Практическое занятие №1

Тема. Расчет электрических цепей методом непосредственного использования законов Кирхгофа

Цель: освоить методику составления уравнений по законам Кирхгофа.

Первый закон имеет две формулировки:

1) алгебраическая сумма токов в узле равна нулю;

2) сумма токов, притекающих к любому узлу, равна сумме токов, вытекающих из него

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0.$$

Второй закон Кирхгофа гласит:

алгебраическая сумма падений напряжений в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС вдоль того же контура

$$\sum_{k=1}^{m} I_k \cdot R_k = \sum_{k=1}^{n} E_k,$$

где m – число сопротивлений в контуре;

n – число ЭДС в контуре.

Если направления падений напряжений и ЭДС совпадают с направлением обхода контура, то они входят в сумму со знаком « + ».

Перед составлением уравнений необходимо:

1) произвольно выбрать положительные направления токов в ветвях;

2) выбрать положительные направления обхода контуров для составления уравнений по II закону Кирхгофа (с целью единообразия рекомендуется для всех контуров выбирать одно направление, например, по часовой стрелке).

Для получения линейно независимых уравнений по I закону Кирхгофа составляют $(y - 1)$ уравнение, а по II закону – недостающие $(b - b_{\text{ит}}) - (y - 1)$ уравнения.

Задача 1.

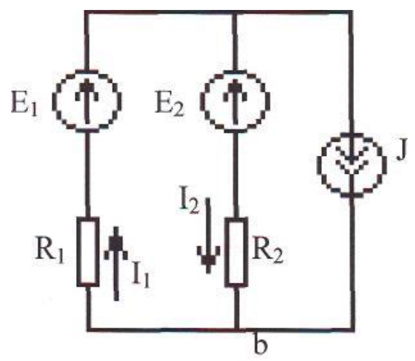


рис 1а

Цель: Определить токи в ветвях, используя обобщенный закон Ома и формулы преобразования источников.

Условие: E_1= 10 В,
E_2=1 В,
R_1= 1 Ом,
R_2 = 2 Ом,
J = 3 А.

План решения.

1. Задаемся произвольными направлениями токов I_1 и I_2.
2. Преобразуем цепь к схеме, содержащей только источники ЭДС.
3. Рассчитываем ток. I_1.
4. Определяем напряжение U_{ab}.
5. Определяем ток I_2.

Решение.

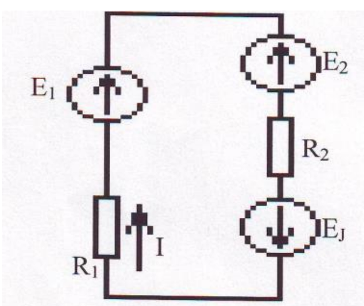


рис 1б

1. Токи направим, как показано на рис 1а.

2. $E_J = R_2 \cdot J = 2 \cdot 3 = 6$ В. Направление E_J к точке b, как и у источника тока (рис 1б).

3. $I_1 = (E_1 - E_2 + E_J)/R_1 - R_2 = 15/3 = 5$ А
4. $U_{ab} = E_1 - R_1 \cdot R_2 = 5$В
5. Из рисунка 1а.
$U_{ab} = R_2 I_2 + E_2 = 5$В
$I_2 = (U_{ab} - E_2)/R_2 = 2$ А

Выводы по задаче. Направление ЭДС E согласно с направлением тока J.

<u>Задача 2.</u>

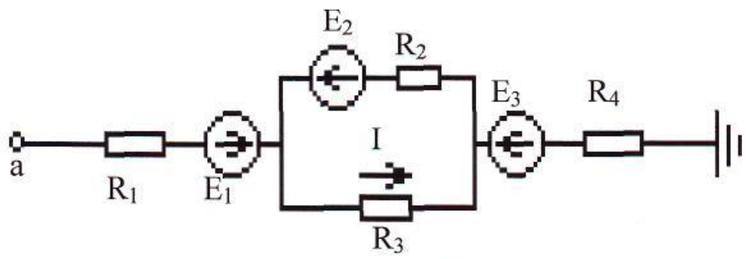


рис. 1

Цель. Найти потенциал точки а, используя обобщенный закон Ома (рис 1)

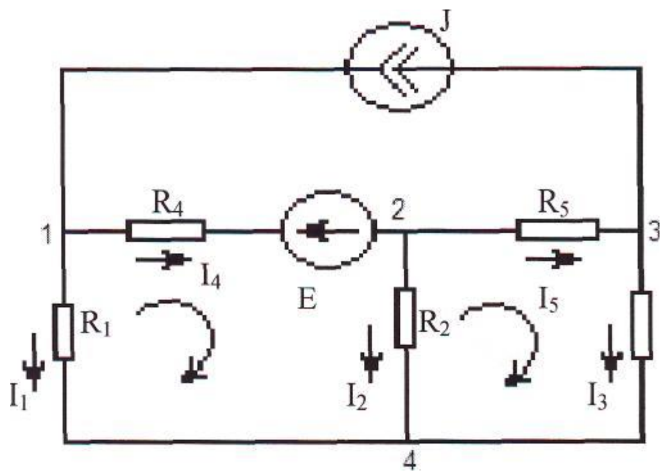
Условия задачи. 1. E_1=2 В
2. E_2=4 В
3. E_3=24 В
4. R_1=3 Ом
5. R_2=8 Ом
6. R_3=2 Ом
7.R_4=1Ом

План решения.
1. Принимаем потенциал точки b, равным нулю $\varphi_b = 0$.
2. Определяем ток в замкнутом конторе с элементами E_2, R_2 и R_3.
3. Определяем φ_a

Решение:
1. $\varphi_b = 0$
2. $I = E_2/(R_2 + R_3)$ Направление тока показано на рис.1.
3. $U_{ab} = \ _a - \ _b = -E_1 + R_3 \cdot I + E_3 = -2 + 2 \cdot 0.4 + 24 = 22.8$В
Выводы по задаче. Ток протекает только в замкнутом контуре. Так как в данной задаче замкнутый контур образуют элементы E_2, R_2 и R_3, то в

остальных элементах схемы тока нет. Напряжения на элементах источников ЭДС не зависят от тока и равны величинам этих ЭДС.

Задача 3.



Цель: Определить токи по законам Кирхгофа.

Условие: 1. J = 2 А,
2. E = 6 В,
3. R_1 = 3 Ом,
4. R_2 =l Ом,
5. R_3 = 2 Ом,
6. R_4 = 2 Ом,
7. R_5 = 2 Ом.

План решения:

1. Подсчитываем число узлов у и ветвей в и определяем число уравнений по I и II законам Кирхгофа.

2. Задаем произвольные положительные направления токов в ветвях контуров и направления обходов в них.

3. Составляем систему уравнений по I и II законам Кирхгофа и, решая ее, находим токи.

4. Проверяем правильность определения токов с помощью баланса мощности.

Решение:

1. У = 4, в = 5.

$К_1$ = у - 1= 3.

$К_2$ = в – $к_1$ = 2.

2. Токи в ветвях контуров и направления их обхода выберем, как показано на рис.2.

$$\begin{cases} J - I_1 - I_4 = 0 \\ I_4 - I_2 - I_5 = 0 \\ -I_3 - J + I_5 = 0 \\ -R_1 I_1 + R_2 I_2 + R_4 I_4 = -E \\ -R_2 I_2 + R_5 I_5 + R_3 I_3 = 0 \end{cases}$$

$I_1 = 1.86\text{А},$

$I_2 = -0.69\text{А}$

$I_3 = -1.17\text{А}$

$I_4 = 0.14\text{А}$

$I_5 = 0.83\text{А}$

3. Уравнение баланса мощности

$$-EI_4 + JU_{13} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 + R_5 I_5^2$$

$$U_{13} = R_1 I_1 - R_3 I_3 = 3 \cdot 1.86 - 2 \cdot 1.17 = 7.94\ \text{В}$$

$$-6 \cdot 0.14 + 2 \cdot 7.94 = 15.04\ \text{Вт}$$

$$3 \cdot 1{,}86 + 1 \cdot 0{,}69 + 2 \cdot 1{,}17 + 2 \cdot 0{,}14 + 2 \cdot 0{,}83 = 15{,}04\ \text{Вт}$$

$$15{,}04\ \text{Вт} = 15{,}04\ \text{Вт}$$

Выводы: Равенство левой и правой частей уравнения баланса мощности показывает, что токи в ветвях найдены правильно.

Домашнее задание.
Пример 4.1 [9.1.7].

Практическое занятие №2

Проверка домашнего задания.

Тема. Метод контурных токов. Баланс мощности.

Цель: освоить методику составления и решения уравнений по методу контурных токов и баланса мощности.

В основу метода положено два предположения:

1) в каждом независимом контуре протекает свой контурный ток;

2) токи в ветвях схемы равны алгебраической сумме контурных токов, протекающих через данную ветвь.
Согласно с этим методом неизвестными являются контурные токи, поэтому число уравнений для решения снижается до числа независимых контуров, т.е. до числа уравнений составленных по II закону Кирхгофа.

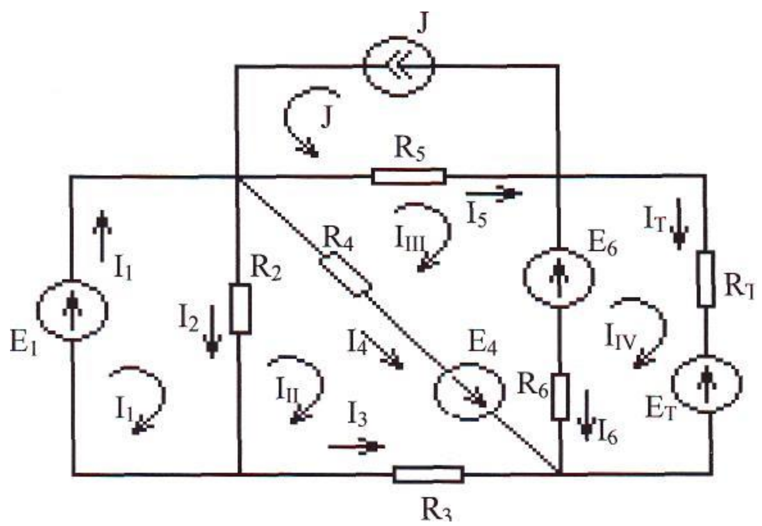
Если направление тока I, протекающего через источник ЭДС E, совпадает с направлением ЭДС, то источник ЭДС доставляет в цепь в единицу времени энергию (его мощность), равную $E{\cdot}I$, которая с положительным знаком входит в уравнение энергетического баланса.

Уравнение энергетического баланса

$$\sum_{k=1}^{n} I_k^2 \cdot R_k = \sum_{k=1}^{m} E_k \cdot I_k + \sum_{k=1}^{l} U_{ab} \cdot J_k \,, \qquad (2.1)$$

где $U_{ab}{\cdot}J_k$ – мощность, доставляемая в цепь источником тока (a – узел, к которому притекает ток J_k, b – узел, из которого этот ток вытекает).

Задача.



Цель. Определить токи по методу контурных токов.

Условие: E_1 = 4 В,
E_4 =5 В,
E_6 = 1 В,
E_7 = 1 В,
R_2 = 2 Ом,
R_3 = 3 Ом,
R_4 = 6 Ом,
R_5 = 1 Ом,

$R_6 = 1$ Ом,
$R_7 = 1$ Ом,
$J = 3$ А

План решения.

1. Выбираем произвольно направления токов в ветвях.
2. Определяем число контуров, выбираем произвольно направления контурных токов.
3. Составляем систему уравнений по методу контурных токов, решаем ее и определяем контурные токи.
4. Рассчитываем токи в ветвях.

Решение.

1. Направления токов в ветвях показано на рис.
2. у = 4, в = 7, число уравнений в - у + 1=4, контура и направления токов в них показаны на рис. Там же показан контур с известным током источника тока J.

$$\begin{cases} R_2 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_{\text{II}} = E_1 \\ -R_2 \cdot I_1 + (R_2 + R_3 + R_4) \cdot I_{II} - R_4 \cdot I_{\text{III}} = E_4 \\ -R_2 \cdot I_{\text{II}} + (R_4 + R_5 + R_6) \cdot I_{\text{III}} - R_6 \cdot I_{\text{IV}} + R_5 \cdot J = -E_4 = E_6 \\ -R_6 \cdot I_{\text{III}} + (R_6 + R_7) \cdot I_{\text{IV}} = -E_7 \end{cases}$$

$I_{\text{I}} = 3$ А, $I_{\text{II}} = 1$ А, $I_{\text{III}} = 0$, $I_{\text{IV}} = -3$ А

$I_1 = I_{\text{I}} = 3$ А

$I_2 = I_1 - I_{\text{II}} = 2$А

$I_3 = -I_{\text{II}} = -1$ А

$I_4 = I_{\text{II}} - I_{\text{III}} = 1$ А

$I_5 = I_{\text{III}} + J = 3$ А

$I_6 = I_{\text{III}} - I_{\text{IV}} = 3$ А

$I_7 = I_{\text{IV}} = -3$ А

Выводы.

Метод контурных токов позволяет сократить число уравнений по сравнению с методом по законам Кирхгофа.

Домашнее задание.

Пример 4.11 [9.1.7].

Практическое занятие №3

Проверка домашнего задания.

Тема. Расчет электрической цепи с последовательным соединением R, L, C

Цель: освоить методику расчета с использованием комплексных чисел.

$$\underline{U}_m = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \cdot \underline{I}_m.$$

Это выражение, связывающее комплексы тока и напряжения, называют законом Ома в комплексной форме.

Отношение $\frac{\underline{U}_m}{\underline{I}_m} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{Z}$ называется комплексным сопротивлением:

$$\underline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = R + jX.$$

Действительная часть полного сопротивления – R называется активным сопротивлением, а мнимая – X – реактивным.

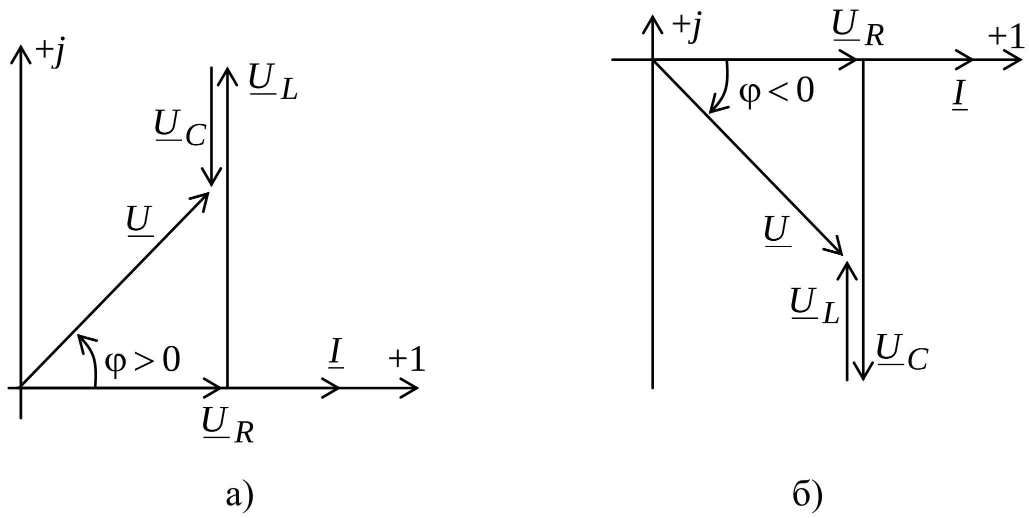


Рис. 8.1. Векторные диаграммы при индуктивном (а) и емкостном (б) характере нагрузки

Задача.

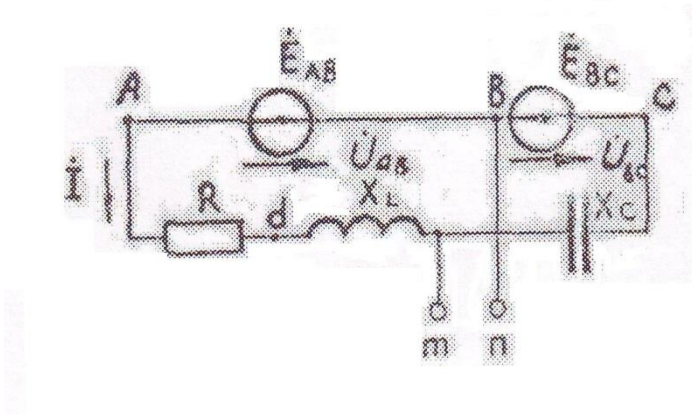


Рис.1

Цель. С помощью топографической диаграммы определить напряжение между точками тип заданной схемы.

Условие

$$U_{AB} = 100e^{-j120^\circ}\ \text{В}$$
$$U_{BC} = 100\ \text{В}$$
$$X_L = 10/\sqrt{3}\ \text{Ом}$$
$$X_C = 20/\sqrt{3}\ \text{Ом}$$
$$R = 10\ \text{Ом}$$

План решения

1. Выбрать направление комплексного тока в схеме (рис. 1) и записать его выражение.

2. Принять потенциал точки *n* равным нулю и определить значение комплексные потенциалов остальных точек.

3. Построить топографическую диаграмму в выбранном масштабе (рис. 2).

4. Определить с помощью топографической диаграммы действующее значение напряжения U_{mn}.

Решение:

1.
$$\dot I = \frac{\dot U_{AB} + \dot U_{BC}}{R + j(X_L - Xc)} = \frac{100e^{\ j120} + 100}{\frac{10 + j(10 - 20)}{\sqrt{3}}} = 5\sqrt{3}\cdot e^{-j30^\circ} = 7.5 - j2.45\sqrt{3}\ \text{А}$$

2. $_n = 0$

$$_A = \dot U_{AB} = 100^{-120^\circ} = -50 - j50\sqrt{3}\ \text{В}$$
$$_C = -\dot U_{BC} = -100\ \text{В}$$
$$_d = \ _A - RI = -50 - j50\sqrt{3} - 75 + j25\sqrt{3} = 125 - j25\sqrt{3}\ \text{В}$$
$$_m = \ _C - jX_C I = -150 - j50\sqrt{3}\ \text{В}$$

3.

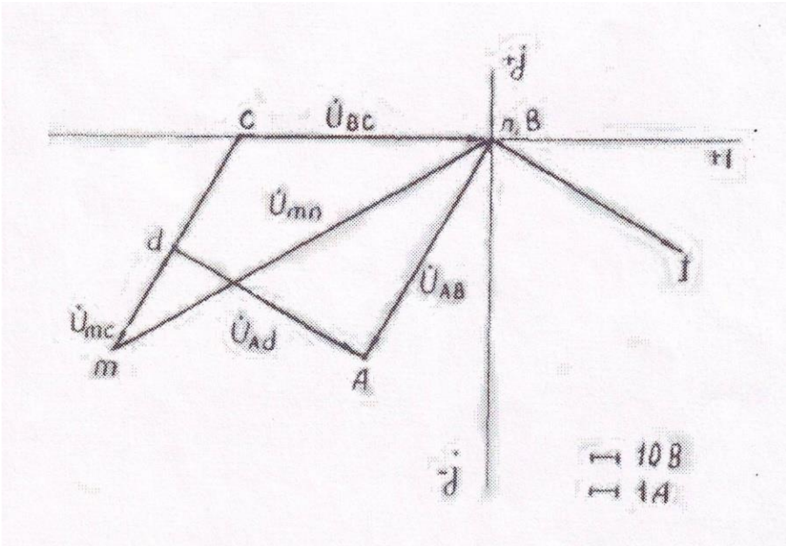


Рис. 2.

4. U_{mn}=173 В

5. $\dot{U}_{mn} = \dot{\ }_{m} - \dot{\ }_{n} = -150 - j50\sqrt{3} = 100\sqrt{3} \cdot e^{-j150^{\circ}}$ В

$U_{mn} = 173$ В

Выводы по задаче.

Положительное напряжение на топографической диаграмме направлено в точку первого индекса (например, U_{ad} стрелка в точку А).

Как видно из рис.2, положительное напряжение на активном элементе U_{ad} совпадает с направлением вектора тока, на индуктивном элементе U_{dm} опережает ток на 90º, на ёмкостном элементе U_{mc} отстает от тока на 90º.

<u>Домашнее задание.</u>

Пример 14.2 [9.1.7].

Практическое занятие №4

Проверка домашнего задания.

<u>Тема.</u> Расчет электрической цепи с параллельным соединением R, L, C

<u>Цель:</u> освоить методику расчета с использованием комплексных чисел.

Ток в резисторе R совпадает по фазе с напряжением u, ток i_L отстает, а ток i_C опережает напряжение на угол $\varphi = \pi / 2$. Следовательно, суммарный ток равен

$$i = I_m \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{R} U_m \sin \omega t + \frac{1}{\omega L} U_m \sin(\omega t - \pi/2) +$$
$$+ \omega C U_m \sin(\omega t + \pi/2) = \frac{1}{R} U_m \sin \omega t + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \cdot U_m \sin(\omega t - \pi/2). \tag{9.1}$$

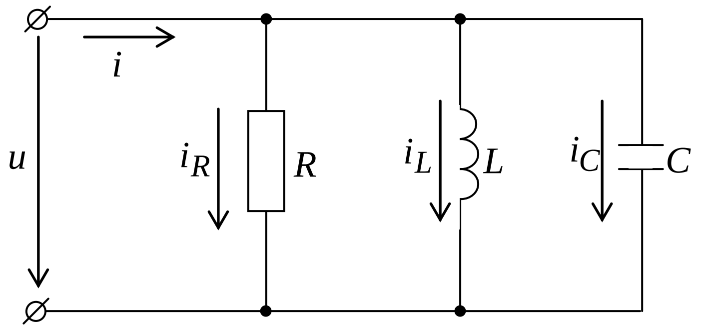


Рис. 9.1. Схема параллельного соединения *R, L, C*

В комплексной форме уравнение (9.1) имеет вид

$$\underline{I}_m = \underline{I}_{Rm} + \underline{I}_{Lm} + \underline{I}_{Cm} = I_m \mathrm{e}^{j\varphi} = G\underline{U}_m - j\frac{1}{\omega L}\underline{U}_m + j\omega C\underline{U}_m$$

или

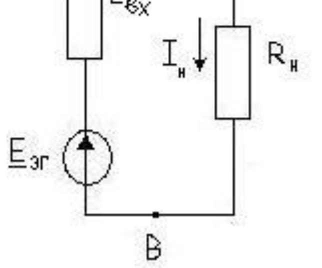
$$\underline{I}_m = \left[G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] \underline{U}_m. \tag{9.2}$$

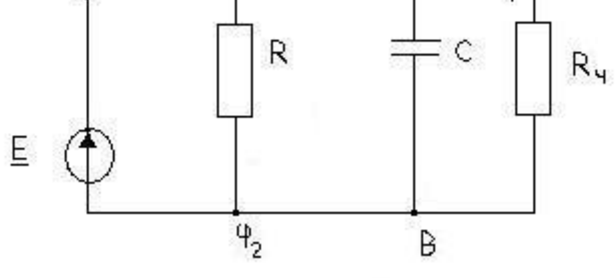
Отношение $\dfrac{\underline{I}_m}{\underline{U}_m} = \dfrac{\underline{I}}{\underline{U}} = \underline{Y}$ называется комплексной проводимостью.

$$\underline{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) = G + jB.$$

Действительная часть полной проводимости *G* называется активной проводимостью, а мнимая *B* – реактивной.

Задача.





$\underline{E} = 10$ В, $f = 50$ Гц, $R = 10$ Ом

$L = 3,2$ мГн, $C = 318$ мкФ, $R_{н} = 100$ Ом

$e(t)$ идеальный источник синусоедальной ЭДC

Найти значение изменения тока через нагрузку $i_{н}(t)$

решить МЭГ

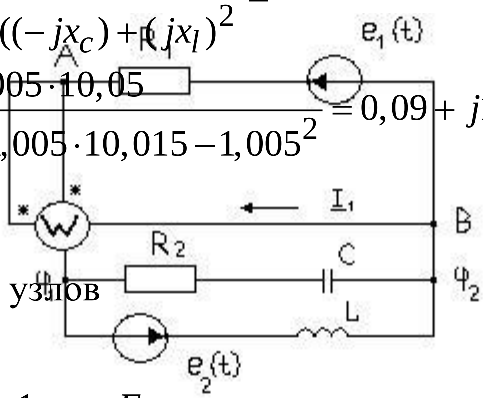
$$x_l = \omega l = 1{,}005,\quad x_c = \frac{1}{\omega c} = 10{,}015$$

1. Отбросим ветвь с $R_{н}$ и найдем проводимоь оставшегося двухполюснуика $(E_{эг}; z_{вх})$

$$\frac{1}{z_{вх}} = \frac{1}{-jx_c} + \frac{1}{R} + \frac{1}{jx_l} \Rightarrow$$

$$z_{вх} = \frac{R(jx_l) + (-jx_c)}{R(-jx_c) + jx_l((-jx_c) + (jx_l)^2} =$$

$$= \frac{10 \cdot 1{,}005 \cdot 10{,}05}{10 \cdot (-j10{,}015) + 1{,}005 \cdot 10{,}015 - 1{,}005^2} = 0{,}09 + j1 \text{ Ом}$$



2. По методу двух узлов

$$\underline{\varphi_2} = 0$$

$$\underline{\varphi_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 - jx_c} + \frac{1}{jx_l}\right) = \frac{\underline{E}}{jx_l}$$

$$\underline{\varphi_1}\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{-j10{,}015} + \frac{1}{1{,}005}\right) = -\frac{10}{j1{,}005}$$

$$\underline{\varphi_1}(0{,}1 - j0{,}9) = -j9{,}95$$

$$\underline{\varphi_1} = -10{,}92 + j1{,}21\,(\text{В})$$

$$\underline{U_{ab}} = \underline{\ \ }_1 - \underline{\ \ }_2 = -10{,}92 + j1{,}21\,(\text{В})$$

$$\underline{I_н} = \frac{E_{эг}}{R_н + z_{вх}} = \frac{10б92 + j1{,}21}{100 + 0{,}09 + j} = -0{,}11 + j0{,}013 = 0{,}11e^{173^0}\,(\text{А})$$

$$i_{н}(t) = 0{,}11\sqrt{2} = 0{,}156\,(\text{А})$$

$e_1 = 10\sqrt{2} \cdot \sin(314 \cdot t)$

$e_2 = 10\sqrt{2} \cdot \sin(314 + 90^\circ)$

Решение

$E_1 = 10B$

$E_2 = 10e^{j90^0}$ В

$x_c = \dfrac{1}{\omega c} = \dfrac{1}{314 \cdot 318 \cdot 10^{-6}} = 10{,}015$ Ом

$x_l = \omega l = 314 \cdot 32 \cdot 10^{-3} = 10{,}048$ Ом

по методу двухузлов:

$\underline{\varphi_2} = 0$

$$\underline{\varphi}_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 - jx_c} + \frac{1}{jx_l}\right) = \frac{\underline{E}_1}{R_1} - \frac{\underline{E}_2}{jx_l}$$

$$\underline{\varphi_1}\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10 - j10{,}015} + \frac{1}{j10{,}048}\right) = \frac{10}{10} - \frac{10e^{j90^0}}{j10{,}048}$$

$(0{,}15 - j0{,}05)\varphi_1 = 0{,}005$

$$\underline{\varphi_1} = \frac{0{,}005}{0{,}15 - j0{,}05} = 0{,}029 + 0{,}0096$$

$$\underline{I_1} = \frac{\underline{\underline{\varphi_2}} - \underline{\varphi_1} + \underline{E}_1}{R_1} = \frac{0 - 0{,}029 - j0{,}0096 + 10}{10} = 0{,}9971 - j0{,}00096$$

$$P = \mathrm{Re}\left[U_{ab} \cdot \overset{*}{\underline{I_1}}\right] = \mathrm{Re}\left[(0{,}029 + j0{,}0096) \cdot (0{,}9971 + j0{,}00096)\right]$$

$P = 0{,}29$ Вт

$U_{ab} = -\underline{I_1 R_1} + \underline{E_1} = -0{,}9971 + j0{,}00096) \cdot 10 + 10 = 0{,}029 + j0{,}0096 = \underline{\varphi_1} - \underline{\varphi_2}$

<u>Домашнее задание.</u>

Пример 14.3 [9.1.7].

Практические занятия №5

Тема. Расчет трехфазной цепи «звезда-звезда»

Цель: изучить способы соединения фаз обмотки генератора и включения в трехфазную цепь приемников, освоить методы расчета в аналитической форме токов в фазах нагрузки и тока в нейтральном проводе.

Комплексные действующие значения ЭДС запишутся как

$$\begin{cases} \underline{E}_A = \dfrac{E_{mA}}{\sqrt{2}} \\ \underline{E}_B = \dfrac{E_{mB}}{\sqrt{2}} \cdot \mathrm{e}^{-j2\pi/3} \\ \underline{E}_C = \dfrac{E_{mC}}{\sqrt{2}} \cdot \mathrm{e}^{-j4\pi/3} = \dfrac{E_{mC}}{\sqrt{2}} \cdot \mathrm{e}^{j2\pi/3}. \end{cases}$$

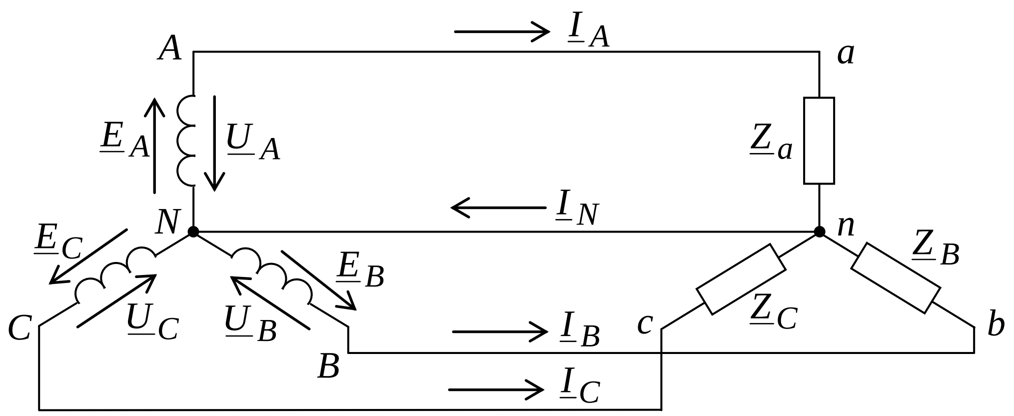


Рис. 10.1. Схема соединения «звезда с нейтральным проводом»

Ток в нейтральном проводе будет равен:

$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C.$

Задача.

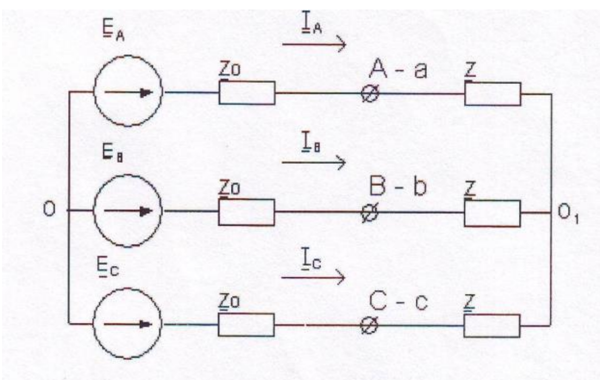


рис.1

К симметричному трехфазному генератору с фазной эдс. E = 127 В и внутренним сопротивлением $Z_о$ = 0,3+j0,9 Ом через линию, сопротивление каждого провода которой $Z_{пр}$=0,5+jl Ом, подключена симметричная нагрузка Z = 10+j6 Ом, соединенная звездой (рис 1). Определить ток в каждой фазе, фазное и линейное напряжения генератора, ток, фазное и линейное напряжения нагрузки, мощность, доставляемую генератором и расходуемую в нагрузке.

Дано:

E= 127 В,

Z_0=0,3+j0,9 Ом,

$Z_{пр}$=0,5+jl Ом,

Z=10+j6 Ом

Найти: $I_A, I_B, I_C, U_{AO}, U_{BO}, U_{CO}, U_{AB}, U_{BC}, U_{CA}$

Решение.

Ввиду полной симметрии системы напряжение между нулевыми точками генератора и нагрузки равно нулю. Каждую фазу можно рассматривать независимо от других фаз.

Полагая E= 127 В , ток в фазе А находится на основании закона Ома

$$U_{AB} = U_{AO} - U_{BO} = 119{,}662 - j5{,}214 - (-64{,}34 - j101{,}02) =$$

$$= 119{,}7 \cdot e^{-j2{,}5^\circ} - 119{,}7 \cdot e^{-j122{,}5^\circ} = 208 \cdot e^{j27{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{BC} = U_{BO} - U_{CO} = 119{,}7 \cdot e^{-j122{,}5^\circ} - 119{,}7 \cdot e^{-j242{,}5^\circ} = (-64{,}34 - j101{,}02) - (-55{,}32 + j106{,}23) =$$

$$= 9{,}02 - j207{,}25 = 207{,}5 \cdot e^{-j92{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{CA} = U_{CO} - U_{AO} = 119{,}7 \cdot e^{-j242{,}5^\circ} - 119{,}7 \cdot e^{-j2{,}5^\circ} = (-55{,}32 - j106{,}23) - (119{,}662 - j5{,}214) =$$

$$= -174{,}982 + j111{,}444 = 207{,}5 \cdot e^{j147{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{ab} = U_{ao1} - U_{bo1} = 111 \cdot e^{-j5^\circ} - 111 \cdot e^{-j125^\circ} = (110{,}2 - j10{,}04) - (-63{,}82 - j90{,}38) =$$

$$= -174{,}02 + j80{,}34 = 192 \cdot e^{j25^\circ} \text{ В}$$

$$U_{bc} = U_{bo1} - U_{co1} = 111 \cdot e^{-j125^\circ} - 111 \cdot e^{-j245^\circ} = (-63{,}82 - j90{,}38) - (-46{,}38 + j100{,}42) =$$

$$= -17{,}44 - j190{,}8 = 192 \cdot e^{-j95^\circ} \text{ В}$$

$$U_{ca} = U_{co1} - U_{ao1} = 111 \cdot e^{-j245^\circ} - 111 \cdot e^{-j5^\circ} = (-46{,}38 + j100{,}42) - (110{,}2 - j10{,}04) =$$

$$= -156{,}58 - j110{,}46 = 192 \cdot e^{j145^\circ} \text{ В}$$

$$I_A = \frac{E_A}{z_0 + z_{пр} + z} = \frac{127 \cdot e^{j0^\circ}}{0{,}3 + j0{,}9 + 0{,}5 + j1 + 10 + j6} =$$

$$= \frac{127}{10{,}8 + j7{,}9} = 7{,}66 - j5{,}6 = 9{,}5 \cdot e^{j36^\circ} \ A$$

$$I_B = \frac{E_B}{z_0 + z_{пр} + z} = \frac{127 \cdot e^{-j120^\circ}}{0{,}3 + j0{,}9 + 0{,}5 + j1 + 10 + j6} =$$

$$= \frac{-63{,}5 - j109{,}98}{10{,}8 + j7{,}9} = -8{,}68 - j3{,}83 = 9{,}5 \cdot e^{-j156^\circ} \ A$$

$$I_C = \frac{E_C}{z_0 + z_{пр} + z} = \frac{127 \cdot e^{j120^\circ}}{0{,}3 + j0{,}9 + 0{,}5 + j1 + 10 + j6} =$$

$$= \frac{-63{,}5 + j109{,}98}{10{,}8 + j7{,}9} = 1{,}02 + j9{,}43 = 9{,}5 \cdot e^{j84^\circ} \ A$$

Фазные напряжения на зажимах генератора и нагрузки:

$$U_{\mathrm{AO}} = E_{\mathrm{A}} - I_{\mathrm{A}} \cdot z_0 = 127 - 9{,}5 \cdot e^{-j36^\circ} \cdot (0{,}3 + j0{,}9) =$$

$$= 119{,}662 - j5{,}214 = 119{,}7 \cdot e^{-j2{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{ao1} = I_{\mathrm{A}} \cdot z = (7{,}66 - j5{,}6) \cdot (10 + j6) =$$

$$= 110{,}2 - j10{,}04 = 111 \cdot e^{-j5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{\mathrm{CO}} = E_{\mathrm{C}} - I_{\mathrm{C}} \cdot z_0 = -63{,}5 + j109{,}98 - (1{,}02 + j9{,}43) \cdot (0{,}3 + j0{,}9) =$$

$$= -55{,}32 + j106{,}23 = 119{,}7 \cdot e^{-j242{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{co1} = I_{\mathrm{C}} \cdot z = (1{,}02 + j9{,}43) \cdot (10 + j6) =$$

$$= -46{,}38 - j100{,}42 = 111 \cdot e^{-j245^\circ} \text{ В}$$

$$U_{\mathrm{BO}} = E_{\mathrm{B}} - I_{\mathrm{B}} \cdot z_0 = -63{,}5 - j109{,}98 - (-8{,}68 - j3{,}83) \cdot (0{,}3 + j0{,}9) =$$

$$= -64{,}34 + j101{,}02 = 119{,}7 \cdot e^{-j122{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{bo1} = I_{\mathrm{B}} \cdot z = (-8{,}68 - j3{,}83) \cdot (10 + j6) =$$

$$= -63{,}82 - j90{,}38 = 111 \cdot e^{-j125^\circ} \text{ В}$$

Линейные напряжения на зажимах генератора и нагрузки:

$$U_{\mathrm{AB}} = U_{\mathrm{AO}} - U_{\mathrm{BO}} = 119{,}662 - j5{,}214 - (-64{,}34 - j101{,}02) =$$

$$= 119{,}7 \cdot e^{-j2{,}5^\circ} - 119{,}7 \cdot e^{-j122{,}5^\circ} = 208 \cdot e^{j27{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{\mathrm{BC}} = U_{\mathrm{BO}} - U_{\mathrm{CO}} = 119{,}7 \cdot e^{-j122{,}5^\circ} - 119{,}7 \cdot e^{-j242{,}5^\circ} =$$

$$= (-64{,}34 - j101{,}02) - (-55{,}32 + j106{,}23) =$$

$$= 9{,}02 - j207{,}25 = 207{,}5 \cdot e^{-j92{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{\mathrm{CA}} = U_{\mathrm{CO}} - U_{\mathrm{AO}} = 119{,}7 \cdot e^{-j242{,}5^\circ} - 119{,}7 \cdot e^{-j2{,}5^\circ} =$$

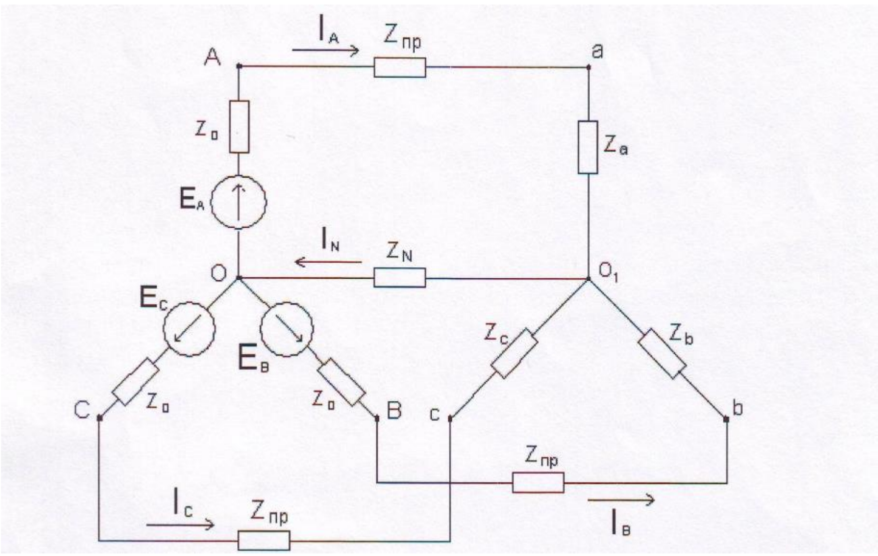
$$= (-55{,}32 - j106{,}23) - (119{,}662 - j5{,}214) =$$

$$= -174{,}982 + j111{,}444 = 207{,}5 \cdot e^{j147{,}5^\circ} \text{ В}$$

$$U_{ab} = U_{ao1} - U_{bo1} = 111 \cdot e^{-j5^\circ} - 111 \cdot e^{-j125^\circ} =$$
$$= (110{,}2 - j10{,}04) - (-63{,}82 - j90{,}38) =$$
$$= -174{,}02 + j80{,}34 = 192 \cdot e^{j25^\circ} \text{ В}$$
$$U_{bc} = U_{bo1} - U_{co1} = 111 \cdot e^{-j125^\circ} - 111 \cdot e^{-j245^\circ} =$$
$$= (-63{,}82 - j90{,}38) - (-46{,}38 + j100{,}42) =$$
$$= -17{,}44 - j190{,}8 = 192 \cdot e^{-j95^\circ} \text{ В}$$
$$U_{ca} = U_{co1} - U_{ao1} = 111 \cdot e^{-j245^\circ} - 111 \cdot e^{-j5^\circ} =$$
$$= (-46{,}38 + j100{,}42) - (110{,}2 - j10{,}04) =$$
$$= -156{,}58 - j110{,}46 = 192 \cdot e^{j145^\circ} \text{ В}$$

Мощность, подаваемая генератором.

$$P_{\text{ген}} = 3 \cdot 127 \cdot 9{,}5 \cdot \cos 36^\circ = 2928 \text{ Вт}$$
$$P_{\text{н}} = 3 \cdot I^2 R = 39{,}510 = 2707 \text{ Вт}$$



Запишем фазные эдс генератора в комплексном виде:

$$\underline{E}_A = E_A = 230 \text{ В}$$
$$\underline{E}_B = E_B = 230 \cdot e^{-j120^\circ} = -115 \cdot (1 + j1{,}73) \text{ В}$$
$$\underline{E}_C = E_C = 230 \cdot e^{-j240^\circ} = -115 \cdot (1 - j1{,}73) \text{ В}$$

Комплексные проводимости фаз:

$$\gamma_A = \frac{1}{z_a + z_0 + z_{np}} = \frac{1}{2{,}7 + j5{,}2} = 0{,}0788 - j0{,}152 \text{ См}$$

$$\gamma_B = \frac{1}{z_b + z_0 + z_{np}} = \frac{1}{4{,}7 + j6{,}8} = 0{,}0688 + j0{,}0995 \text{ См}$$

$$\gamma_C = \frac{1}{z_c + z_0 + z_{np}} = \frac{1}{5{,}7 + j1{,}2} = 0{,}168 - j0{,}0354 \text{ См}$$

$$\gamma_N = \frac{1}{z_N} = \frac{1}{0{,}5} = 2 \text{ См}$$

При наличии нейтрального провода.

Найдем напряжение смещения нейтрали:

$$U_N = \frac{U_A Y_A + U_B Y_B + U_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_N}$$

$$U_A Y_A = 230 \cdot (0{,}0788 - j0{,}152) = 230 + j397{,}9$$

$$U_B Y_B = 115 \cdot (1 + j1{,}73) \cdot (0{,}0688 + j0{,}0995) = -11{,}08 + j24{,}6$$

$$U_C Y_C = 115 \cdot (1 - j1{,}73) \cdot (0{,}168 - j0{,}0354) = 12{,}27 - j37{,}49$$

$$= \frac{(230 + j397{,}9) - (-11{,}08 + j24{,}6) - (12{,}27 - j37{,}49)}{2{,}32 - j0{,}088} =$$

$$= 8{,}03 - j9{,}38 = 12{,}4 \cdot e^{-j49^\circ 25'} \text{ В}$$

Находим токи:

$$I_A = (E_A - U_N) Y_A = 18{,}9 - j33 = 37{,}9 \cdot e^{-j60^\circ 10'} \text{ А}$$

$$I_B = (E_B - U_N) Y_B = 10{,}4 - j25{,}2 = 27{,}4 \cdot e^{-j67^\circ 40'} \text{ А}$$

$$I_C = (E_C - U_N) Y_C = -13{,}3 + j39{,}4 = 41{,}6 \cdot e^{j108^\circ 35'} \text{ А}$$

$$\mathrm{I_N} = \mathrm{U_N Y_N} = 16 - j18{,}8 = 24{,}8 \cdot e^{-j49^\circ 25'} \text{ А}$$

Проверка показывает, что : $I_A + I_B + I_C + I_N = 0$

Напряжение на фазах нагрузки:

$$U_{ao1} = I_A \cdot z_a = 170 \cdot e^{j3^\circ 15'} \text{ В}$$

$$U_{bo1} = I_B \cdot z_b = 230 \cdot e^{-j134^\circ 20'} \text{ В}$$

$$U_{co1} = I_C \cdot z_c = 213 \cdot e^{j108^\circ 35'} \text{ В}$$

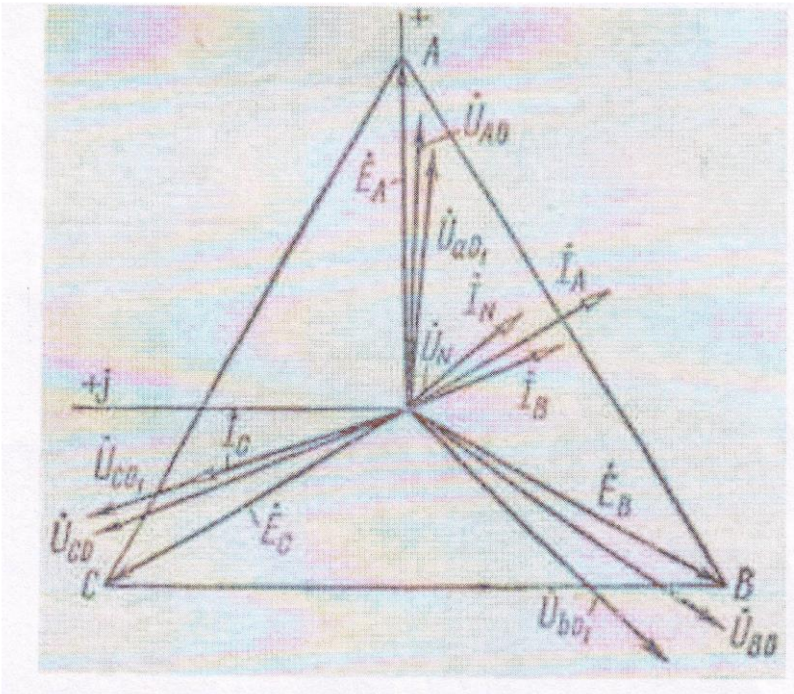
Напряжение на каждой фазе генератора:

$$U_{AO} = E_A - I_A \cdot z_a = 195 \cdot e^{-j2^\circ 5'}\ \text{В}$$

$$U_{BO} = E_B - I_B \cdot z_b = 243 \cdot e^{-j125^\circ}\ \text{В}$$

$$U_{CO1} = E_C - I_C \cdot z_c = 213 \cdot e^{j110^\circ 45'}\ \text{В}$$

Построим векторную диаграмму для этого случая:



При обрыве нейтрального провода

$$U_N^{'} = \frac{U_A Y_A + U_B Y_B + U_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C} = 70{,}8 - j51{,}8 = 87{,}6 \cdot e^{-j63^\circ 15'}\ \text{В}$$

Находим токи

$$I'_A = (E_A - U'_N) \cdot Y_A = 20{,}4 - j20{,}1 = 28{,}6 \cdot e^{-j44^\circ 40'}\ \text{А}$$

$$I'_B = (E_B - U'_N) \cdot Y_B = 1{,}9 - j28{,}6 = 28{,}6 \cdot e^{-j86^\circ 15'}\ \text{А}$$

$$I'_C = (E_C - U'_N) \cdot Y_C = -22{,}3 + j48{,}7 = 53{,}6 \cdot e^{j114^\circ 40'}\ \text{А}$$

Напряжения на фазах нагрузки:

$$U'_{ao1} = I'_A \cdot z_a = 128 \cdot e^{j18^\circ 45'} \text{ В}$$

$$U'_{bo1} = I'_B \cdot z_b = 256 \cdot e^{-j149^\circ 40'} \text{ В}$$

$$U'_{co1} = I'_C \cdot z_c = 268 \cdot e^{j114^\circ 35'} \text{ В}$$

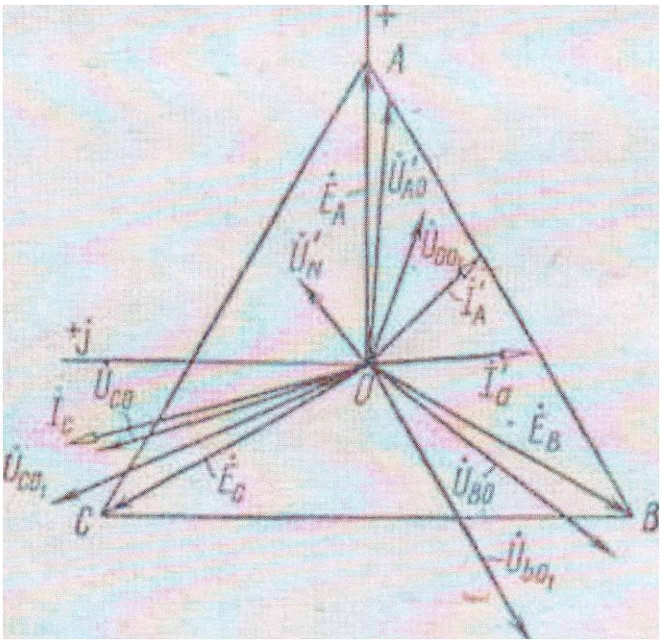
Напряжения на фазах генератора:

$$U'_{AO} = E_A - I'_A \cdot z_0 = 206 \cdot e^{-j3^\circ 25'} \text{ В}$$

$$U'_{BO} = E_B - I'_B \cdot z_0 = 239 \cdot e^{-j125^\circ 20'} \text{ В}$$

$$U'_{CO} = E_C - I'_C \cdot z_0 = 215 \cdot e^{j107^\circ 25'} \text{ В}$$

Построим векторную диаграмму для этого случая:



Практическое занятие №6

Проверка домашнего задания.

<u>Тема.</u> Расчет трехфазной цепи «звезда-треугольник»

<u>Цель:</u> изучить способы соединения фаз обмотки генератора и включения в трехфазную цепь приемников, соотношения между фазными и линейными напряжениями и токами, освоить расчет режимов работы при симметричной и несимметричной нагрузке.

К каждой фазе приемника с сопротивлением $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}$ прикладывается линейное напряжение источника (рис. 11.1). Векторная диаграмма напряжений образует звезду. Причем линейные напряжения равны фазным

$$U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} = U_{л} = U_{Ф}.$$

Фазные токи сдвинуты относительно соответствующих напряжений на угол φ. Линейные токи в соответствии с первым законом Кирхгофа определяются как разность фазных токов:

$$\begin{cases} \underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca} \\ \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab} \\ \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}. \end{cases} \qquad (11.1)$$

Из этой системы следует, что сумма линейных токов

$$\sum_{k=1}^{3} \underline{I}_k = 0,$$

т.е. на векторной диаграмме они образуют замкнутый треугольник токов.

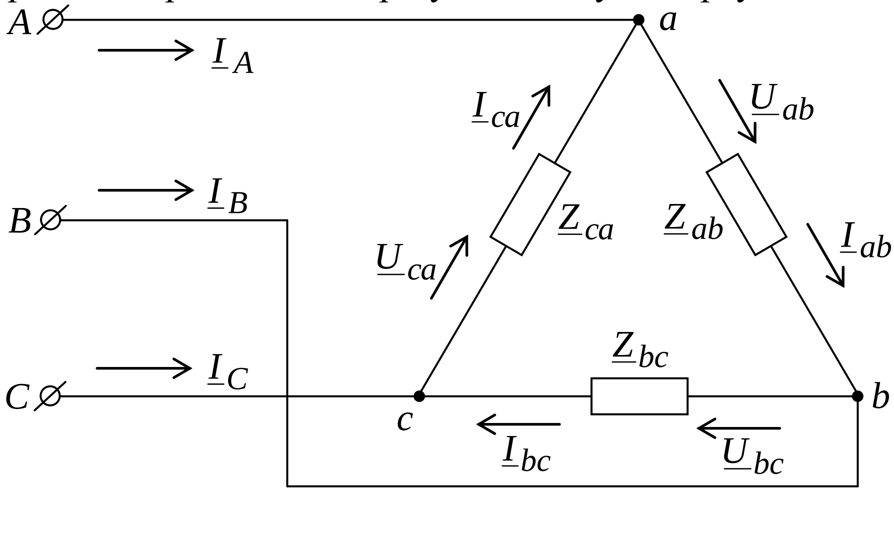
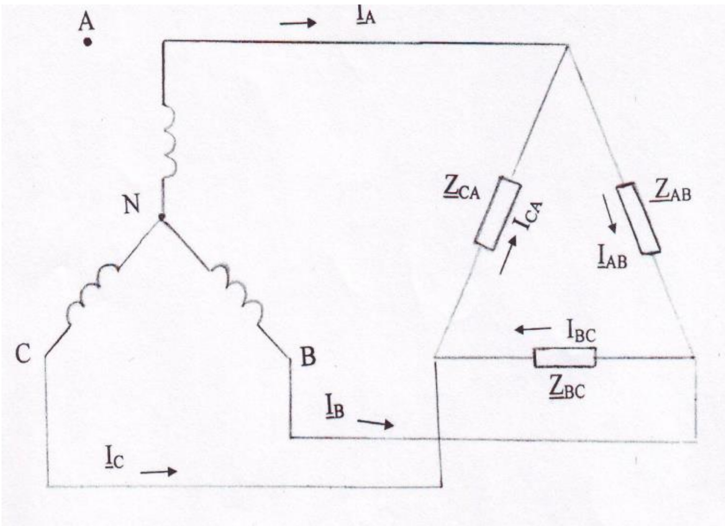


Рис. 11.1. Соединение нагрузки «треугольником»

Задача 1.



Дано

$\underline{U}_{AB}$ = 38 В

$\underline{U}_{BC}$ = 38 e^{-j120} В

$\underline{U}_{CA}$ = 38 e^{j120} В

Определить фазные и линейные токи, построить векторные диаграммы для режимов работы:

1. $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = R$ = 50 Ом

Определим фазные токи:

$\underline{I}_{AB} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{AB}$ = 38/50 =0,76 А

$\underline{I}_{BC}$ =0,76·e^{-j120} А

$\underline{I}_{CA}$ =0,76·e^{j120} А

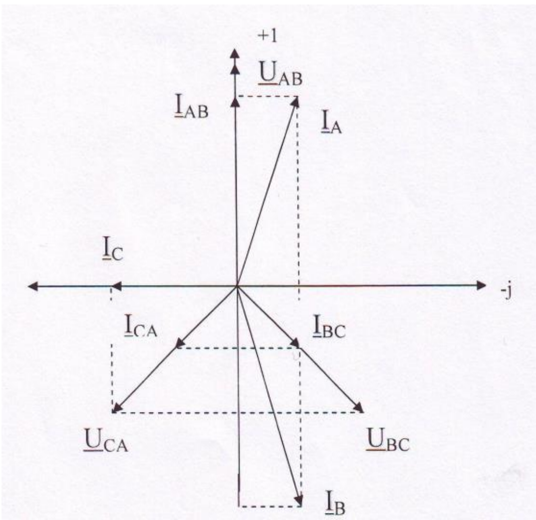
Определим линейные токи:

$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$ =0,76-(-0,38+j0,66)=1,14-j0,66=1,32 А

$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}$ =(-0,38-j0,66)- 0,76 =-1,14-j0,66=1,32 А

$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}$ =(-0,38+j0,66)- (-0,38-j0,66) = j1,32 А

Векторная диаграмма:



2.

$\underline{Z}_{AB} = R/2$

$\underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = R$

Определим фазные токи:

$\underline{I}_{AB}$ = 38/25 =1,52 А

$\underline{I}_{BC}$ = -0,38-j0,66 А

$\underline{I}_{CA}$ = -0,38+j0,66 А

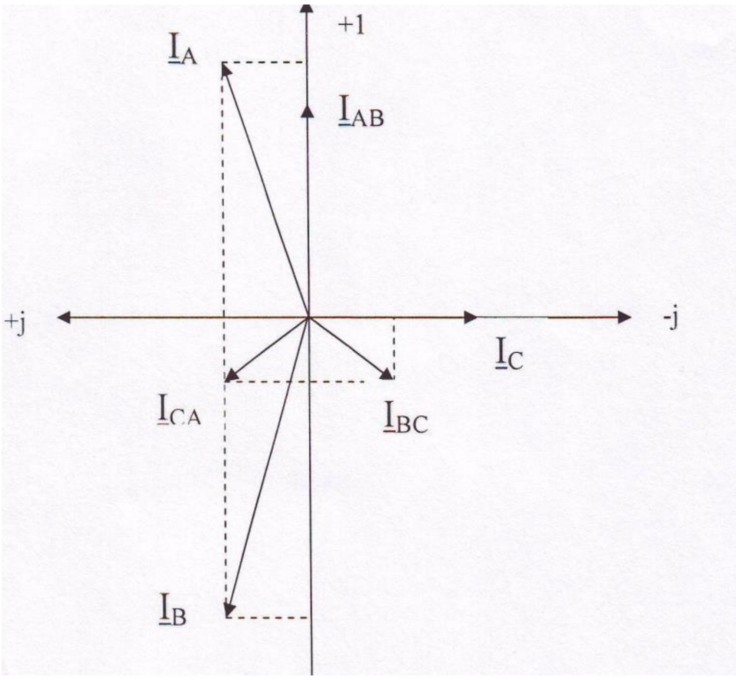
Определим линейные токи:

$\underline{I}_{A}$ = 1,52 - (-0,38+j0,66) = 1,08+j0,66 = 2,01 А

$\underline{I}_{B}$ = (-0,38-j0,66) - 1,52 = -1,14-j0,66 = 2,01 А

$\underline{I}_{C}$ = (-0,38+j0,66) - (-0,38-j0,66) = -j1,32 А

Векторная диаграмма:



3. $\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_{CA} = R$ обрыв А

$\underline{U}_{AB}$=0

$\underline{U}_{CA}$=0

$\underline{U}_{BC}$=-19-j33

$\underline{I}_{AB} = \underline{I}_{CA} = \underline{U}_{BC} /(\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{CA})$ = -(19-j33)/100 = -0,19 - j0,33 = 0,38 А

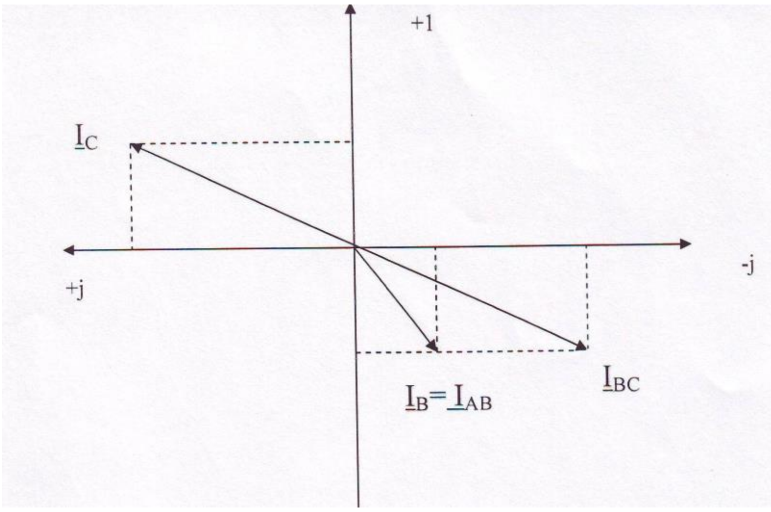
$\underline{I}_{BC} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{BC}$ = -(19-j33)/50 = -0,38 - j0,66 = 0,76 А

Определим линейные токи:

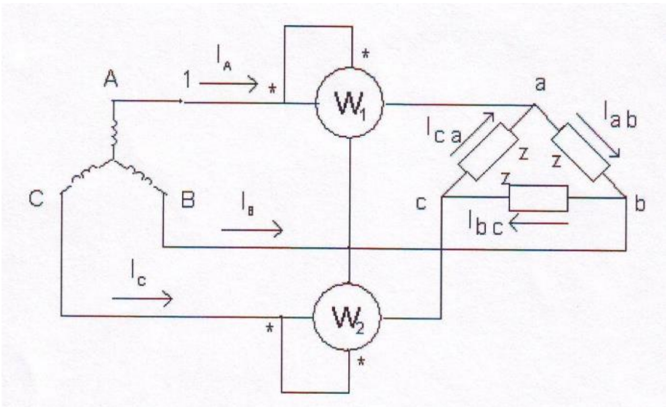
$\underline{I}_{A}$ = 0 А

$\underline{I}_{B}$ = (-0,38-j0,66) - (-0,19-j0,33) =-0,19-j0,33=0,38 А

$\underline{I}_{C}$ = 0 - (-0,38-j0,66) = 0,38+j0,66 = 0,76 А



Задача 2.



К трехфазной линии с симметричными линейными напряжениями $U_л$ 12205 подключен треугольником приемник, сопротивление каждой фазы которого Z=10+j10 Ом (рис 1).Найти токи в каждой фазе нагрузки и линии и показания каждого ваттметра. Найти те же величины в случае обрыва в точке 1

Найти:

I_{ab}, I_{bc}, I_{ca}, I_A, I_B, I_C,P_1, P_2 и эти же величины в случае обрыва в точке 1.

Решение: Решим задачу, пользуясь символическим методом. Примем, что комплекс напряжения U_{AB} вещественен. Тогда комплексы линейных напряжений:

$\underline{U}_{AB}= \underline{U}_{ab}$=220 В

$\underline{U}_{BC}= \underline{U}_{bc}=220\cdot e^{-j120}$ В

$\underline{U}_{CA}= \underline{U}_{ca}=220\cdot e^{j120} = 220\cdot e^{-j240}$ В

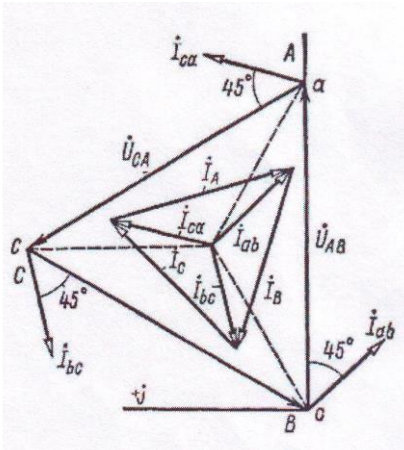
Определим комплексы фазных и линейных токов:

$\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB}$ /z = 220/(10+j10) = $15,56\cdot e^{-j45}$ = (11-j11) A

$\underline{I}_{bc} = \underline{U}_{BC}$ /z = $220\cdot e^{-j120}$ /(10+j10) = $15,56\cdot e^{-j165}$ = (15-j 4,03) A

$\underline{I}_{ca} = \underline{U}_{CA}$ /z = $220\cdot e^{-j240}$ /(10+j10) = $15,56\cdot e^{-j75}$ = (4,03-j 15) A

$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}$ = 6,97- j26 = 26,9·e $^{-j75}$ A
$\underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}$ = -26+j 6,97 = 26,9·e $^{-j165}$ A
$\underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc}$ = 19,03 + j 19,03 = 26,9·e $^{-j45}$ A



Найдем показание ваттметров:
$P_1 = Re\ [\underline{U}_{AB} \cdot \underline{I}_A^*] = Re\ [220 \cdot 26{,}9 \cdot e^{-j75}] = 220 \cdot 26{,}9 \cdot \cos75^\circ$ = 1530 Вт
$P_2 = Re\ [\underline{U}_{CB} \cdot \underline{I}_C^*] = Re\ [(-220 \cdot e^{-j120}) \cdot (26{,}9 \cdot e^{-j45})] = Re\ [(220 \cdot e^{j60}) \cdot (26{,}9 \cdot e^{-j45})] = 220 \cdot 26{,}9 \cdot \cos15^\circ$ = 5730 Вт

Активная мощность :
$P = P_1 + P_2$ =1530+5730 = 7260 Вт

Проверка:
$P = 3 \cdot \underline{I}_A^2 \cdot r = 3 \cdot 15{,}56^2 \cdot 10$ = 7260 Вт
На рис. 2 построена векторная диаграмма напряжений и токов.
Обрыв в точке 1 ($\underline{I}_A$ = 0 А) токи в фазах нагрузки:
$\underline{I}_{bc} = \underline{U}_{BC}/z = 220 \cdot e^{-j120}/(10+j10) = -15 - j\,4{,}03$ А
$\underline{I}_{ab} = \underline{I}_{ca} = \underline{U}_{CB}/2z = (-220 \cdot e^{-j120})/(2 \cdot (10+j10)) = 7{,}5 + j2{,}02$ А
Вычислим линейные токи:
$\underline{I}_A$ = 0 А
$\underline{I}_C = -\underline{I}_B = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} = 22{,}5 + j6{,}05 = 23{,}3 \cdot e^{-j15}$
Определим показания ваттметров:
$P_1 = 0$
$P_2 = Re\ [\underline{U}_{CB} \cdot \underline{I}_C^*] = Re\ [(220 \cdot e^{-j60}) \cdot (23{,}3 \cdot e^{-j15})] = 220 \cdot 23{,}3 \cdot \cos 45^\circ$ = 3630 Вт

<u>Домашнее задание.</u>
Пример 10.2 [9.1.6].

Практическое занятия №7

Проверка домашнего задания.

Тема. Расчет однофазной цепи при несинусоидальном источнике

Цель: освоить метод расчета с использованием математического описания периодической несинусоидально изменяющейся величины.

Если в линейной цепи действует один или несколько источников несинусоидальных периодических ЭДС и токов, то расчет такой цепи распадается на три этапа:

1) разложение ЭДС и токов источников на постоянную и синусоидальные составляющие;

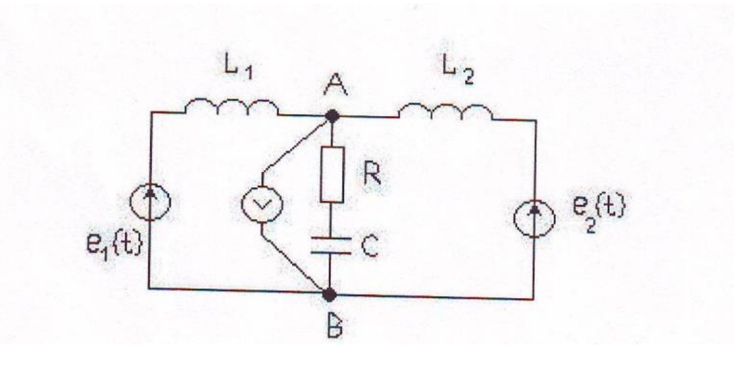
2) применение принципа наложения и расчет токов и напряжений в цепи для каждой из составляющих в отдельности;

3) совместное рассмотрение решений, полученных для каждой из составляющих.

Индуктивное сопротивление для k-й гармоники k раз больше, а емкостное, наоборот, в k раз меньше, чем для первой:

$$X_{Lk} = k\omega L = kX_{L1}; \quad X_{Ck} = 1/k\omega C = X_{C1}/k .$$

Задача.



$e_1(t) = 200\sin t + 20\sin 2\omega t$

$e_2(t) = 200\sin(\omega t + 30^0) + 20\sin(2\omega t + 90^0)$

$\omega l_1 = 10$ Ом

$\omega l_2 = 20$ Ом

$\dfrac{1}{\omega_c} = 40$ Ом

$R = 20$ Ом

Определить мгновенное значение $U_{ав}$;

Показание вольтметров электромагнитной и выпрямительной систем.

(1) Расчет первой гармонической составляющей:

Используем метод двух узлов:

$$U_{авв\ 1} = \frac{\dfrac{200}{j10} + \dfrac{j200}{j20}}{\dfrac{1}{10} + \dfrac{1}{j20} + \dfrac{1}{20 - j40}} = \frac{10 - j20}{-j0.15 + \dfrac{1}{44.7e^{-63.4}}} =$$

$$= \frac{22{,}4\,j40e^{-j63{,}4}}{0.01 - j0.13} = \frac{22.4e^{-j63.4}}{0.13e^{-j25.6}} = 172.3e^{j22.2}\ \text{В}$$

$$U_{ав} = \frac{172{,}3}{\sqrt{2}} = 121{,}6\ \text{В}$$

$$U_{ав1ср} = \frac{172{,}3}{\Pi/2} = 109{,}7\ \text{В}$$

Расчет второй гармоники

$$U_{авв\ 2} = \frac{\dfrac{200}{j20} + \dfrac{j200}{j40}}{\dfrac{1}{20} + \dfrac{1}{j40} + \dfrac{1}{20 - j20}} = \frac{5 - j10}{-j0.075 + \dfrac{1}{20\sqrt{2}e^{-j45}}} =$$

$$= \frac{11.2e^{-j63.4}}{-j0.075 + 0.03544e^{j45}} =$$

$$= \frac{11.2e^{-j63.4}}{-j0.075+0.025+j0.025} = \frac{11.2e^{-j63.4}}{-0.025-j0.05} = \frac{11.2e^{-j63.4}}{0.559e^{-j63.4}} = 207.9\ \text{В}$$

$$U_{ав2} = \frac{207.9}{\sqrt{2}} = 147\ \text{В}$$

$$U_{ав2\text{ср}} = 132{,}4\_B$$

$$U_{ав} = 172{,}3 \cdot \sin(\omega t + 22.2^0) + 207.9 \sin 2\omega t$$

Показание_электромагнитного_вольтметра :

$$U_{ав} = \sqrt{U_{ав1}{}^2 + U_{ав2}{}^2} = \sqrt{121{,}8^2 + 147^2} = 190{,}9\ \text{В}$$

Показание_вольтметра_ввыпрямитльной_системы :

$$U_{ав} = (U_{ав1} + U_{ав2})K_ф = (109{,}7 + 132{,}4) \cdot 1{,}11 = 268{,}\ \text{В}$$

<u>Домашнее задание.</u>

Пример 12.8 [9.1.6].

Практическое занятие №8

Проверка домашнего задания.

Тема. Расчет переходных процессов в разветвленных цепях классическим методом

Цель: изучить законы изменения токов и напряжений при переходном процессе, методику решения уравнений электрического состояния цепи классическим методом.

В индуктивном элементе ток (и магнитный поток) непосредственно после коммутации в момент, который и назван моментом коммутации, сохраняет значение, которое он имел непосредственно перед коммутацией, т.е. при t = 0_- и дальше начинает изменяться именно с этого значения. Записанное в математической форме это явление называется первым законом коммутации:

$$i_L(0_-) = i_L(0) = i_L(0_+).$$

На емкостном элементе напряжение (и заряд) сохраняет в момент коммутации то значение, которое оно имело непосредственно перед коммутацией, и в дальнейшем изменяется, начиная именно с этого значения. Это явление называется вторым законом коммутации:

$$u_C(0_+) = u_C(0) = u_C(0_-).$$

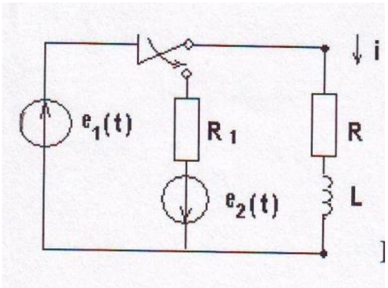
Когда с переходным процессом можно не считаться, наступает принужденный режим. Принужденный режим, создаваемый источником произвольной периодически изменяющейся ЭДС (или током) называется *установившимся*.

Разности токов и напряжений переходного процесса и принужденного режима называются током и напряжением свободного процесса или просто свободным током и напряжением.

Свободный ток представляет собой общее решение однородного дифференциального уравнения, и в его выражении должны быть постоянные интегрирования, число которых равно порядку дифференциального уравнения.

Установившийся ток – частное решение неоднородного дифференциального уравнения, которое получается из общего решения неоднородного дифференциального уравнения при равных нулю постоянных интегрирования.

Задача.



Дано:

R_1 = 40 Ом

R = 10 Ом

L = 1 мГн

Найти ток цепи и напряжение на индуктивности, если:

1. e_1(t) = 100 В; e_2(t) = 0 В
2. e_1(t) = 100 В; e_2(t) = 100 В
3. e_1(t) = 200·sin(10^4t+135°) = 100 В; e_2(t) =100 В

Решение:

1. $i(-0) = \frac{E_1}{R} = \frac{100}{10} = 10\ A$

$$i = A \cdot e^{-\frac{10t}{10^{-3}}} = 10 \cdot e^{-100t}$$

$$U_L = L\frac{di}{dt} = L \cdot A(-\frac{R}{L})10 \cdot e^{\frac{Rt}{L}} = -10 \cdot 10 \cdot e^{-10000t} = -100 \cdot e^{-10000t}$$

2. $i(-0) = \frac{E_1}{R} = \frac{100}{10} = 10$ А

$$i_{\text{ПР}} = -\frac{E_2}{R + R_1} = -\frac{100}{10 + 40} = -2 \text{ А}$$

$$L\frac{di}{dt} + (R + R_1) \cdot i = 0$$

$$La + R + R_1 = 0$$

$$a = -\frac{R + R_1}{L} = -\frac{10 + 40}{0{,}001} = -5000$$

$$i = -2 + A \cdot e^{-5000t}$$

$$i(+0) = i(-0) = 10 = -2 + A$$

$$A = 12$$

$$i = -2 + 12 \cdot e^{-5000t}$$

3. $\underline{E}_m = 200 \cdot e^{j45^\circ}$

$$I_m = \frac{\underline{E}_m}{R + j\omega L} = \frac{200 \cdot e^{j45^\circ}}{10 + j10^4 \cdot 10^3} = \frac{200 \cdot e^{j45^\circ}}{10 \cdot \sqrt{2} \cdot e^{j45^\circ}} = 14{,}14 e^{j0^\circ}$$

$i(-0) = 14{,}14 \cdot \sin 0 = 0$

$i_{ПР} = -2A$

$A = 2$

$i = -2 + 2 \cdot e^{-5000t} = -2 \cdot (-1 - e^{-5000t})$

<u>Домашнее задание.</u>

Пример 14.1 [9.1.6].

Практическое занятие №9

Проверка домашнего задания.

Тема. Расчет переходных процессов операторным методом

Цель: изучить законы изменения токов и напряжений при переходном процессе, методику решения уравнений электрического состояния цепи операторным методом.

При использовании операторного метода действительные функции времени, называемые оригиналами, заменяются операторными изображениями. Соответствие между оригиналом и изображением устанавливается с помощью некоторого функционального преобразования. Это преобразование выбирается так, чтобы операции интегрирования и дифференцирования оригиналов заменялись алгебраическими операциями над их изображениями. В этом случае дифференциальные уравнения для оригиналов переводят в алгебраические для их изображений.

В дифференциальных уравнениях электрических цепей с производной во времени чаще всего встречаемся в напряжении на катушке: $u_L = L\dfrac{di}{dt}$.

Операторное изображение для u_L

$$U_L(p) = pLi(p) - Li(0). \tag{15.1}$$

С интегралом чаще всего встречаемся в выражении напряжения на конденсаторе: $u_C = \dfrac{1}{C}\int\limits_0^t idt + u_C(0)$.

Изображение по Лапласу

$$U_C(p) = \frac{I(p)}{pC} + \frac{U_C(0)}{p}, \tag{15.2}$$

где $U_C(0)/p$ – изображение постоянной величины $u_C(0)$.

Операторная запись законов Кирхгофа

$$\begin{cases} \sum I_k(p) = 0 \\ \sum E_k(p) = \sum\left[I_k(p)Z_k(p) - L_k i_k(0) + \dfrac{u_{Ck}(0)}{p} \right] \end{cases}. \tag{15.3}$$

Закон Ома для k-й ветви

$$I_k(p) = \frac{U_k(p) + L_k i_k(0) - u_{Ck}/p}{Z(p)}. \tag{15.4}$$

Следует отметить, что структура записи операторного сопротивления ветви и комплексное сопротивление той же ветви тождественны. Одно из другого можно получить заменой p на $j\omega$, т.е. $Z_k(p) \to Z_k(j\omega)$.

Задача.

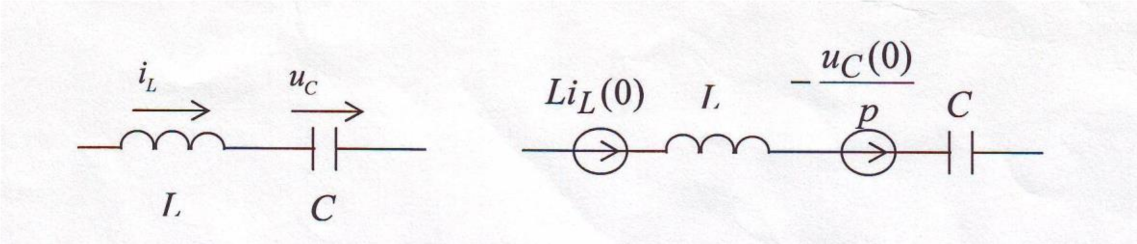
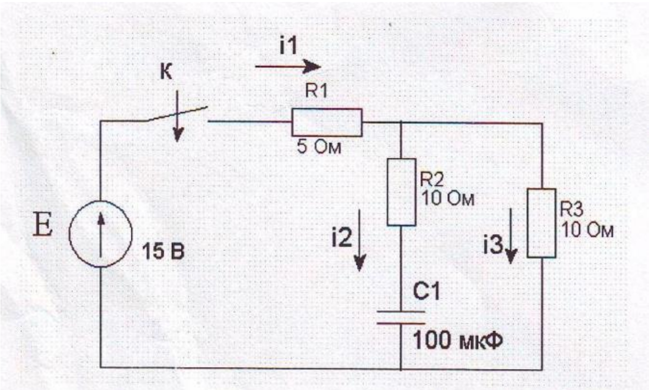


Рис.1. Соответствие изображений индуктивности и конденсатора во временной и операторных формах.



Дано:

R_1 = 5 Ом

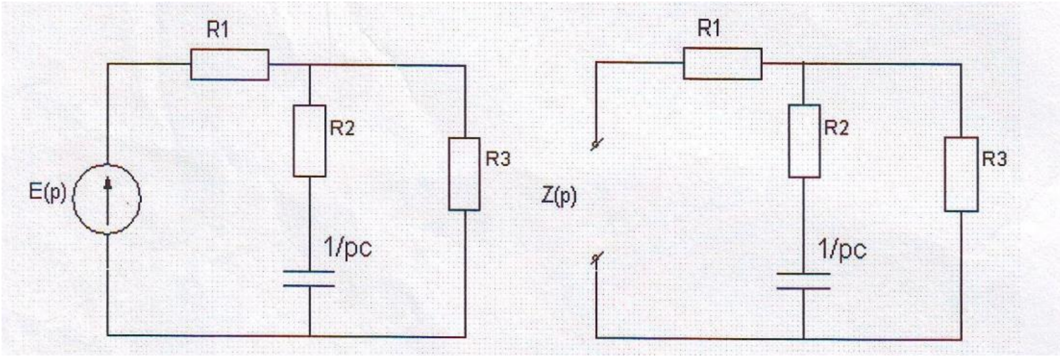
$R_2 = R_3$ = 10 Ом

C = 100 мкФ

E = 15 В

i_1 = ?

Решение:



$$Z(p) = R_1 + \frac{R_3 \cdot (R_2 + \dfrac{1}{pc})}{R_3 + R_2 + \dfrac{1}{pc}} = R_1 + \frac{R_3 \cdot (pcR_2 + 1)}{R_3cp + R_2cp + 1} =$$

$$= \frac{(R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_3 \cdot R_2) \cdot cp + R_3 + R_1}{(R_3 + R_2) \cdot cp + 1};$$

$$I_1(p) = \frac{E(p)}{Z(p)} = \frac{E[(R_3 + R_2) \cdot cp + 1]}{p \cdot [(R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2 + R_3 \cdot R) \cdot cp + R_3 + R_1]} =$$

$$= \frac{15 \cdot [20 \cdot 10^{-4} \cdot p + 1]}{p \cdot [(5 \cdot 10 + 5 \cdot 10 + 10 \cdot 10) \cdot 10^{-4} \cdot p + 15]} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot p + 15}{p \cdot (2 \cdot 10^{-2} \cdot p + 15)} = \frac{1{,}5 \cdot p + 750}{p \cdot (p + 750)} = \frac{1}{p} = \frac{0{,}5}{p + 750}$$

Искомое решение:

$i_1(t) = 1+0{,}5\cdot e^{-750t}$

$$\left(\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + pL + \frac{1}{pC}\right) \cdot I_{3CB}(p) = Li_{3CB}(0) - \frac{U_{CCC}(0)}{p}$$

$$I_{1CB}(p) = \frac{I_{3CB}(p) \cdot \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}{R_1} - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot I_{3CB}(p) =$$

$$= -\frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{\dfrac{U_{CCC}(0)}{p}}{\dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + pL + \dfrac{1}{pC}} =$$

$$= -\frac{\dfrac{R_2 \cdot U_{CCC}(0)}{p}}{R_1 \cdot R_2 + (R_1 + R_2) \cdot pL + \dfrac{R_1 + R_2}{pC}} =$$

$$= -\frac{R_1 \cdot U_{CCC}(0)}{(R_1 + R_2) \cdot CLp^2 + R_1 \cdot R_2 \cdot Cp + R_1 + R_2} =$$

$$= \frac{200 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot 40}{(200 + 200) \cdot 0{,}1 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot p^2 + 200 \cdot 200 \cdot 40 \cdot 10^{-6} \cdot p + 200 + 200} =$$

$$= \frac{0{,}32}{,16 \cdot 10^{-3} \cdot p^2 + 1{,}6 \cdot p + 400} = \frac{200}{p^2 + 1000 \cdot p + 250000}$$

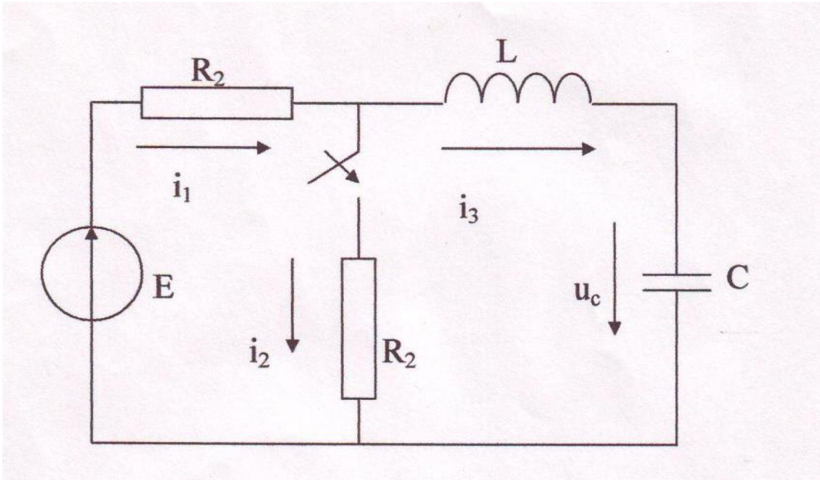
$$P_{1,2} = -500 \pm \sqrt{500^2 - 25000} = -500$$

$$I_{1CB}(p) = -\frac{200}{(p + 500)^2}$$

$$\frac{200}{(p + a)^2} = t \cdot e^{-a \cdot t}$$

$$I_{1CB}(t) = -200 \cdot t \cdot e^{-500t}$$

$$i(t) = 0{,}2 - 200 \cdot t \cdot e^{-500t}$$



$E = 80$ В

$R_1 = 200$ Ом

С = 200 мкФ

$L = 0{,}1$ Гн

$i_1 = ?$

$i_1 = i_{1У} + i_{1СВ}$

$$i_{1У} = \frac{E}{R_1 + R_2} = \frac{80}{200 + 200} = 0{,}2\ A$$

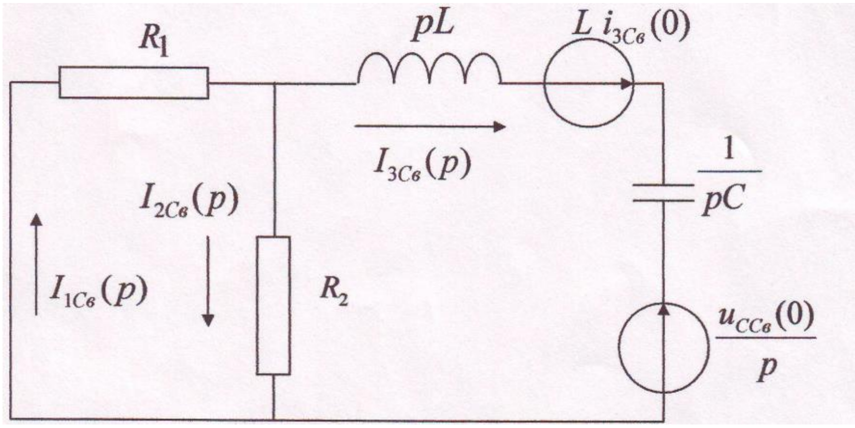
$i_{3СВ}(0) = i_L(0) = 0$

$U_C(0) = 80$

$U_{CУ} = i_{1У} \cdot R_2 = 40$ В

$U_C = U_{CУ} + U_{CСВ}(0)$

$U_{CСВ}(0) = 80 - 40 = 40$ В



<u>Домашнее задание.</u>

Пример 15.3 [9.1.6].