



КГЭУ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВПО «КГЭУ»)

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Методические указания
к расчётной работе по дисциплине
«Теоретические основы электротехники»

КАЗАНЬ 2015

УДК 621.3
ББК 31.2
П 63

П 63 Постоянный ток: метод. указания / Сост.: В.В.Орехов.,
Л.А.Сурай. – Казань: Казан. гос. энерг. ун-т, 2015.- 36 с.

В методических указаниях приведены: содержание задания, общие рекомендации по выполнению расчетной работы по курсу «Теоретические основы электротехники», необходимые теоретические сведения. Рассмотрен пример выполнения задания.

Предназначены для студентов всех форм обучения, обучающихся по направлению 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника».

УДК 621.3
ББК 31.2

ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина "Теоретические основы электротехники" относится к циклу «Дисциплины (модули)» базовая часть основной образовательной программы подготовки бакалавров по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника для всех профилей модуля Электротехника.

Изучение теоретических основ электротехники включает в себя как составную часть практические занятия, в процессе которых студенты должны научиться применять положения теории к анализу и расчету конкретных задач, что также способствует повышению качества усвоения теоретического материала.

Настоящие методические указания предназначены для использования при проведении практических занятий со студентами по разделу «Электрические цепи постоянного тока» курса «Теоретические основы электротехники». Настоящие методические указания могут быть рекомендованы студентам дневных, вечерних и заочных форм обучения для самостоятельной работы при подготовке к практическим занятиям и выполнению расчетной работы и контрольных заданий по данному разделу дисциплины ТОЭ.

Целью расчетной работы является систематизация, закрепление и углубление знаний методов аналитического расчета линейных электрических цепей постоянного тока, обучение практическим приемам численного расчета, формирование навыков самостоятельной, индивидуальной работы.

В процессе выполнения и защиты расчетной работы студент формирует и демонстрирует следующие компетенции:

- научно-исследовательская деятельность: способность участвовать в планировании, подготовке и выполнении типовых экспериментальных исследований по заданной методике (ПК-1);
- способность обрабатывать результаты эксперимента (ПК-2);
- способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (ОПК-2);
- способность использовать методы анализа и моделирования электрических цепей (ОПК-3).

Предполагается, что студенты знакомы с теоретическим курсом, поэтому общие положения и основные соотношения в данных методических указаниях излагаются кратко, в качестве справочного материала.

1. РАСЧЕТНАЯ РАБОТА И ЕЕ ВЫПОЛНЕНИЕ

1.1 Задание к расчетной работе

1. Написать по законам Кирхгофа систему уравнений для определения неизвестных токов и ЭДС в ветвях схемы. Решать эту систему не следует.
2. Определить неизвестные токи и ЭДС методом контурных токов.
3. Составить баланс мощностей для исходной схемы.
4. Определить напряжения, измеряемые вольтметрами.
5. Методом эквивалентного генератора определить ток во второй ветви (где R_2 и E_2), а также найти величину и направление ЭДС, которую надо дополнительно включить в эту же ветвь, чтобы ток в ней увеличился в два раза и изменил свое направление.
6. Найти ток I_2 по принципу наложения, предварительно определив входную и взаимные проводимости.
7. Найти уравнение, выражающее зависимость тока в третьей ветви от сопротивления во второй ветви при постоянстве всех остальных параметров схемы.

1.2. Варианты заданий

Таблица 1. Числовые данные параметров схемы

№ гр.	Параметры схемы												
	R_1 , Ом	R_2 , Ом	R_3 , Ом	R_4 , Ом	R_5 , Ом	R_6 , Ом	R_7 , Ом	E_2 , В	E_3 , В	E_4 , В	E_5 , В	E_6 , В	E_7 , В
1	5	4	6	5	8	7	2	30	40	20	50	30	20
2	7	5	4	6	4	8	3	40	30	50	20	40	20
3	4	3	5	7	8	6	2	20	35	40	25	30	30
4	6	4	5	5	6	7	4	35	20	40	60	20	30
5	3	5	4	6	8	5	4	20	40	60	50	30	40
6	8	6	3	4	7	4	2	50	20	45	30	40	25

№ гр.	метры схем ы												
	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$R_4,$ Ом	$R_5,$ Ом	$R_6,$ Ом	$R_7,$ Ом	$E_2,$ В	$E_3,$ В	$E_4,$ В	$E_5,$ В	$E_6,$ В	$E_7,$ В
8	7	5	4	6	4	8	3	80	60	100	40	80	40
9	4	3	5	7	8	6	2	40	70	80	50	60	60
10	10	8	12	10	16	14	4	60	80	40	100	60	40
11	12	8	10	10	12	14	8	70	40	80	120	40	60
12	16	12	6	8	14	8	4	100	40	90	60	80	50
13	10	8	12	10	16	14	4	100	40	90	60	80	50
14	8	6	4	6	8	5	4	35	40	60	50	30	40
15	3	5	3	4	7	4	2	50	20	45	50	40	25
16	4	3	5	7	8	8	3	40	70	100	40	80	40

Для всех вариантов: $J = 4$ А; $I_1 = 2$ А; $E_1 = ?$

Варианты схем 1 – 15

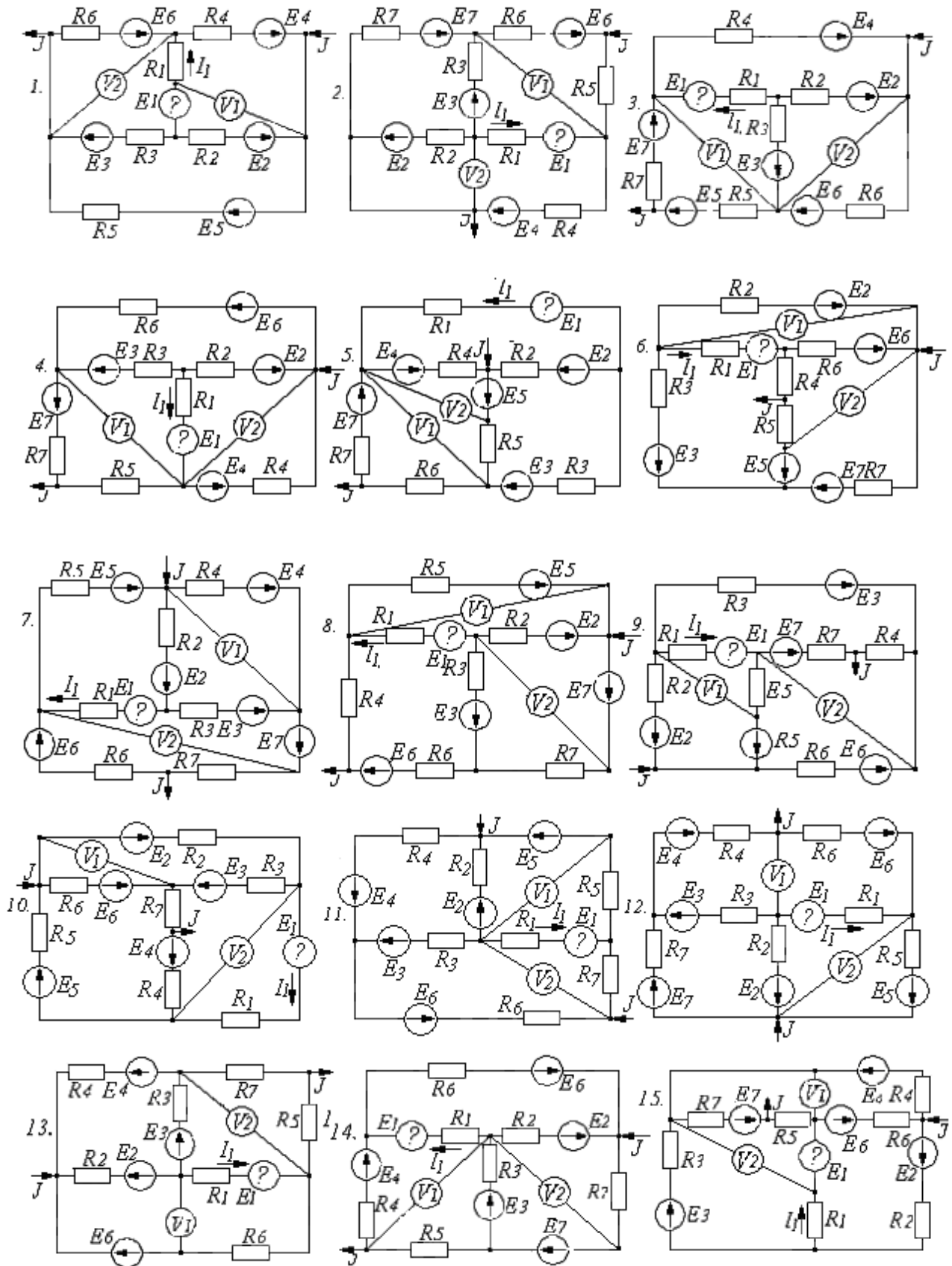


Рис. 1

Варианты схем 16 – 30

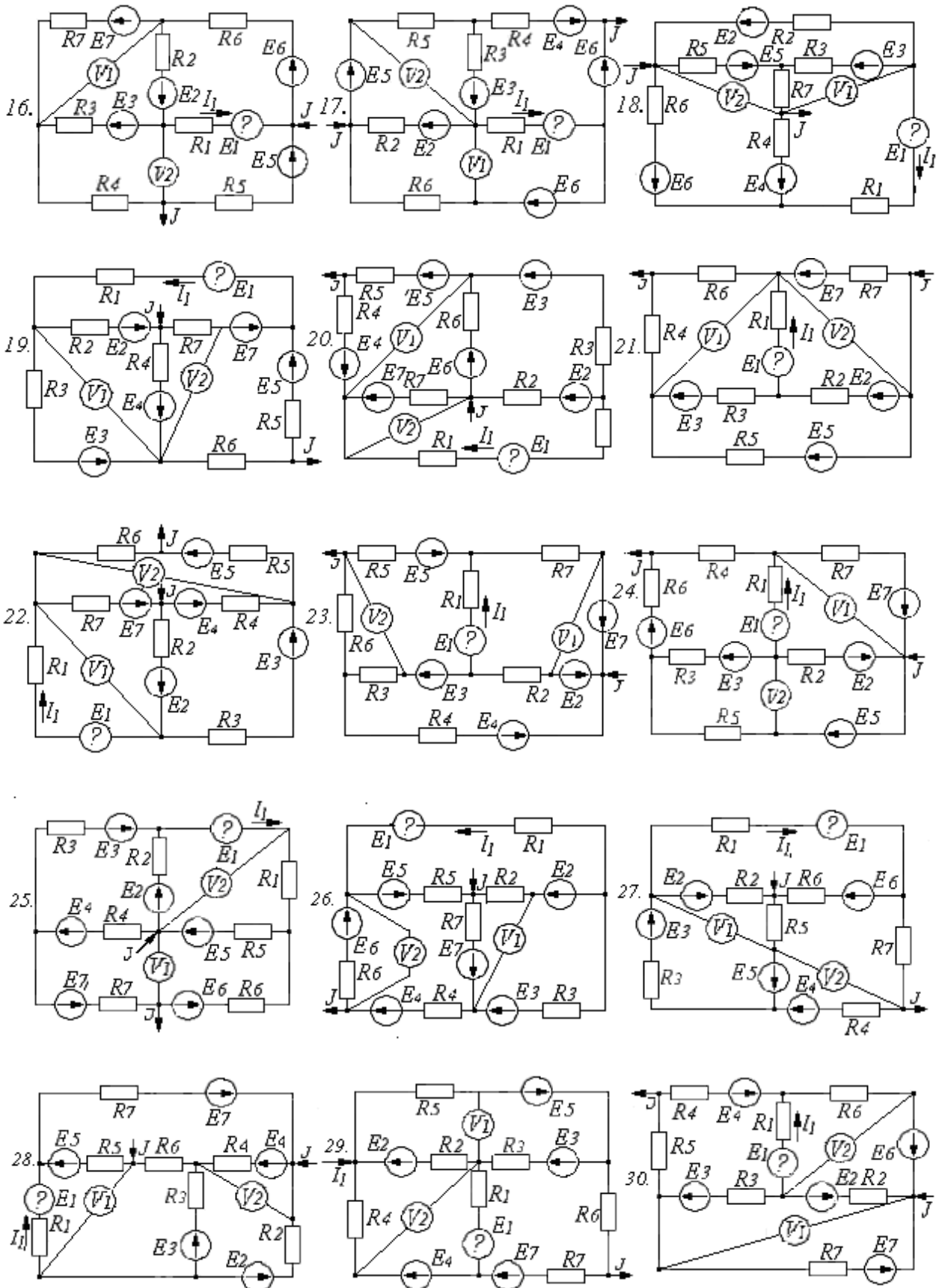


Рис.2

1.3. Общие указания и требования к оформлению отчета

1. Номер схемы соответствует порядковому номеру, под которым фамилия студента записана в групповом журнале.

2. Числовые значения параметров схем указываются преподавателем каждой группе или студенту индивидуально (таблица 1).

3. Расчетная работа для защиты оформляется в виде пояснительной записки в рукописном варианте на листах А-4, за исключением титульного листа, который может быть оформлен с использованием компьютера (приложение 1). Пояснительная записка должна содержать следующие разделы:

- титульный лист;
- задание;
- заданная электрическая схема с указанием номера варианта;
- система уравнений по законам Кирхгофа для определения неизвестных токов и ЭДС в ветвях схемы;
- расчет неизвестных токов и ЭДС методом контурных токов;
- баланс мощностей для исходной схемы;
- определение напряжений, измеряемых вольтметрами;
- расчет тока во второй ветви методом эквивалентного генератора;
- расчет во тока во второй ветви по принципу наложения;
- определение зависимости тока в третьей ветви от сопротивления во второй ветви;

4. Все страницы пояснительной записки нужно пронумеровать.

5. Решение задачи должно начинаться с перечерчивания заданной электрической схемы. Должны быть указаны все численные величины задания по требуемому варианту с указанием номера варианта. При вычерчивании элементов схем следует придерживаться стандартных изображений элементов электрической цепи.

5. Все величины: сопротивления, напряжения, токи, ЭДС и т.п., буквенные обозначения которых применяются в ходе решения – должны быть показаны на схемах, сопровождающих решения, и не должны меняться в ходе решения.

6. Начиная решение, следует указывать, какие физические законы, расчетные методы предполагается использовать при решении, привести математическую запись этих законов и методов.

7. После записи соотношений в общем виде следует подставить в эти соотношения конкретные числа, при этом решение задач не следует перегружать приведением всех промежуточных алгебраических преобразований и арифметических расчетов. В окончательных формулах и в

окончательных цифровых результатах обязательно следует указать единицы измерения, в которых получен ответ.

8. Вычисления должны быть сделаны с точностью до третьей значащей цифры;

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТОВ

2.1. Составление уравнений по законам Кирхгофа

Перед составлением уравнений по законам Кирхгофа необходимо:

- задаться направлениями неизвестных токов в ветвях;
- выявить независимые контуры в схеме;
- и задаться направлением обхода контуров.

Целесообразно перечертить схему без вольтметров и обозначить направления токов в ветвях стрелками, обозначив их буквами I с индексами, согласно номерам ветвей схемы (в соответствии с индексам R и E).

Направления токов выбираются произвольно, однако для упрощения составления уравнений при дальнейших расчетах их целесообразно направлять по направлениям стрелок источников ЭДС.

Контур будет считаться независимым, если в нем будет хотя бы одна ветвь, не принадлежащая никаким другим контурам. Направление обхода контура может быть выбрано произвольно, но, как правило, его выбирают по направлениям токов и стрелок источников ЭДС.

Общее число линейно независимых уравнений, составляемых по законам Кирхгофа, равно числу всех ветвей «в». По первому закону Кирхгофа для узлов с общим числом «у» составляют «д» независимых уравнений:

$$д = у - 1.$$

Число независимых уравнений для контуров, составляемых по второму закону Кирхгофа, равно:

$$к = в - у + 1.$$

Перед написанием уравнений необходимо повторить законы Кирхгофа.

Согласно первому закону Кирхгофа алгебраическая сумма токов ветвей i_k , соединенных в узле, равна нулю в любой момент времени.

$$\sum_k i_k = 0. \quad (1)$$

При этом с положительным (отрицательным) знаком учитывают токи, направленные от узла (к узлу).

Первый закон Кирхгофа справедлив и для замкнутой поверхности, охватывающей несколько узлов. При этом в выражении (1) алгебраически суммируются токи ветвей, пересекаемых поверхностью.

Если в уравнении (1) токи источников тока J_k перенести в правую часть, то получается:

$$\sum_k i_k = \sum_k J_k. \quad (2)$$

В уравнении (2) с отрицательным (положительным) знаком записывают ток источника J_k , направленный к узлу (от узла).

В соответствии со вторым законом Кирхгофа алгебраическая сумма напряжений u_k на зажимах ветвей (элементов) контура равна нулю в любой момент времени:

$$\sum_k u_k = 0. \quad (3)$$

При этом с положительным (отрицательным) знаком учитывают напряжения, положительные направления которых совпадают с направлением (противоположны направлению) обхода контура.

Если напряжения источников перенести в правую часть равенства (3) и заменить на ЭДС e_k , то получим уравнение:

$$\sum_k u_k = \sum_k e_k \quad (4)$$

В уравнении (4) с положительным (отрицательным) знаком записывают напряжения и ЭДС, направление которых совпадает с направлением (противоположно направлению) обхода контура. Пример составления уравнений по законам Кирхгофа приведен в Приложении 2.

2.2. Применение контурных уравнений

Перед составлением контурных уравнений необходимо построить независимые контуры. Наиболее просто это получается с применением элементов теории графов. Для этого достаточно усвоить понятия «дерева» схемы и «ветвей связи» схемы. Под «деревом» схемы понимают конфигурацию из минимального количества ветвей, соединяющих все узлы схемы. Если для построения контура достаточно присоединить к «дереву»

одну ветвь, то ее называют «ветвью связи», а контур – главным или независимым. Направление контурных токов можно выбирать таким же, как направление обхода контура.

В качестве независимых переменных применяют токи ветвей связи, или, так называемые, контурные токи. Знание контурных токов позволяет найти все токи в схеме.

Уравнения с контурными токами (контурные уравнения) получают на основании второго закона Кирхгофа; их число равно числу независимых уравнений, составляемых для контуров, т.е. $(b - y + 1)$.

При достаточно сложной схеме (от трех независимых контуров и более) целесообразно записывать контурные уравнения в матричной форме, которые имеют вид

$$R^{(k)} I^{(k)} = E^{(k)}. \quad (5)$$

Матрицу $R^{(k)}$ называют матрицей контурных сопротивлений, матрицу $I^{(k)}$ – матрицей контурных токов, матрицу $E^{(k)}$ – матрицей контурных ЭДС.

В развернутой форме уравнение (5) имеет вид:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{k1} & r_{k2} & \dots & r_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1^{(k)} \\ I_2^{(k)} \\ \vdots \\ I_k^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1^{(k)} \\ E_2^{(k)} \\ \vdots \\ E_k^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Необходимо усвоить следующие правила составления контурных уравнений в матричной форме:

1. В матрице контурных сопротивлений на главной диагонали записываются суммы сопротивлений ветвей соответствующего контура с положительным знаком (собственные контурные сопротивления). Элементы r_{ij} матрицы контурных сопротивлений (общие контурные сопротивления) равны сопротивлению ветви, общей для контуров i и j с положительным (отрицательным) знаком в том случае, если контурные токи в общей ветви направлены одинаково (противоположно).

2. Элементы $E_i^{(k)}$ матрицы контурных ЭДС равны алгебраическим суммам ЭДС источников напряжения соответствующих контуров, включая ЭДС источников, эквивалентных источникам тока. При этом с положительным (отрицательным) знаком записывают ЭДС, направление

которых совпадает с направлением (противоположно направлению) контурного тока.

3. Если в схеме имеются ветви с идеальными источниками тока, то в этом случае необходимо использовать эквивалентное преобразование, как показано на рис. 3, а, б.

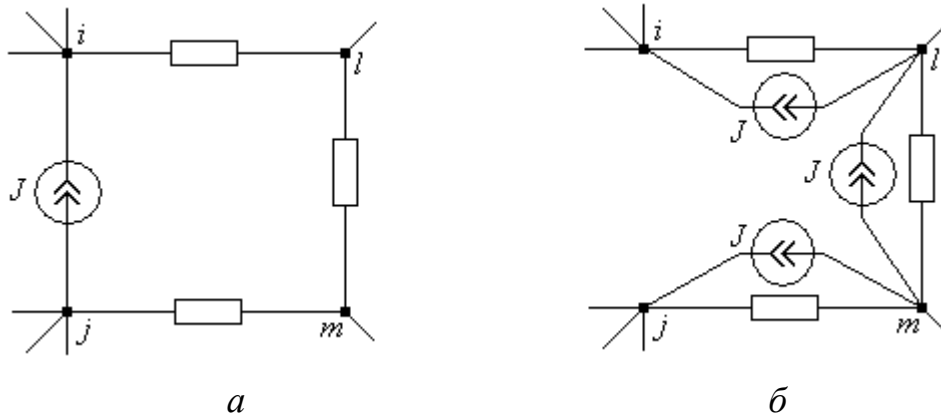


Рис. 3

4. Ветви с идеальными источниками ЭДС не требуют преобразования схемы: в матрице ветвям с идеальными источниками ЭДС соответствуют сопротивления $r_k = 0$.

5. При непосредственной записи контурных уравнений без применения матричной формы ток каждого источника тока можно считать известным контурным током, замыкающимся по любым ветвям, образующим замкнутый контур с ветвью источника тока. Напряжения, вызванные такими контурными токами, учитывают в левой части контурных уравнений, перенося затем соответствующие им слагаемые в правую часть.

Особенностью расчетного задания является наличие неизвестной ЭДС и известного тока первой ветви. В этом случае целесообразно построить «дерево» схемы таким образом, чтобы первая ветвь являлась «ветвью связи» одного из контуров, как это показано в примере (Приложение 2).

Перед решением контурных уравнений необходимо повторить методы Крамера и Гаусса решения систем линейных алгебраических уравнений (Приложение 3).

2.3. Составление баланса мощностей

Условие баланса мощностей, являясь следствием закона сохранения энергии, отражается в уравнениях электрических цепей и относится к общим свойствам цепей.

Для любой цепи выполняется равенство:

$$\sum_{k=1}^B E_k I_{rk} + \sum_{k=1}^B U_k J_k = \sum_{k=1}^B R_k I_{rk}^2 \quad (7)$$

Равенство (7) представляет собой математическую форму записи баланса мощностей: суммарная мощность, генерируемая источниками электрической энергии, равна суммарной мощности, потребляемой в цепи.

В данном выражении U_k – напряжение на зажимах источника тока, определяется как разность соответствующих потенциалов.

Выполнение баланса мощностей говорит о правильности предыдущих расчетов, при этом относительная погрешность менее 1% считается приемлемой.

2.4. Определение напряжений, измеряемых вольтметрами

Напряжение, измеряемое вольтметром, можно представить модулем напряжения ветви схемы, в которой находится вольтметр. Для его определения нужно выделить из рассматриваемой схемы любой замкнутый контур с данной ветвью, задаться направлением обхода и составить уравнение по второму закону Кирхгофа. Таких контуров можно выделить как минимум два. Целесообразно выбирать контуры с наименьшим количеством элементов. Для надежности результата составить и решить уравнения для двух контуров, содержащих вольтметр.

Перед составлением уравнений выделенные контуры желательно изобразить отдельно.

Показание вольтметра представляется разностью потенциалов точек его подключения, записанной на основании закона Ома для участка цепи, состоящей из резисторов и источников энергии (рис. 4).

Напряжение на зажимах ветви

$$U_k = \varphi_m - \varphi_n = r_k (I_k + J_k) - E_k \quad (8)$$

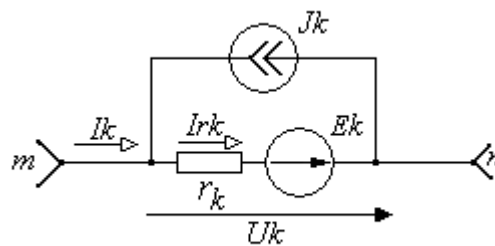


Рис. 4

При пользовании формулой (8) необходимо помнить направление стрелок на рис. 4. При противоположном направлении стрелок в рассчитываемой схеме соответствующие знаки в формуле (8) меняются на противоположные.

2.5. Применение метода эквивалентного генератора

Согласно теореме об эквивалентном генераторе, если активную схему, к которой присоединена некоторая пассивная ветвь, заменить источником с ЭДС, равной напряжению на зажимах данной разомкнутой ветви, и сопротивлением, равным входному сопротивлению активной цепи, то ток в этой ветви не изменится.

Таким образом, схему расчетного задания можно представить в упрощенном виде, как показано на рис. 5. Получившаяся схема называется схемой Тевенена. При этом ток в выделенной ветви определится из выражения:

$$I = \frac{U_p}{r_{вх} + r}, \quad (9)$$

где U_p – напряжение на разомкнутой ветви; $r_{вх}$ – входное сопротивление активной части цепи; r – сопротивление выделенной ветви.

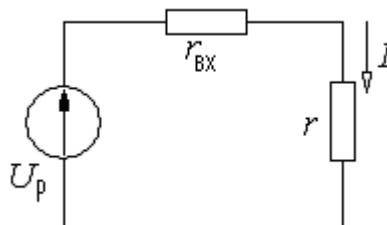


Рис. 5

В общем случае выделенная ветвь может содержать источник ЭДС E , как это наблюдается в большинстве вариантов расчетных заданий. Тогда вместо выражения (9) записывают:

$$I = \frac{U_p \pm E}{r_{вх} + r}, \quad (10)$$

где знак плюс (минус) в числителе соответствует случаю, когда направление ЭДС совпадает с направлением (противоположно направлению) тока I .

Для определения напряжения на зажимах разомкнутой ветви следует перечертить исходную схему без разомкнутой ветви и рассчитать потенциалы точек ее подсоединения методом узловых потенциалов. Для

этого нужно составить и решить систему узловых уравнений в матричной форме. В общем виде и развернутой форме она выглядит следующим образом:

$$\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1,y-1} \\ g_{21} & g_{22} & \dots & g_{2,y-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{y-1,1} & g_{y-1,2} & \dots & g_{y-1,y-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \vdots \\ \varphi_{y-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1^{(y)} \\ J_2^{(y)} \\ \vdots \\ J_{y-1}^{(y)} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

При составлении уравнений необходимо знать следующие правила:

1) в матрице узловых проводимостей на главной диагонали записывают суммы проводимостей ветвей, присоединенных к соответствующему узлу, с положительным знаком. Их называют собственными узловыми проводимостями;

2) элемент g_{ij} матрицы узловых проводимостей ($i \neq j$) равен сумме проводимостей ветвей, присоединенных между узлами i и j , с отрицательным знаком. Внедиагональные элементы матрицы узловых проводимостей называют общими узловыми проводимостями;

3) элемент $J^{(y)}$ матрицы узловых токов равен алгебраической сумме их источников, присоединенных к j -тому узлу, включая токи источников, эквивалентных источникам ЭДС. При этом с положительным (отрицательным) знаком записывают токи, направленные к узлу (от узла);

4) если в схеме имеются ветви с идеальными источниками ЭДС, то целесообразно использовать преобразование, показанное на рис. 6, а, б. Такое преобразование целесообразно и при непосредственном составлении узловых уравнений. Наличие в схеме ветвей с идеальными источниками тока не требует преобразования схемы: в матрице узловых проводимостей ветвям с идеальными источниками тока соответствуют проводимости $g_k = 0$.

Перед расчетом входного сопротивления активной части схемы из нее исключают источники энергии (ветви с источниками тока разрывают, а источники ЭДС замыкают).

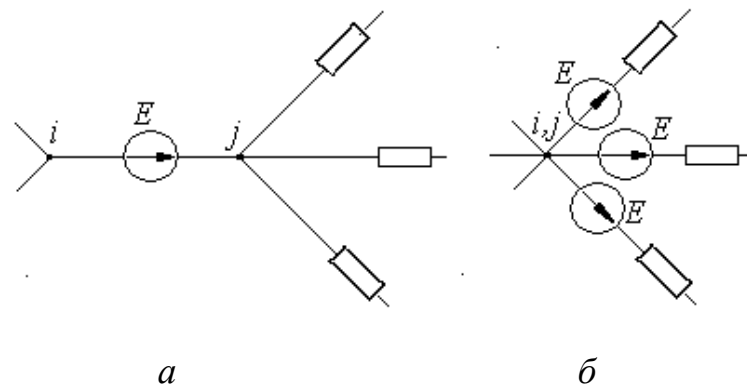


Рис. 6

Схему перечерчивают, располагая сопротивления более понятным образом относительно зажимов разомкнутой ветви. Задача определения входного сопротивления активной части схемы сводится к последовательному ее упрощению. При этом последовательные сопротивления складывают, параллельные объединяют известным способом. При необходимости пользуются преобразованием звезды в треугольник (рис. 7) или треугольника в звезду (рис. 8).

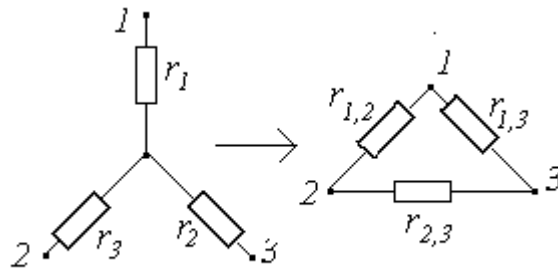


Рис. 7

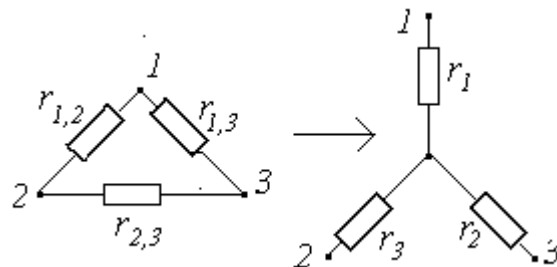


Рис. 8

Формулы для расчета сопротивлений при преобразовании пассивной звезды в пассивный треугольник имеют вид:

$$\begin{cases} r_{1,2} = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}; \\ r_{2,3} = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1}; \\ r_{1,3} = r_1 + r_3 + \frac{r_1 r_3}{r_2}. \end{cases} \quad (12)$$

Формулы для расчета сопротивлений при преобразовании пассивного треугольника в пассивную звезду имеют вид:

$$\begin{cases} r_{1,2} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2 + r_3}; \\ r_{2,3} = \frac{r_2 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}; \\ r_{1,3} = \frac{r_1 r_3}{r_1 + r_2 + r_3}. \end{cases} \quad (13)$$

Полученные результаты используем для расчета тока во второй ветви по формуле Товенена:

$$I_2 = \frac{U_p \pm E}{r_{вх} + r} \quad (14)$$

Результат необходимо сверить со значением тока во второй ветви, полученным методом контурных токов. В случае несоответствия расчет повторить.

2.6. Применение принципа наложения

Согласно принципу наложения ток любой ветви схемы может быть представлен как алгебраическая сумма составляющих, обусловленных действием каждого источника в отдельности.

Наиболее рационально определить составляющие тока ветви возможно с предварительным расчетом входной и взаимных проводимостей, коэффициентов передачи тока. Для определения токов ветвей служит следующее алгебраическое выражение:

$$I_h = \sum_{l=1}^B g_{hl} E_l + \sum_{l=1}^B K_{hl}^{(i)} J_l; \quad h = 1, 2, \dots, B. \quad (15)$$

Элементы g_{hl} имеют размерности проводимости, причем

$$g_{hl} = \frac{I_h}{E_l}, \quad (16)$$

если в цепи действует только один источник ЭДС E_l , а остальные источники исключены (источники ЭДС замкнуты, источники тока разомкнуты). При $l = h$ проводимость g_{hl} называют входной проводимостью ветви h (относительно зажимов источника ЭДС E_h). При $h \neq l$ проводимость g_{hl} называют взаимной проводимостью ветвей h и l .

Безразмерные элементы $K_{hl}^{(i)}$ называют коэффициентами передачи тока или коэффициентами распределения тока источника тока, причем

$$K_{hl}^{(i)} = \frac{I_h}{J_l}, \quad (17)$$

если в цепи действует только один источник тока J_l , а все остальные источники исключены.

Поскольку во всех расчетных заданиях имеется только один источник тока, то для облегчения расчетов целесообразно после применения эквивалентного преобразования схемы (рис. 1, *а, б*), заменить его на эквивалентные источники ЭДС в соответствующих ветвях. Тогда выражение (15) можно упростить:

$$I_h = \sum_{l=1}^B g_{hl} E_l; \quad h = 1, 2, \dots, B. \quad (18)$$

Последовательность действий при выполнении данного пункта расчетного задания может быть следующей:

- исключить из схемы все источники, кроме источника ЭДС E_2 ;
- рассчитать методом контурных токов токи ветвей получившейся схемы;
- по формуле (16) рассчитать входную и взаимные проводимости;
- рассчитать напряжение источников ЭДС, эквивалентных источнику тока и суммарные ЭДС в соответствующих ветвях;
- по формуле (18) рассчитать ток во второй ветви;

– сравнить полученный результат со значением тока во второй ветви, рассчитанным другими методами.

2.7. Определение линейных соотношений

В линейных цепях при изменении какого-либо параметра одной из ветвей (ЭДС, тока источника или сопротивления) напряжения или токи любых ветвей, напряжения на зажимах сопротивлений или токи в сопротивлениях связаны линейными соотношениями вида

$$y = a + bx, \quad (19)$$

где x , y – изменяющиеся токи или напряжения; a , b – постоянные коэффициенты.

Постоянные a , b определяют расчетным или опытным путем, если известны переменные x , y для двух режимов. Часто постоянные коэффициенты a , b находят из условий $x = 0$, $y = 0$, что соответствует разрыву или замыканию ветвей (сопротивлений).

В расчетном задании требуется определить зависимость тока в третьей ветви от сопротивления во второй – $I_3(R_2)$. Используя уже полученные расчетные данные, можно сравнительно легко определить зависимость тока в третьей ветви от тока во второй $I_3(I_2)$ и зависимость тока во второй ветви от сопротивления во второй ветви $I_2(R_2)$. Подставив в полученное выражение зависимости $I_3(I_2)$ выражение $I_2(R_2)$, получим зависимость $I_3(R_2)$.

Для определения зависимости $I_3(I_2)$ целесообразно рассмотреть номинальный режим (при исходных данных) и режим холостого хода (при разомкнутой второй ветви). Значения токов при первом режиме I_2', I_3' можно взять из результатов расчета токов методом контурных токов расчетного задания. Значения токов при втором режиме I_2'', I_3'' можно рассчитать при разомкнутой второй ветви методом контурных токов или воспользоваться результатами расчетов при применении метода эквивалентного генератора.

Для определения коэффициентов a , b зависимости $I_3(I_2)$ нужно составить и решить систему уравнений:

$$\begin{cases} I_3' = a + bI_2''; \\ I_3'' = a + bI_2'. \end{cases} \quad (20)$$

В результате решения получим зависимость

$$I_3 = a + bI_2. \quad (21)$$

Для определения зависимости $I_2(R_2)$ можно воспользоваться формулой Тевенена и ранее полученными результатами расчетного задания:

$$I_2 = \frac{U_p \pm E}{r_{вх} + r} . \quad (22)$$

Подставив выражение (22) в выражение (21) получим требуемую зависимость $I_3(R_2)$.



КГЭУ

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВПО «КГЭУ»)

Кафедра теоретических основ электротехники

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Расчетное задание

по курсу «Теоретические основы электротехники»

Выполнил
студент гр. ЭЭТ-1-12

_____ И.О. Фамилия
«__» _____ 20__ г.

Руководитель
к.т.н. доцент

_____ И.О. Фамилия
«__» _____ 20__ г.

Казань 20__

Пример расчета

Пусть исходная схема имеет вид, как показано на рис. П1.

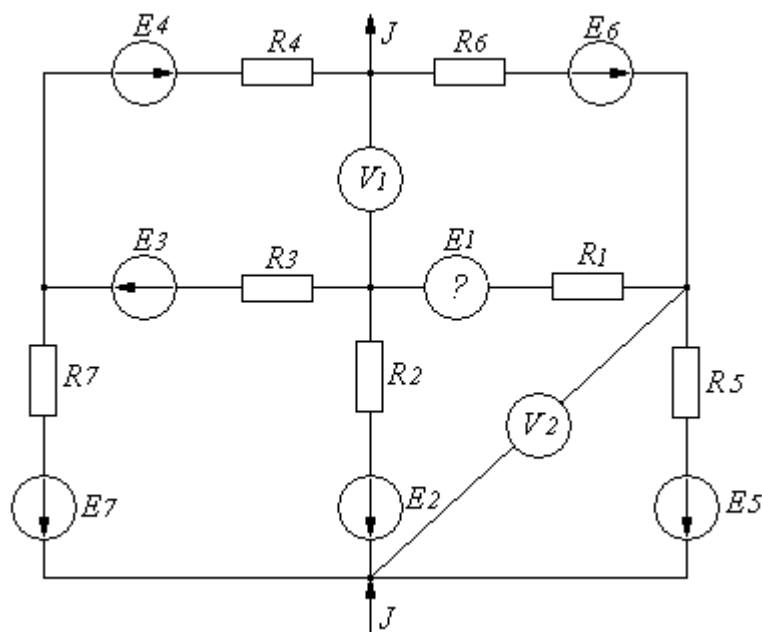


Рис. П1

Дано:

$R_1 = 16 \text{ Ом};$	$I_1 = 2 \text{ А};$	$J = 4 \text{ А}.$
$R_2 = 12 \text{ Ом};$	$E_2 = 100 \text{ В};$	
$R_3 = 6 \text{ Ом};$	$E_3 = 40 \text{ В};$	
$R_4 = 8 \text{ Ом};$	$E_4 = 90 \text{ В};$	
$R_5 = 14 \text{ Ом};$	$E_5 = 60 \text{ В};$	
$R_6 = 8 \text{ Ом};$	$E_6 = 80 \text{ В};$	
$R_7 = 4 \text{ Ом};$	$E_7 = 50 \text{ В};$	

1. Написать по законам Кирхгофа систему уравнений для определения неизвестных токов и ЭДС в ветвях схемы.

Зададим направления токов в ветвях и направления обхода контуров, как показано на рис. П2.

Количество уравнений по первому закону Кирхгофа: $y - 1 = 5 - 1 = 4$.

Количество уравнений по второму закону Кирхгофа: $v - (y - 1) = 7 - 4 = 3$, где y – количество узлов в схеме; v – количество ветвей в схеме.

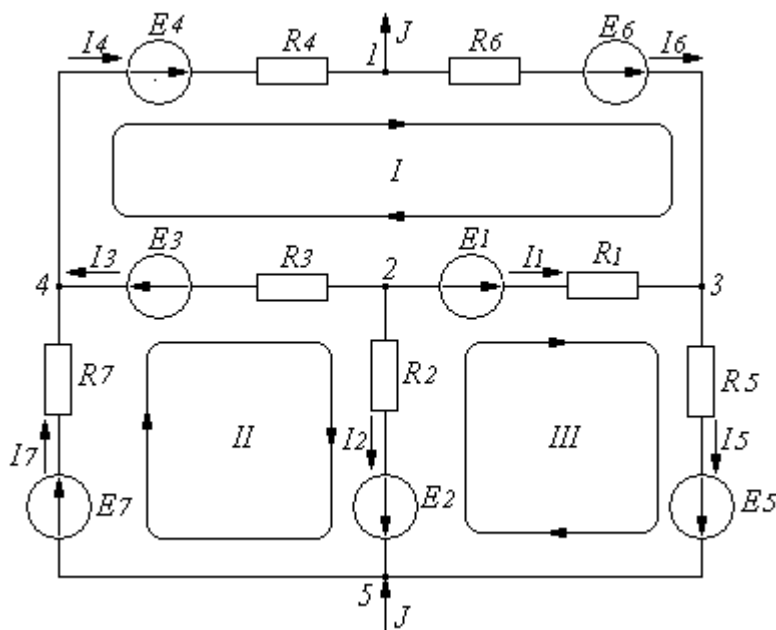


Рис. П2

Составим уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов 1, 2, 4, 5:

$$\begin{cases} -I_4 + I_6 = -J; \\ I_1 + I_2 + I_3 = 0; \\ -I_3 + I_4 - I_7 = 0; \\ -I_2 - I_5 + I_7 = J. \end{cases}$$

Составим уравнения по второму закону Кирхгофа для контуров I, II, III:

$$\begin{cases} -R_1 I_1 + R_3 I_3 + R_4 I_4 + R_6 I_6 = -E_1 + E_3 + E_4 + E_6; \\ R_2 I_2 - R_3 I_3 + R_7 I_7 = E_2 - E_3 + E_7; \\ R_1 I_1 - R_2 I_2 + R_5 I_5 = E_1 - E_2 + E_5. \end{cases}$$

2. *Определить неизвестные токи и ЭДС в ветвях схемы методом контурных токов.*

Построим граф схемы таким образом, чтобы 1-я ветвь с известным током была ветвью связи одного из независимых контуров, как показано на рис. П3.

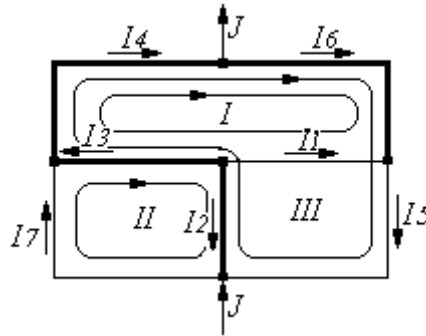


Рис. ПЗ

Таким образом, контурные токи будут равны:

$$I_{11} = -I_1; I_{22} = I_7; I_{33} = I_5.$$

Составим систему уравнений по методу контурных токов:

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} + R_{13}I_{33} + (R_3 + R_4)J = E_{11}; \\ -R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} - R_{23}I_{33} - (R_2 + R_3)J = E_{22}; \\ R_{31}I_{11} - R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} + (R_2 + R_3 + R_4)J = E_{33}; \end{cases}$$

где

$$E_{11} = -E_1 + E_3 + E_4 + E_6 = -E_1 + 40 + 90 + 80 = -E_1 + 210 \text{ В};$$

$$E_{22} = E_2 - E_3 + E_7 = 100 - 40 + 50 = 110 \text{ В};$$

$$E_{33} = -E_2 - E_3 + E_4 + E_5 + E_6 = -100 + 40 + 90 + 60 + 80 = 170 \text{ В};$$

$$R_{11} = R_1 + R_3 + R_4 + R_6 = 16 + 6 + 8 + 8 = 38 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_2 + R_7 + R_3 = 12 + 4 + 6 = 22 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 12 + 6 + 8 + 14 + 8 = 48 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_3 = 6 \text{ Ом}; R_{13} = R_{31} = R_3 + R_4 + R_6 = 6 + 8 + 8 = 22 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_{32} = R_2 + R_3 = 12 + 6 = 18 \text{ Ом}.$$

Подставим полученные результаты в систему уравнений и приведем ее к виду, удобному для решения методом Крамера:

$$\begin{cases} -6I_{22} + 22I_{33} + E_1 = 230; \\ 22I_{22} - 18I_{33} + 0E_1 = 170; \\ -18I_{22} + 48I_{33} + 0E_1 = 110. \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -6 & 22 & 1 \\ 22 & -18 & 0 \\ -18 & 48 & 0 \end{vmatrix} = 732; \quad \Delta I_{22} = \begin{vmatrix} 230 & 22 & 1 \\ 170 & -18 & 0 \\ 110 & 48 & 0 \end{vmatrix} = 10140;$$

$$\Delta I_{33} = \begin{vmatrix} -6 & 230 & 1 \\ 22 & 170 & 0 \\ -18 & 110 & 0 \end{vmatrix} = 5480; \quad \Delta E_1 = \begin{vmatrix} -6 & 22 & 230 \\ 22 & -18 & 170 \\ -18 & 48 & 110 \end{vmatrix} = 108640.$$

$$I_{22} = \frac{\Delta I_{22}}{\Delta} = \frac{10140}{732} = 13,852 \text{ A} \Rightarrow I_7 = 13,852 \text{ A};$$

$$I_{33} = \frac{\Delta I_{33}}{\Delta} = \frac{5480}{732} = 7,486 \Rightarrow I_5 = 7,486 \text{ A};$$

$$E_1 = \frac{\Delta E_1}{\Delta} = \frac{108640}{732} = 148,410 \Rightarrow E_1 = 148,410 \text{ В.}$$

Найдем оставшиеся неизвестные токи:

$$I_2 = -I_{33} + I_{22} - J = -7,486 + 13,852 - 4 = 2,366 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{11} + I_{33} = -2 + 7,486 = 5,486 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{11} + I_{33} + J = -2 + 7,486 + 4 = 9,486 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{11} + I_{33} + J - I_{22} = -2 + 7,486 + 4 - 13,852 = -4,366 \text{ A.}$$

Таким образом:

$$I_2 = 2,366 \text{ A}; I_3 = -4,366 \text{ A}; I_4 = 9,486 \text{ A}; I_5 = 7,486 \text{ A};$$

$$I_6 = 5,486 \text{ A}; I_7 = 13,852 \text{ A}; E_1 = 148,410 \text{ В.}$$

3. Составить баланс мощностей для исходной схемы.

Математическая форма записи баланса мощностей следующая:

$$\sum_{k=1}^B E_k I_{rk} + \sum_{k=1}^B U_k I_k = \sum_{k=1}^B R_k I_{rk}^2.$$

Суммарная мощность, генерируемая источниками электрической энергии, равна суммарной мощности, потребляемой в цепи.

Рассчитаем суммарную потребляемую мощность:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^7 R_k I_{rk}^2 &= I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 + I_7^2 R_7 = \\ &= 2^2 \cdot 16 + 2,366^2 \cdot 12 + (-4,366)^2 \cdot 6 + 9,486^2 \cdot 8 + 7,486^2 \cdot 14 + 5,486^2 \cdot 8 + \\ &\quad + 13,852^2 \cdot 4 = 2758,264 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Рассчитаем суммарную мощность, генерируемую источниками:

$$\sum_{k=1}^B E_k I_{rk} + \sum_{k=1}^B U_k I_k = E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + E_4 I_4 + E_5 I_5 + E_6 I_6 + E_7 I_7 + U_{51} J.$$

$$\begin{aligned} U_{15} &= E_3 + E_4 - E_2 + I_2 R_2 - I_3 R_3 - I_4 R_4 = \\ &= 40 + 90 - 100 + 2,366 \cdot 12 + 4,366 \cdot 6 - 9,486 \cdot 8 = 8,7 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$U_{51} = -8,7 \text{ В}.$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^B E_k I_{rk} + \sum_{k=1}^B U_k I_k &= 2 \cdot 148,41 + 2,366 \cdot 100 - 4,366 \cdot 40 + 9,486 \cdot 90 + \\ &+ 7,486 \cdot 90 + 5,486 \cdot 80 + 13,852 \cdot 50 - 8,7 \cdot 4 = 2758,360 \text{ Вт}. \end{aligned}$$

Рассчитаем погрешность вычислений:

$$\delta = \frac{\sum P_{\text{ист}} - \sum P_{\text{потр}}}{\sum P_{\text{ист}}} \cdot 100\% = \frac{2758,360 - 2758,264}{2758,360} \cdot 100\% = 3,48 \cdot 10^{-3}\% < 1\%.$$

Погрешность вычислений минимальна, расчеты проведены верно.

4. Определить напряжения, измеряемые вольтметрами.

Рассмотрим контуры, показанные на рис. П4.

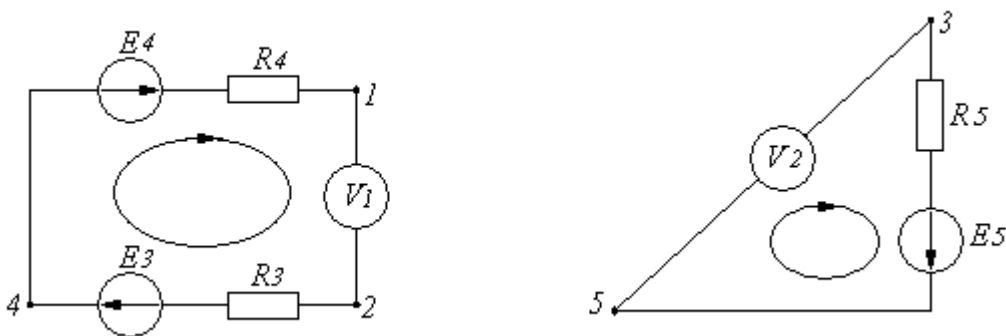


Рис. П4

Определим показания вольтметров:

$$V1 = E_3 + E_4 - R_3 I_3 - R_4 I_4 = 40 + 90 + 6 \cdot 4,366 - 8 \cdot 9,486 = 80,308 \text{ В}.$$

$$V2 = E_5 - R_5 I_5 = 60 - 14 \cdot 7,486 = -44,808 \text{ В}.$$

Итак, показания вольтметров $V1 = 80,308 \text{ В}$ и $V2 = -44,808 \text{ В}$.

5. Методом эквивалентного генератора определить ток во второй ветви, а также найти величину и направление дополнительной ЭДС, которую надо включить в эту ветвь, чтобы ток в ней увеличился в два раза и изменил свое направление.

Согласно теореме об эквивалентном генераторе ток во второй ветви может быть определен по формуле Тевенена:

$$I_2 = \frac{E_0 + E_2}{R_{\text{вх}} + R_2},$$

где E_0 – ЭДС источника, равная напряжению на зажимах разомкнутой второй ветви; $R_{\text{вх}}$ – входное сопротивление активной части схемы. Для определения E_0 разомкнем вторую ветвь (рис. П5).

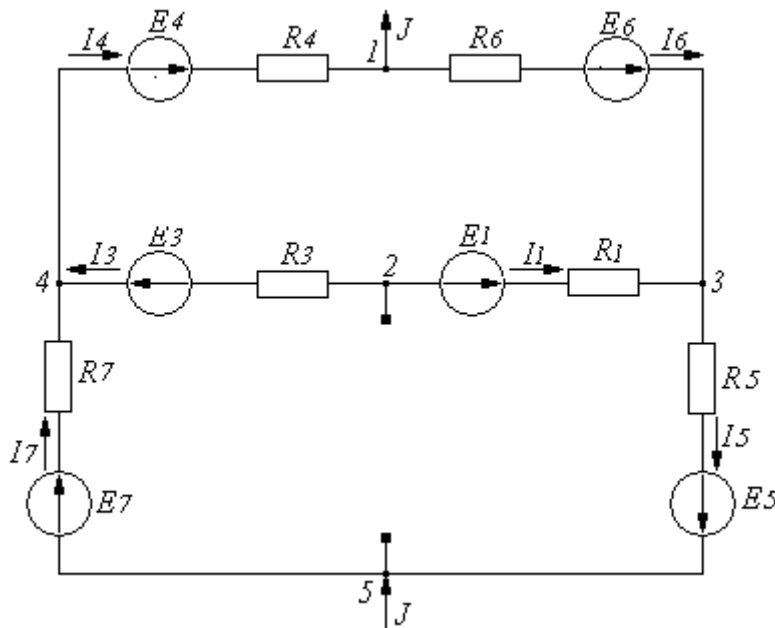


Рис. П5

Тогда $E_0 = \varphi_2 - \varphi_5$.

Для расчета токов в схеме (рис. П5) применим метод узловых потенциалов. Для уменьшения числа узлов в схеме преобразуем источник тока в два эквивалентных источника ЭДС:

$$E_{J6} = J \cdot R_6 = 4 \cdot 8 = 32 \text{ В} \quad \text{и} \quad E_{J5} = J \cdot R_5 = 4 \cdot 14 = 56 \text{ В}.$$

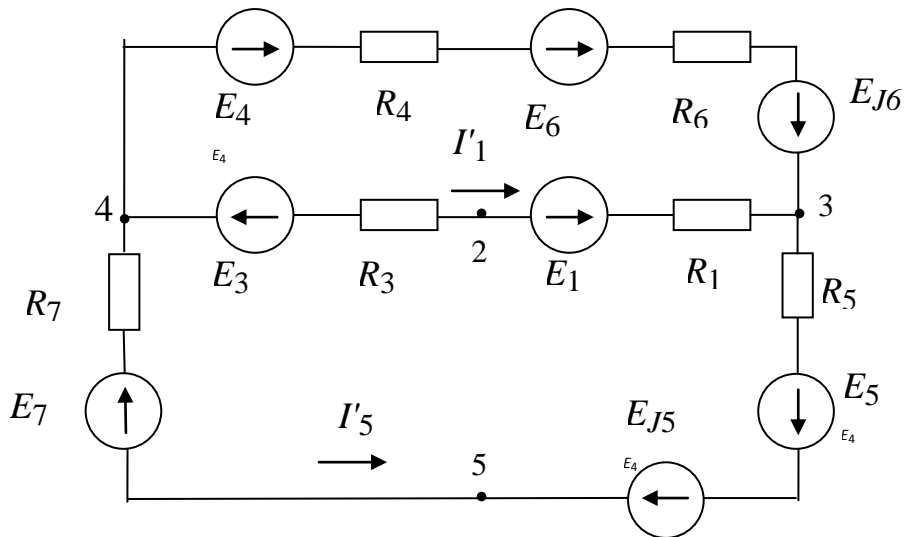


Рис. П6

Рассчитаем проводимости трех ветвей полученной схемы:

$$\text{ветвь } 4-1-3 \Rightarrow Y_{413} = \frac{1}{R_4 + R_5} = \frac{1}{16} = 0,0625 \frac{1}{\text{Ом}};$$

$$\text{ветвь } 4-2-3 \Rightarrow Y_{423} = \frac{1}{R_3 + R_1} = \frac{1}{22} = 0,0455 \frac{1}{\text{Ом}};$$

$$\text{ветвь } 4-5-3 \Rightarrow Y_{453} = \frac{1}{R_7 + R_5} = \frac{1}{18} = 0,0556 \frac{1}{\text{Ом}};$$

Применяя формулу двух узлов, определим напряжение между узлами 3 и 4:

$$\begin{aligned} U_{34} &= \frac{(E_4 + E_6 + E_6^J)Y_{413} + (E_1 - E_3)Y_{423} - (E_5 + E_7 + E_5^J)Y_{453}}{Y_{413} + Y_{423} + Y_{453}} = \\ &= \frac{(90 + 80 + 32) \cdot 0,0625 + (148,41 - 40) \cdot 0,0455 - (60 + 56 + 50) \cdot 0,0556}{0,0625 + 0,0455 + 0,0556} = \\ &= \frac{12,625 + 4,9327 - 9,2296}{0,1636} = \frac{8,3281}{0,1636} = 50,9053 \text{ В}; \end{aligned}$$

С помощью закона Ома найдем токи I'_1 , I'_5 и напряжение U_{25} :

$$I'_1 = (-U_{34} - E_3 + E_1)Y_{423} = (-50,9053 - 40 + 148,41) \cdot 0,0455 = 2,6165 \text{ А};$$

$$I'_5 = (-U_{34} - E_7 - E_5 - E_5^J)Y_{453} = (-50,9053 - 50 - 60 - 56) \cdot 0,0556 = -12,06 \text{ А};$$

$$U_{25} = -R_3 I'_1 - E_3 + R_7 I'_5 + E_7 = -6 \cdot 2,6165 - 40 + 4 \cdot (-12,06) + 50 = -53,939.$$

Следовательно, $E_0 = U_{25} = -53,939$.

Для определения входного сопротивления исключим из схемы (рис. П6) источники энергии и произведем эквивалентные преобразования, как показано на рис. П7:

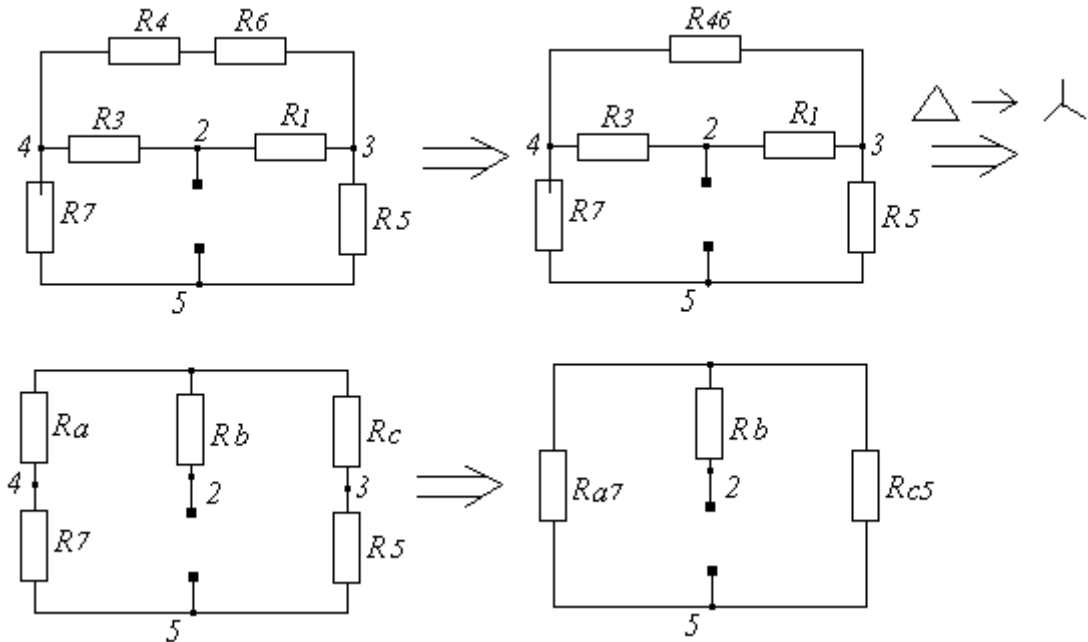


Рис. П7

Рассчитаем входное сопротивление и ток во второй ветви.

$$R_{46} = R_4 + R_6 = 8 + 8 = 16 \text{ Ом};$$

$$R_a = \frac{R_3 \cdot R_{46}}{R_1 + R_3 + R_{46}} = \frac{16 \cdot 6}{16 + 6 + 16} = 2,53 \text{ Ом};$$

$$R_b = \frac{R_3 \cdot R_1}{R_1 + R_3 + R_{46}} = \frac{16 \cdot 6}{16 + 6 + 16} = 2,53 \text{ Ом};$$

$$R_c = \frac{R_1 \cdot R_{46}}{R_1 + R_3 + R_{46}} = \frac{16 \cdot 16}{16 + 6 + 16} = 6,74 \text{ Ом};$$

$$R_{a7} = R_a + R_7 = 2,53 + 4 = 6,53 \text{ Ом};$$

$$R_{c5} = R_c + R_5 = 6,74 + 14 = 20,74 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{BX}} = \frac{R_{a7} \cdot R_{c5}}{R_{a7} + R_{c5}} + R_b = \frac{6,53 \cdot 20,74}{6,53 + 20,74} + 2,53 = 7,49 \text{ Ом};$$

$$I_2 = \frac{E_0 + E_2}{R_{\text{BX}} + R_2} = \frac{-53,939 + 100}{7,49 + 12} = 2,363 \text{ А}.$$

Для расчета дополнительной ЭДС изобразим схему Товенена с учетом дополнительных требований (рис. П8).

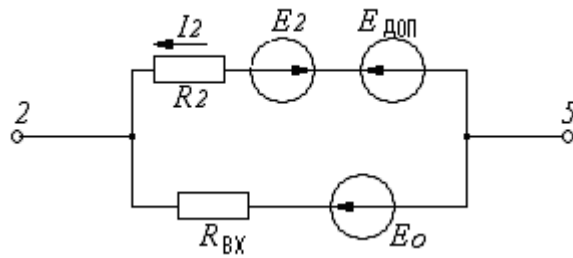


Рис. П8

Рассчитаем дополнительную ЭДС для увеличения тока во второй ветви вдвое и изменения его направления.

$$-2I_2 = \frac{E_2 + E_0 - E_{\text{доп}}}{R_{\text{вх}} + R_2}; \Rightarrow E_{\text{доп}} = 2I_2(R_{\text{вх}} + R_2) + E_0 + E_2 =$$

$$= 2 \cdot 2,363 \cdot (12 + 7,49) + 100 - 53,939 = 138,17 \text{ В.}$$

6. Найти ток во второй ветви по принципу наложения с предварительным определением собственной и взаимных проводимостей.

Оставим в схеме только источник ЭДС E_2 . Остальные источники ЭДС замкнем, а ветвь с источником тока разомкнем (рис. П9).

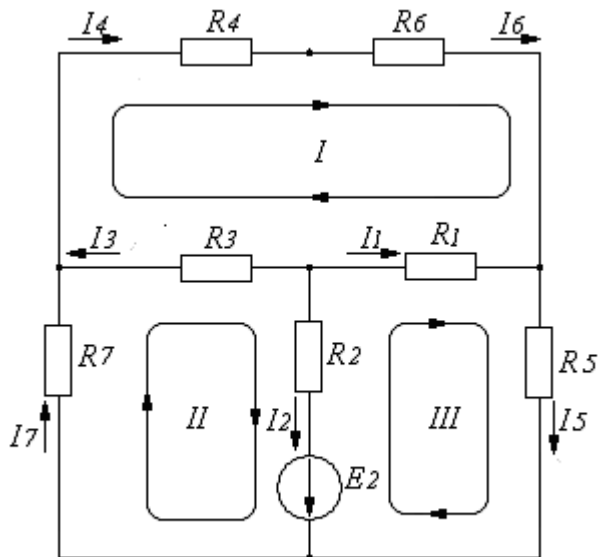


Рис. П9

Методом контурных токов определим токи в ветвях получившейся схемы: $I_1^{E_2}, I_2^{E_2}, I_3^{E_2}, I_4^{E_2}, I_5^{E_2}, I_6^{E_2}, I_7^{E_2}$.

$$\begin{cases} R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} - R_{13}I_{33} = E_{11}; \\ -R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} - R_{23}I_{33} = E_{22}; \\ -R_{31}I_{11} - R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} = E_{33}. \end{cases}$$

$$E_{11} = 0 \text{ В}; \quad E_{22} = E_2 = 100 \text{ В}; \quad E_{33} = -E_2 = -100 \text{ В};$$

$$R_{11} = R_1 + R_3 + R_3 + R_6 = 16 + 6 + 8 + 8 = 38 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_2 + R_7 + R_3 = 12 + 4 + 6 = 22 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_1 + R_2 + R_5 = 12 + 12 + 14 = 42 \text{ Ом};$$

$$R_{12} = R_{21} = R_3 = 6 \text{ Ом}; \quad R_{13} = R_{31} = R_1 = 16 \text{ Ом};$$

$$R_{23} = R_{32} = R_2 = 12 \text{ Ом}.$$

$$\begin{cases} 38I_{11} - 6I_{22} + 16I_{33} = 0; \\ -6I_{11} + 22I_{22} - 12I_{33} = 100; \\ -16I_{11} - 12I_{22} + 42I_{33} = -100. \end{cases}$$

В результате решения системы получим:

$$I_{11} = I_4^{E2} = I_6^{E2} = 0,099 \text{ А}; \quad I_{22} = I_7^{E2} = 3,903 \text{ А}; \quad I_{33} = I_5^{E2} \text{ А};$$

$$I_2^{E2} = I_7^{E2} - I_5^{E2} = 3,903 + 1,228 = 5,131 \text{ А};$$

$$I_3^{E2} = I_4^{E2} - I_7^{E2} = 0,099 - 3,903 = -3,804 \text{ А};$$

$$I_1^{E2} = I_5^{E2} - I_6^{E2} = -1,228 - 0,099 = -1,327 \text{ А}.$$

Рассчитаем собственную и взаимные проводимости:

$$g_{12} = \frac{I_1^{E2}}{E_2} = \frac{-1,327}{100} = -0,01327 \text{ См}; \quad g_{22} = \frac{I_2^{E2}}{E_2} = \frac{5,131}{100} = 0,051305 \text{ См};$$

$$g_{32} = \frac{I_3^{E2}}{E_2} = \frac{-3,804}{100} = -0,03804 \text{ См}; \quad g_{42} = \frac{I_4^{E2}}{E_2} = \frac{0,099}{100} = 0,00099 \text{ См};$$

$$g_{52} = \frac{I_5^{E2}}{E_2} = \frac{-1,228}{100} = -0,01228 \text{ См}; \quad g_{62} = \frac{I_6^{E2}}{E_2} = \frac{0,099}{100} = 0,00099 \text{ См};$$

$$g_{72} = \frac{I_7^2 E_2}{E_2} = \frac{3,903}{100} = 0,03903 \text{ См.}$$

Найдем ток во второй ветви:

$$I_2 = g_{12} \cdot E_1 + g_{22} \cdot E_2 + g_{32} \cdot E_3 + g_{42} \cdot E_4 + g_{52} \cdot E_5 + g_{62} \cdot E_6 + g_{72} \cdot E_7 + g_{62} \cdot J \cdot R_6 + g_{52} \cdot J \cdot R_5 = -0,01327 \cdot 148,41 + 0,051305 \cdot 100 - 0,03804 \cdot 40 + 0,00099 \cdot 90 - 0,01228 \cdot 60 + 0,00099 \cdot 80 + 0,03903 \cdot 50 + 0,00099 \cdot 4 \cdot 4 - 0,0122 \cdot 4 \cdot 14 = 2,35 \text{ А.}$$

7. Найти уравнение, выражающее зависимость тока в третьей ветви от сопротивления второй ветви при постоянстве всех остальных параметров схемы.

Сначала найдем зависимость $I_3 = a + bI_2$. Для этого рассмотрим два режима работы схемы при различных значениях R_2 .

1-й режим – при $R_2 = 12 \text{ Ом}$. Воспользуемся результатами расчетов токов в ветвях схемы методом контурных токов (пункт 2), согласно которым

$$I_2' = 2,366 \text{ А}, \quad I_3' = -4,366 \text{ А.}$$

2-й режим – при разомкнутой второй ветви, $R_2 = \infty$. $I_2'' = 0$.

Воспользуемся результатами расчетов схемы Пб в пункте 5 согласно которым $I_1' = 2,6165 \text{ А}$. Ток в третьей ветви $I_3'' = -I_1' = -2,6165 \text{ А}$.

Составим и решим систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} I_3' = a + b \cdot I_2'; \\ I_3'' = a + b \cdot I_2''. \end{cases} \quad \begin{cases} -4,366 = a + b \cdot 2,366; \\ -2,6165 = a + b \cdot 0. \end{cases} \quad \begin{cases} a = -2,6165; \\ b = -0,739. \end{cases}$$

Зависимость тока I_2 от сопротивления R_2 может быть определена на основании формулы Тевенена по с учетом ранее полученных результатов;

$$I_2(R_2) = \frac{E_0 + E_2}{R_{ex} + R_2} = \frac{-53,939 + 100}{7,49 + R_2} = \frac{46,061}{R_2 + 7,49} \text{ А.}$$

Окончательно получим:

$$I_3(R_2) = a + b \cdot \frac{46,1}{R_2 + 7,49} = -2,6165 + (-0,739) \cdot \frac{46,061}{R_2 + 7,49} = -2,6165 - \frac{34,039}{R_2 + 7,49} \text{ А.}$$

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений

1. Метод Крамера

Для случая двух уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases} \quad (\text{П1})$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21};$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1a_{22} - b_2a_{12}; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = a_{11}b_2 - a_{21}b_1;$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}.$$

Для случая трех уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases} \quad (\text{П2})$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = b_1 \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} b_2 & a_{23} \\ b_3 & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} b_2 & a_{22} \\ b_3 & a_{32} \end{vmatrix};$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} b_2 & a_{23} \\ b_3 & a_{33} \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + a_{13} \begin{vmatrix} a_{21} & b_2 \\ a_{31} & b_3 \end{vmatrix};$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix} = a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & b_2 \\ a_{32} & b_3 \end{vmatrix} - a_{12} \begin{vmatrix} a_{21} & b_2 \\ a_{31} & b_3 \end{vmatrix} + b_1 \begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}.$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

2. Метод Гаусса

В общем случае система n линейных уравнений для n неизвестных x_i имеет вид

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2; \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \quad (\text{П3})$$

Построим основную (A) и расширенную (A / B) матрицы системы уравнений (П3)

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} \\ \dots & \dots \dots \dots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} \end{vmatrix}, \quad (A/B) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \dots a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} \dots a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots \dots \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} \dots a_{nn} & b_n \end{vmatrix}. \quad (\text{П4})$$

Путем элементарных преобразований представим расширенную матрицу (A / B) системы уравнений (П3) в треугольной форме, когда все элементы ниже главной диагонали обращены в ноль. В итоге получаем отдельные уравнения для каждого x_i , которые легко решаются:

$$(A/B) = \left| \begin{array}{cccccc} a'_{11} & a'_{12} & a'_{13} & \dots & a'_{1n} & b'_1 \\ 0 & \dots & a'_{22} & a'_{23} & \dots & a'_{2n} & b'_2 \\ 0 & \dots & 0 & \dots & a'_{33} & \dots & a'_{3n} & b'_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & \dots & a'_{nn} & b'_n \end{array} \right|, \quad (П5)$$

где 0 и a'_{ik} - значения переопределенных коэффициентов. Нули первого столбца получаются после последовательного умножения первого уравнения из (П3) на $-a_{21}/a_{11}, -a_{31}/a_{11}, \dots, -a_{n1}/a_{11}$ и прибавления его к 2, 3, ..., n уравнению. Аналогично получаются остальные нули. Нижняя строка матрицы определяет уравнение:

$$a'_{nn}x_n = b'_n. \quad (П6)$$

После решения уравнения (П6) переходим к вышестоящему уравнению, заменяем в нем x_n на полученное число и приходим к линейному уравнению для x_{n-1} , решаем его и делаем переход к следующему уравнению и т.д.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

а) основная литература:

1. Башарин С. А. Теоретические основы электротехники. Теория электрических цепей и электромагнитного поля : учебное пособие/ С. А. Башарин, В. В. Федоров. -3-е изд., испр.. -М.: Академия, 2008. -304 с.
2. Арсеньев Г. Н. Основы теории цепей. Практикум : учебное пособие/ Г. Н. Арсеньев, И. И. Градов. -М.: ИНФРА - М, 2007. -336 с.
3. Атабеков Г. И. Основы теории цепей : учебник/ Г. И. Атабеков. -Москва: Лань, 2009. -432 с.

б) дополнительная литература:

1. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи : учебник/ Л. А. Бессонов. -11-е изд. , испр. и доп.. -М.: Гардарики, 2006. -701 с.: ил.
2. Коровкин Н. В. Теоретические основы электротехники : сборник задач : учебное пособие для вузов по направлениям подготовки бакалавров, магистров и дипломированных специалистов "Электроэнергетика" и "Электротехника, электромеханика и электротехнологии"/ Н. В. Коровкин, Е. Е. Селина, В. Л. Чечурин. -СПб. [и др.]: Питер, 2006. -512 с.: ил.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. РАСЧЕТНАЯ РАБОТА И ЕЕ ВЫПОЛНЕНИЕ	
1.1. Задание к расчетной работе.....	4
1.2. Варианты заданий.....	4
1.3. Общие указания и требования к оформлению отчета	8
2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТОВ	
2.1. Составление уравнений по законам Кирхгофа.....	9
2.2. Применение контурных уравнений.....	10
2.3. Составление баланса мощностей.....	12
2.4. Определение напряжений, измеряемых вольтметрами.....	13
2.5. Применение метода эквивалентного генератора.....	14
2.6. Применение принципа наложения.....	17
2.7. Определение линейных соотношений.....	19
Приложение 1	21
Приложение 2.....	22
Приложение 3.....	33
Библиографический список.....	35

Учебное издание

ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Методические указания к выполнению расчетной работы по курсу
«Теоретические основы электротехники»

(Кафедра теоретических основ электротехники КГЭУ)

Составители: Орехов Владимир Владимирович
Сурай Людмила Анатольевна

Редактор издательского отдела

Изд. лиц. ИД №03480 от 08.12.00. Подписано в печать_____.
Формат 60x84/16. Гарнитура "Times". Вид печати РОМ.
Физ. печ. л. 2,25. Усл. печ.л. 2,1. У ч.-изд. л. 2,3.
Тираж 450 экз. Заказ №_____.

Издательский отдел КГЭУ, 420066, Казань, Красносельская, 51

Типография КГЭУ, 420066, Казань, Красносельская, 51