Оптимальное управление всей операцией получится как результат оптимального управления на отдельных шагах. Такой подход был бы правилен в том случае, если оптимальное управление на каждом шаге можно было бы выбирать независимо от управления на других, в частности последующих шагах. Иными словами, при выборе шагового управления необходимо учитывать его последействия на будущих шагах.

Очевидно, что это общее правило имеет исключение. Последний шаг можно планировать без оглядки на будущее. Управление на последнем шаге можно выбирать таким, чтобы оно приносило бы максимальный выигрыш. Поэтому решение задачи методом динамического программирования производится, начиная с последнего, к- го шага, т.е. двигаясь от конца к началу. Выбирать управление на к- м шаге мы можем только в том случае, если знаем, чем закончился выбор на предыдущем, (к-I) - м шаге. Поскольку мы этого не знаем, то задаемся различными предположениями на этот счет. Для каждого такого предположения находим оптимальное управление на к- м шаге. Это управление следует считать не оптимальным, а условно-оптимальным, поскольку мы не знаем, какое управление на(к-I) - м шаге действительно выбрано. После этого мы переходим к выбору управления на предпоследнем, (к-I)- м шаге. Здесь мы также должны сделать предположение о том, чем закончился (к-2)- й шаг, и для каждого из этих предположений определить управление на (к-I) - м шаге так, чтобы выигрыш на последних двух шагах был бы максимален, т.е.

$$Z^{k} + Z^{k-1} \longrightarrow max \text{ (или } min).$$

Далее переходим к (к-2)- му шагу и т.д. Таким образом, на каждом шаге ищется такое управление, которое обеспечивает оптимальное продолжение процесса относительно достигнутого в данный момент состояния. В результате мы получаем условно-оптимальное управление на всех шагах.

Теперь, если мы, закончив определение условно-оптимального управления на первом шаге, подошли к началу операции и знаем ее начальное состояние S_0, мы можем начать движение от начала к концу. Зная S_0, мы найдем оптимальное управление на первом шаге и определим состояние S_1 в начале второго шага. Далее находим оптимальное управление на втором шаге и состояние S_2 в начале третьего шага и т.д. В конце концов мы найдем оптимальное управление всей операцией, приводящее к Z_{max} (или Z_{min}). Таким образом, многошаговый процесс проходится дважды:

-первый раз от конца к началу - находятся условные оптимальные

управления на каждом шаге и условный выигрыш на всех шагах;

-второй раз от начала к концу - находятся оптимальные шаговые управления и действительный выигрыш на всех шагах.

2.2. Применение динамического программирования для выбора оптимальной трассы кабельной линии

Рассмотрим применение динамического программирования для решения конкретной задачи.

Необходимо проложить кабельную линию в условиях крупного города из точки A в точку A_I. Рассматриваемая часть города разбита на кварталы (рис.2.I). Прокладку можно производить только вдоль улиц и проездов. Затраты на прокладку линии по участкам в условных единицах указаны на рис. 2.I. Приступим к решению задачи. В нашем случае вся операция легко разбивается на отдельные шаги. За шаг можно принять прокладку линии на отдельном участке улицы или проезда.

Следует выбрать трассу прокладки таким образом, чтобы суммарные затраты по всей линии были бы наименьшими. Таким образом, как следует из рис. 2.I , вся задача разбивается на восемь шагов. Начнем решение с последнего восьмого шага. Сначала посмотрим, каким образом мы можем попасть в точку A_I за один шаг. Очевидно, что это можно сделать только из точек B_I и B_2 (рис.2.I), при этом из каждой из них только единственным образом: из точки B_I - по горизонтали, из B_2 - по вертикали. Иными словами, на последнем шаге нет выбора условного направления, оно единственное.

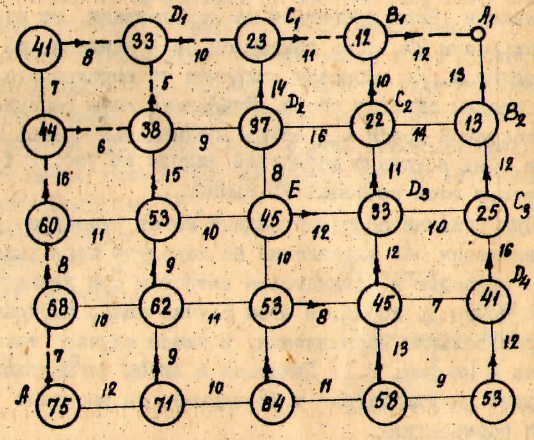

Рис. 2.I