параметров режима составляют нелинейные, трансцендентные уравнения высоких порядков. Для этого применяют аналоговые вычислительные машины и расчетные модели переменного тока, снабженного автоматикой.

Результирующая устойчивость – способность системы восстанавливать исходный режим или практический близкий к нему после нарушения в течение некоторого времени синхронной работы с последующим ее восстановлением без отключения основных рабочих элементов системы.

Математические модели установившихся режимов электрической системы. Уравнения установившегося режима электрической системы

Анализ условий работы электрической системы требует расчета ее установившихся режимов, целью которого является определение параметров режима: напряжения в узловых точках, токов и мощностей протекающих по отдельным ее элементам.

Основные элементы электрической системы в расчетах установившихся режимов представляются схемами замещения, состоящими из элементов электрической цепи: источников напряжения или тока и сопротивлений. К схеме замещения применимы такие понятия как *ветвь*, *узел* и *контур*. Схемы замещения содержащие контуры, называются *замкнутыми*, в обратном случае – *разомкнутыми*.

Состояние линейной электрической цепи описывается уравнениями Ома и Кирхгофа.

Закон Ома определяет взаимосвязь параметров каждой из ветвей цепи. Для i -й ветви, характеризующейся сопротивлением Z_i , действующей в ней ЭДС E_i и протекающим по ней током I_i , разность потенциалов между ее концами (падение напряжения на ветви) U_{Bi} определяется в соответствии с уравнением

$$U_{Bi} = Z_i \dot{I}_i - \dot{E}_i. \quad (2.1)$$

Первый закон Кирхгофа определяет баланс токов в каждом узле цепи, алгебраическая сумма токов в узле равна нулю. Для произвольного узла, содержащего источник тока J и связывающего k ветвей, уравнение имеет вид

$$\sum_{i=1}^k \dot{I}_i - \dot{J} = 0. \quad (2.2)$$

Второй закон Кирхгофа определяет баланс напряжений в контурах цепи, алгебраическая сумма падений напряжения на ветвях контура равна нулю. Для произвольного контура, содержащего l ветвей, уравнение имеет вид

$$\sum_{i=1}^l \dot{U}_{\text{в}i} = 0. \quad (2.3)$$

Схема замещения электрической системы обычно является связанным направленным графом. Она состоит из ветвей (*ребер*), соединенных в узлы (*вершины*). Ветви образуют цепочки (*пути графа*), которые могут быть замкнутыми. Все величины, характеризующие состояние ветвей (ЭДС, токи, падения напряжения), имеют определенное направление.

Для направленного графа могут быть определены: 1) *матрица соединений ветвей в узлах* (первая матрица инциденций); 2) *матрица соединений ветвей в независимые контуры* (вторая матрица инциденций).

Матрица соединений ветвей в узлах – это прямоугольная матрица, число строк которой равно числу вершин графа n , а число столбцов – числу ребер m .

$$M_{\Sigma} = (m_{ij}), \quad i=1, \dots, n; \quad j=1, \dots, m.$$

Матрица соединений ветвей в независимые контуры – это прямоугольная матрица, число строк которой равно числу независимых контуров графа k , а число столбцов – числу ветвей m .

$$N = (n_{ij}), \quad i=1, \dots, k; \quad j=1, \dots, m.$$

Матрицы M и N дают возможность записать уравнения состояния электрической цепи в матричной форме.

Первый закон Кирхгофа в матричной форме

$$M \dot{I} = \dot{J}, \quad (2.4)$$

где $\dot{I} = \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \vdots \\ \dot{I}_m \end{pmatrix}, i = 1, \dots, m, \dot{J} = \begin{pmatrix} \dot{J}_1 \\ \vdots \\ \dot{J}_{n-1} \end{pmatrix}, i = 1, \dots, n-1$ - столбцы токов в ветвях и задающих токов в узлах соответственно.

Второй закон Кирхгофа в матричной форме

$$N \dot{U}_B = 0, \quad (2.5)$$

где $\dot{U}_B = \begin{pmatrix} \dot{U}_B \\ \vdots \\ \dot{U}_B \end{pmatrix}, i = 1, \dots, m$ - столбец падений напряжений на ветвях схемы.

Чтобы ввести в уравнения второго закона Кирхгофа токи в ветвях схемы замещения, воспользуемся законом Ома, который выражается матричным уравнением:

$$\dot{U}_B = Z_B \dot{I} - \dot{E}, \quad (2.6)$$

где Z_B – диагональная матрица сопротивлений ветвей; E – ЭДС в ветвях.

Для формирования обобщенного уравнения состояния необходимо предварительно определить матрицы соединений M и N , которые в аналитической форме отображают конфигурацию схемы замещения электрической сети.

Для составления матрицы M_Σ достаточно пронумеровать все узлы и ветви схемы и в каждом столбце матрицы записать (+1) и (-1) в тех строках, которые соответствуют соединяемым данной ветвью узлам, а в остальных элементах столбцов записать «0». Вычеркиванием строки соответствующей балансирующему узлу, получаем искомую матрицу M .

Для составления матрицы N , предварительно требуется выделить независимые контуры, количество которых $k = m - n + 1$ может быть значительным. Матрица N в общем случае не содержит полной информации о конфигурации сети, т.к. разомкнутые ветви в ней не отражаются.

Задачей расчета установившегося режима электрической системы является определение токов в ветвях схемы замещения, напряжений в ее узловых точках и соответствующих им мощностей. Для этого составляется обобщенное уравнение состояния, которое решается относительно токов в ветвях. По найденной матрице \dot{I} определяются падения напряжения на ветвях схемы \dot{U}_B согласно уравнению (2.6), затем находятся напряжения узлов относительно балансирующего \dot{U}_n .

Достаточно знать падения напряжения на ветвях схемы, чтобы определить падения напряжения на остальных ветвях и напряжениях всех узлов относительно балансирующего, т.е. и напряжения узлов, если напряжение балансирующего узла \dot{U}_B задано

$$\dot{U}_i = \dot{U}_B + \dot{U}_{\Delta i}, i = 1, \dots, n-1.$$

Если начинать расчет с определения напряжений в узлах схемы относительно балансирующего (матрицы \dot{U}_{Δ}), то порядок решаемой системы уравнений будет равен $n-1$. Система, состоящая из $(n-1)$ уравнений, связывающих напряжения узлов относительно балансирующего с задающими токами в узлах и ЭДС в ветвях, называется *системой узловых уравнений*.

Обозначим

$$Y_y = MZ_B^{-1}M_t = MY_B M_t \quad (2.7)$$

Квадратная матрица (7) порядка $(n-1)$ называется *матрицей узловых проводимостей*. Она дает возможность получить окончательную форму записи системы узловых уравнений

$$Y_y \dot{U}_{\Delta} = \dot{J} - MY_B \dot{E}. \quad (2.8)$$

Решив уравнение (2.8) относительно \dot{U}_{Δ} , можно получить падения напряжения на ветвях схемы и найти токи в ветвях схемы из (2.6).

Порядок расчета системы узловых уравнений матричным методом. Для выбранной схемы составляется:

- диагональная матрица узловых токов схемы;
- диагональная матрица проводимости ветвей;
- заполняется матрица инцидентий нулями и единицами.