Практическое занятие № 25, 26

Современные продукционные модели

(Продолжительность практического занятия 4 часа)

Цель практического занятия: знакомство и анализ современных продукционных моделей.

Рабочее задание:

1. Законспектировать теоретическую часть практического занятия;
2. Проанализировать современные продукционные модели и высказать свое мнение об отличии данных моделей от модели Ф.И. Баранова;
3. Оформить отчет по практическому занятию.

Теоретическая часть

Основное уравнение продукционных моделей

Согласно аксиоме Рассела (1931) популяция находится в стабильном состоянии, если скорость ее роста уравновешивается убылью:

$$\frac{dB}{dt} = B[r(B) + g(B) + M(B) + F(f)], \qquad (1)$$

где: B – биомасса облавливаемой части запаса;

r, g, M – мгновенные коэффициенты скоростей протекания основных процессов – пополнения, индивидуального роста, естественной смертности.

F – мгновенный коэффициент промысловой смертности как функция промыслового усилия f.

Первые три члена в скобках характеризуют процессы, в совокупности, составляющие естественные регуляторные механизмы популяции. Все они являются функцией текущей величины запаса. Промысел влияет на них через изменение биомассы. В продукционных моделях все они учитываются в виде «обезличенной» функции, показывающей скорость роста биомассы(G):

$$G(B) = r(B) + g(B) + M(B) \qquad (2)$$

Тогда уравнение динамики биомассы можно записать как:

$$\frac{dB}{dt} = B[G(B) - F(f)] \qquad (3)$$

В том случае, когда популяция находится в состоянии равновесия, скорость ее роста будет равна нулю. Этому состоянию соответствует так называемый уравновешенный улов Y_{w5}, равный чистому естественному приросту биомассы запаса за рассматриваемый интервал времени (с ограничениями, которые были оговорены в главе, посвященной продуктивности популяции):

$$G(B) = F(f), \qquad (4)$$

$$Y = BG(B) = BF(f). \qquad (5)$$

Таким образом, каждой величине промыслового усилия f соответствует вполне определенная величина биомассы B и, следовательно, величина уравновешенного улова Y.

Кривая уравновешенного улова описывается функцией $Y = Y(f)$ и может служить для принятия решений по регулированию промысла в соответствии с концепцией уравновешенного улова. Используя эту кривую, можно определить оптимальную величину промыслового усилия (f), необходимую для достижения максимальной величины улова.

Все продукционные модели различаются только кривой роста биомассы популяции BG(B) и промысловой убыли BF(f).

Модель Шефера (Schaefer, 1954, 1957)

Модель Шефера исходит из классической параболической зависимости продуктивности популяции от ее фактической биомассы. Полагая, что часть продукции используется промыслом в виде улова, а сама продукция определяется биомассой популяции, в свою очередь, зависящей от промысла, уравнение можно представить в виде:

$$Y_W = qfB_{Wx} - q^2 f^2 B_{Wx} \frac{1}{k}, \qquad (6)$$

где: q – коэффициент улавливаемости – безразмерная величина;

f – промысловое усилие, например количество судов, рыбаков, орудий лова;

B_{Wx} – максимальная уравновешенная биомасса, емкость среды;

к – коэффициент, характеризующий мгновенную скорость роста запаса при отсутствии лимитирующего влияния плотности – биотический потенциал.

На графике величина уравновешенного улова описывается перевернутой симметричной параболой (рис. 1). В зависимости от величины биотического потенциала популяции $к$, изменяется ширина основания параболы и высота и положение максимума.

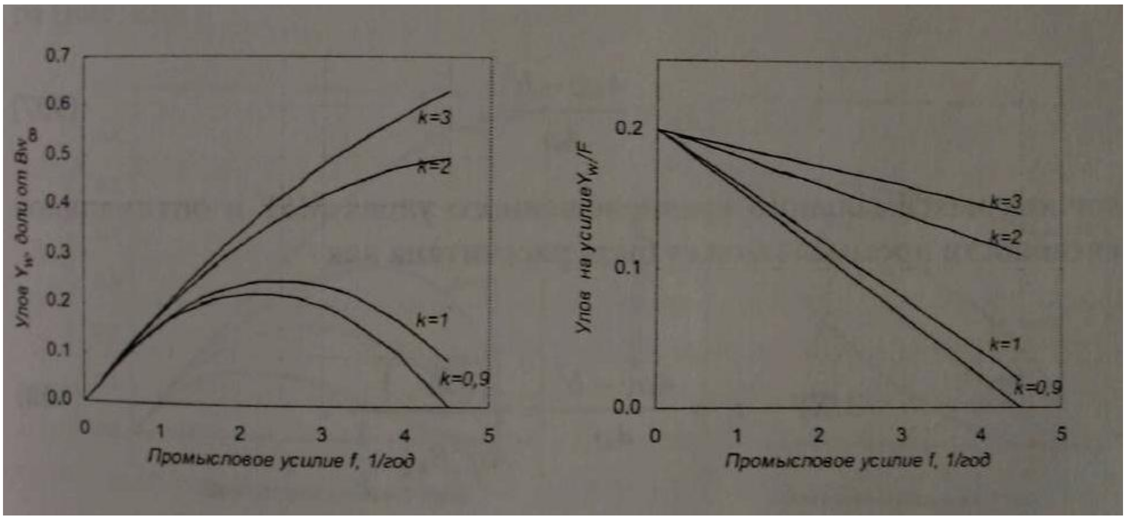

Рис. 1. Зависимость уравновешенного улова от промыслового усилия по модели Шефера

Найдем величину улова, приходящуюся на единицу промыслового усилия:

$$Yw/_{F} = qB_{Wx} - q^2 fB_{Wx}\frac{1}{k}, \quad (7)$$

Введя обозначения $a_0 = qB_{Wx}$ и $a_1 = q^2 B_{Wx}\frac{1}{k}$, приходим к обычному линейному уравнению зависимости улова на усилие от величины самого промыслового усилия:

$$Yw/_{F} = a_0 - a_1 f. \quad (8)$$

За это свойство модель Шефера была названа «линейной». Коэффициенты уравнения легко находятся методом наименьших квадратов. Точка a_0 является фиктивной, т.к. не существует улова при отсутствии промысла (f=0).

Введем обозначения:

$$y = Y_W;\ x = f;\ a = q^2\, B_{Wx} \frac{1}{k};\ b = qB_{Wx},\ c=0 \tag{9}$$

и преобразуем уравнение (6) к виду обычной параболы:

$$y = ax^2 + bx + c. \tag{10}$$

Тогда координаты вершины параболы могут быть определены как

$$x_0 = \frac{b}{2a}, \tag{11}$$

$$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} \tag{12}$$

а величина максимального уравновешенного улова MSY и оптимальной интенсивности промысла может быть рассчитана как:

$$MSY = y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = (qB_{Wx})^2 / 4\, q^2\, B_{Wx}^{\ 2} \frac{1}{k}\ , \tag{13}$$

$$f_{MSY} = x_0 = \frac{b}{2a} = qB_{Wx} / 2q^2 B_{Wx}^{\ 2} \tag{14}$$

Приводя преобразования, получаем:

$$MSY = \frac{k}{4}, \tag{15}$$

$$f_{MSY} = 1/\ 2qB_{Wx} \tag{16}$$

Таким образом, оптимальные параметры промысла зависят от собственных характеристик популяции – ее биотического потенциала и емкости среды. Учитывая , что на практике значения коэффициентов q,k,B – обычно известны, оценку максимального уравновешенного улова осуществляют по уравнениям (11) и (12).

Модель Пелла – Томлинсона (Pella Tomlinson, 1969)

Модель Пелла – Томлинсона представляет нелинейную зависимость уравновешенного улова от промыслового усилия вида

$$Y_W = qfB_{Wx}(1 - qf/\text{к})^{1/m-1} \qquad (17)$$

где m - параметр, m>1.

Уравнение в зависимости от параметра m описывает целое семейство кривых, причем при m=2 модель превращается в модель Шефера (рис.2).

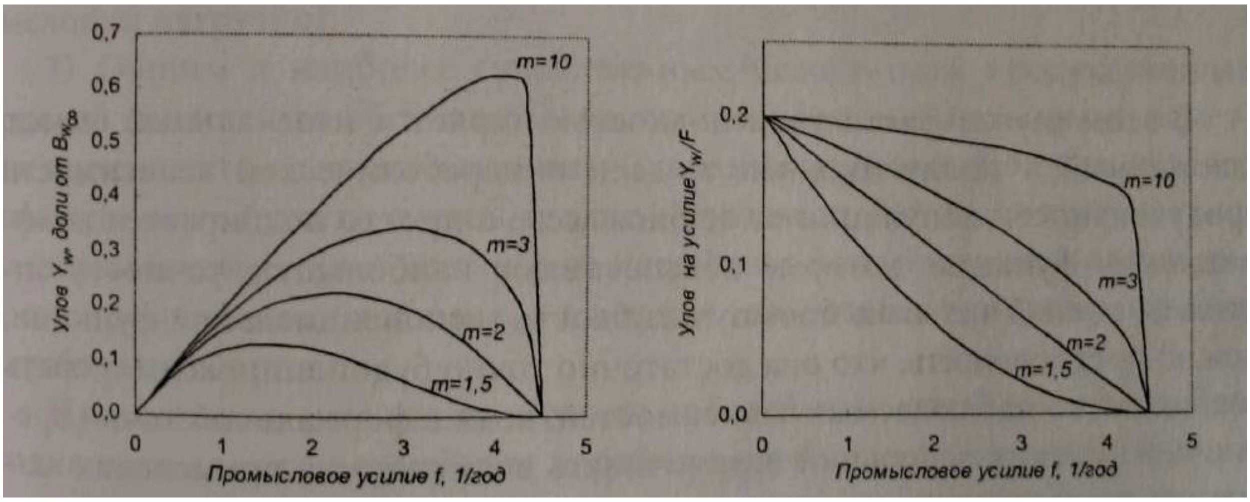

Рис.2. Зависимость уравновешенного улова от промыслового усилия по модели Пелла – Томлинса

<u>Модель Фокса (Fox, 1970)</u>

Продукционная модель Фокса использует просто экспоненциальное уравнение для описания зависимости величины улова от промыслового усилия:

$$Y_И = qfB_{Wx}\, e^{-bf}, \qquad (313)$$

где b – эмпирический коэффициент, b>0.

Кривая продуктивности популяции по Фоксу представляет собой несимметричную выпуклую кривую (рис.3).

В этом случае фактически полностью теряется изначальный смысл, заложенный в продукционные модели о параболической зависимости продуктивности популяции от ее биомассы, а просто подбирается коэффициенты функции, которые обеспечивают наибольшую точность аппроксимации. Учитываю большую гибкость экспоненциальной функции, можно предположить, что она достаточно точно будет аппроксимировать большинство наблюдаемых зависимостей, хотя с формальной точки зрения нет никаких оснований ограничивать возможность применения любых других видов уравнений.

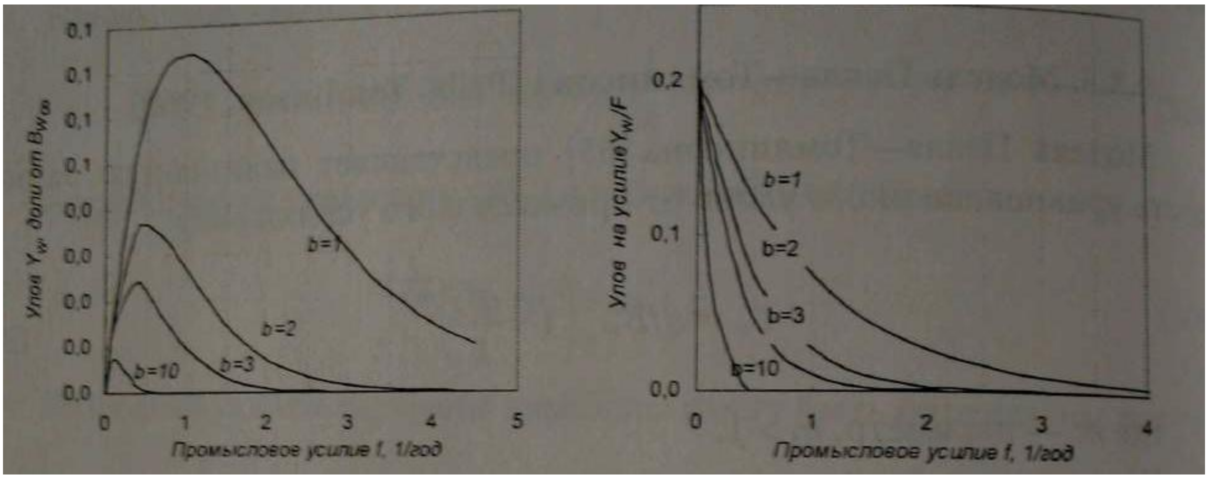

Рис. 3. Зависимость уравновешенного улова от промыслового усилия по модели Фокса.

Контрольные вопросы:

1.Как звучит аксиома Рассела?

2.В чем заключается основное различие всех продукционных моделей?

3.В чем заключается смысл модели Шефера?

4.Какой кривой описывается модель Шефера? От чего зависит ширина основания и высота данной кривой?

5.От чего зависят оптимальные параметры промысла?

6.Какой кривой можно описать продукционную модель Фокса?

7.В чем самое главное отличие продукционной модели Фокса от всех других современных продукционных моделей?