

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования**

**К Г Э У**

**«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)**

---

---

**Кафедра № ЭСиС**

Экз. № \_\_\_\_\_

**УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**по учебной дисциплине**

**Б.1.В.ДВ.13. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Лекция:**

**ВВЕДЕНИЕ. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ РЕШЕНИИ ИНЖЕНЕРНЫХ  
ЗАДАЧ.**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Заведующий кафедрой ЭСиС**

**Максимов В.В.**

« » \_\_\_\_\_ 201\_ г.

**УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**по учебной дисциплине «Физико-математическое моделирование  
электроэнергетических систем»**

**Лекция: Моделирование при решении инженерных задач.**

**Учебные и воспитательные цели:**

1. Дать систематизированные знания о физико-математическом моделировании электроэнергетических систем.
2. Воспитывать добросовестное отношение к учебе, стремление к самосовершенствованию, к овладению избранной профессией.

**Вид занятия:** лекция

**Продолжительность занятия:** 2 часа.

**Структура занятия и расчет времени.**

<b>№п/п</b>	<b>Структура занятия</b>	<b>Время, мин</b>
<b>1</b>	<b>Вводная часть</b>	<b>10-15</b>
<b>2</b>	<b>Основная часть</b> <b>1. Решение задач и моделирование</b> <b>2. Классификация моделей и видов моделирования.</b> <b>3. Свойства объектов моделирования.</b>	<b>70-75</b>
<b>3</b>	<b>Заключительная часть</b>	<b>3-5</b>

**Вводная часть занятия:** проверить наличие и готовность обучающихся к занятию; провести опрос по пройденному материалу в соответствии с перечнем вопросов и подвести его итоги; объявить тему и учебные цели занятия; обратить внимание обучающихся на важность изучения учебных вопросов занятия, так как знание их может быть

востребовано при выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

**Основная часть занятия:** учебные вопросы занятия изучаются в составе группы с применением диафильма, диапроектора, стендов, плакатов, классной доски, цветных мелков. Изучать материал занятия следует в строгом соответствии с учебной программой и тематическим планом изучения учебной дисциплины.

Наименование учебных вопросов преподаватель объявляет последовательно по мере изложения учебного материала и записывает их на классной доске.

На классной доске следует также записывать номер и название темы и занятия, учебные вопросы, цифровые характеристики, формулы, непонятные и сложные для обучаемых термины, чертить поясняющие схемы. Записи на классной доске вести последовательно и аккуратно.

В ходе изложения учебного материала необходимо контролировать степень усвоения учебного материала путем постановки контрольных и проблемных вопросов.

При изучении учебного материала обучающихся должны вести конспект. Контроль за качеством ведения конспектов преподаватель осуществляет в ходе проведения занятия.

### **Основная часть занятия:**

#### **1. Цели и задачи освоения дисциплины**

Целью освоения дисциплины «Физико-математическое моделирование электроэнергетических систем» является приобретение студентами знаний о моделях процессов, протекающих в электроэнергетической системе, изображающие в уменьшенном по мощности и напряжению масштабе реальную энергосистему с её регулирующими, защитными и др. устройствами.

#### **Задачами изучения дисциплины являются:**

– изучение основных теоретических положений, физических явлений, расчётных формул, установок, новых способов передачи энергии, регулирования и управления, а также определения общих характеристик переходных процессов в системе, не имеющей точного математического описания;

– изучение большого числа вариантов, отличающихся схемой соединения и характеристиками элементов электроэнергетической системы, либо режимных параметров;

– способствовать углублению и закреплению студентами имеющихся теоретических знаний изучаемых дисциплин и отраслей науки.

### **Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

В результате изучения дисциплины «Физико-математическое моделирование электроэнергетических систем» формируются следующие компетенции или их составляющие:

- способностью использовать основы философских знаний для формирования мировоззренческой позиции (ОК-1);
- способностью к коммуникации в устной и письменной формах на русском и иностранном языках для решения задач межличностного и межкультурного взаимодействия (ОК-5);
- способностью работать в коллективе, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия (ОК-6);
- способностью к самоорганизации и самообразованию (ОК-7);
- способностью использовать методы анализа и моделирования электрических цепей (ОПК-3);
- способностью проводить обоснование проектных решений (ПК-4)

### **Структура и содержание дисциплины «Физико-математическое моделирование электроэнергетических систем»**

Общая трудоемкость дисциплин составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

#### **Структура дисциплины**

Вид учебной работы	Всего часов	из них, проводимых в интерактивной форме	семестры								
			1	2	3	4	5	6	7	8	
<b>ОБЩАЯ ТРУДОЕМКОСТЬ ДИСЦИПЛИНЫ</b>	108									108	
<b>АУДИТОРНЫЕ ЗАНЯТИЯ:</b>	54									54	
Лекции (Лк)	18	14								18	
Практические (семинарские) занятия (ПЗ)	36	30								36	
Лабораторные работы (ЛР)											
и(или) другие виды аудиторных занятий											
<b>САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА:</b>	54									54	
Курсовой проект (работа)											
Расчетно-графические работы											
Реферат											
и (или) другие виды самостоятельной работы	54									54	
<b>ВИД ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ</b> (З – зачет, Э – экзамен)	Э (36)									Э (36)	

#### **Разделы дисциплины и виды занятий**

№ п/п	Раздел дисциплины	Всего часов на раздел	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лк	ПЗ	ЛР	Самост. работа	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Введение. Моделирование при решении инженерных задач.	16	7	2	4		10	Письменный или устный опрос. Тестирование. Отчет по практическим занятиям.
2	Математические модели элементов ЭЭС и электрических сетей	42	7	8	14		20	Письменный или устный опрос. Тестирование. Отчет по практическим занятиям.
3	Построение математических моделей	30	7	6	10		14	Письменный или устный опрос. Тестирование. Отчет по практическим занятиям.
4	Прогнозирование графиков нагрузки систем электроснабжения. Заключение	20	7	2	8		10	Письменный или устный опрос. Тестирование.. Отчет по практическим занятиям.
	Экзамен	36	7				36	Экзамен
	Итого:	108		18	36		54	–

## Содержание разделов дисциплины

### Раздел 1. Введение. Моделирование при решении инженерных задач.

Назначение и содержание курса, связь его со смежными и базовыми дисциплинами, порядок изучения дисциплины, цели и задачи.

Понятие: модель, задача. Роль математического моделирования в научно-техническом исследовании. Классификация моделей. Переменные в математических моделях. Свойства математических моделей: адекватность и эффективность. Свойства объектов моделирования. Уровни моделирования: математические модели на микро-, макро- и метауровне.

### Раздел 2. Математические модели элементов ЭЭС и электрических сетей.

Линии электропередачи: конструктивное исполнение, свойства. Математическая модель линии с распределенными параметрами, математические модели линии в виде схем замещения. Упрощенные модели ЛЭП. Силовой трансформатор: конструктивное исполнение, принцип действия, электрические и магнитные свойства, параметры. Математические модели процессов в силовых трансформаторах, Г- и П-образные схемы замещения, построение характеристик трансформатора. Электрическая

нагрузка. Моделирование электрических нагрузок. Методы определения расчетных нагрузок.

Основы теории графов. Применение теории графов для моделирования электрических сетей. Матричные формы моделей электрических сетей и их режимов. Узловые уравнения установившегося режима. Линейные и нелинейные уравнения установившегося режима. Моделирование генераторных узлов электрической сети. Понятие эквивалентных схем электрических сетей. Моделирование схем электрических сетей с помощью четырехполюсников.

### Раздел 3. Построение математических моделей

Процесс описания объектов моделирования. Аналитический метод построения математических моделей. Методы идентификации технических объектов. Выбор структуры математической модели и вычисление ее параметров.

### Раздел 4. Прогнозирование графиков нагрузки систем электроснабжения. Заключение

Основы теории прогнозирования. Подходы к прогнозированию суточных графиков нагрузки: статистический и синтетический. Анализ временных рядов: трендовая, периодическая, случайная составляющие при прогнозировании суточных, недельных и годовых графиков нагрузки.

#### 1. Решение задач и моделирование.

Любой материальный объект характеризуется бесчисленным множеством свойств, признаков и характеристик, но наши знания о материальном объекте конечны и относительно на любом этапе развития.

В процессе познания у человека (субъекта) в сознании формируется мысленный образ объекта, который обладает присущими этому объекту свойствами (цвет, запах, размеры, вес, изменчивость во времени и др.). Такой мысленный образ есть мысленная (идеальная) модель объекта (рис. 1.1).

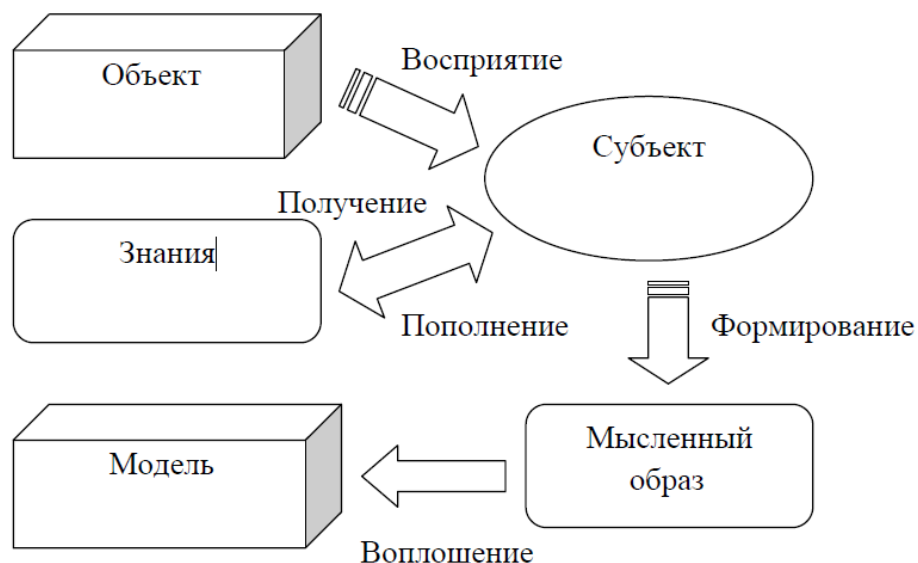


Рисунок. 1.1. Схема формирования модели.

Познавательный процесс человека носит целенаправленный характер, а именно, во всех случаях субъект решает некоторую *задачу* для достижения своих целей. Задача выделяет из бесконечного множества свойств объекта конечную совокупность и позволяет перейти к обозримому по своим масштабам «заместителю» объекта – *модели*.

*Задача* – это фильтр, позволяющий отсеять из всей информации об объекте несущественную.

Таким образом, задача определяет характер формируемой модели.

*Формализация* – это замена реального объекта или процесса каким-либо формальным представлением.

Формализация обязательно подразумевает упрощение. Создаваемая модель должна отражать только те свойства моделируемого объекта, которые интересуют исследователя в данной постановке задачи. Любая модель нетождественна объекту изучения, а соответственная и неполна. Для повышения полноты исследования потребуется ряд моделей, позволяющих изучить объект-оригинал с разных точек зрения, или более сложная модель с высоким уровнем детализации.

Рассмотрим несколько примеров.

*Пример 1. Сконструируем трансформатор заданной мощности и возможным диапазоном изменения напряжений на первичной и вторичной обмотках. В качестве ограничений учтем требования по допустимым потерям холостого хода и работе на линейной части характеристики намагничивания сердечника и габаритам трансформатора.*

В этом случае необходимо учитывать электрические, магнитные, конструктивные, геометрические, тепловые свойства трансформатора.

Вводить понятие модели без четкого указания задачи или задач неправомерно. Вне контекста задачи или класса задач понятие модели не имеет смысла.

Фундаментальным свойством модели является простота по отношению к объекту. Модель всегда «беднее» объекта в информационном отношении. «Точная модель» недоступна, как и сам оригинал.

Задача своими условиями и требованиями позволяет определить ограничения и допущения в построении любой модели.

*Пример 2. Рассмотрим маятник – груз, подвешенный на нити. Модель (геометрическая) дана на рис. 1.2. Модель (математическая) движения маятника в общем является довольно сложным нелинейным дифференциальным уравнением, но при принятых допущениях, «дозволенных» задачей, это уравнение становится довольно простым и легко решается. Перечислим допущения, которые принимаются при этом:*

- размерами маятника пренебрегаем, и его масса сосредоточена в одной точке (пренебрегаем сопротивлением воздуха);
- растяжением нити пренебрегаем;
- массой нити пренебрегаем.

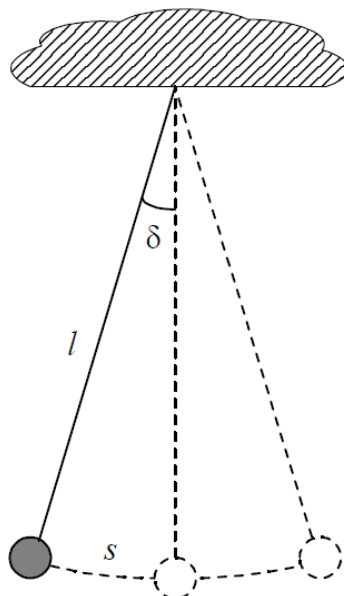


Рисунок 1.2. Геометрическая модель маятника.

Вводится также ограничение – амплитуда колебаний пренебрежимо мала по сравнению с длиной нити.

При таких допущениях и ограничении получается модель – математический маятник. Период малых колебаний математического маятника не зависит от массы маятника и амплитуды его колебаний. Уравнение движения маятника записывается в виде

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = -\frac{g}{l} s, \quad (1.1)$$

где  $s$  – длина дуги, по которой маятник совершает движение;  $g$  – ускорение свободного падения;  $l$  – длина нити.

Как известно, наблюдения над колебаниями маятников используются для определения ускорения  $g$  силы тяжести в разных широтах Земного шара.

Человечество за свою жизнь накопило огромное количество теорий и законов. Это практически достоверное обобщенное описание объектов реального мира.

Иногда для решения частных задач вводятся еще большие ограничения и допущения, которые упрощают известные теории и законы. В этом случае появляются модели моделей, в которые переходят все допущения и ограничения исходных моделей.

Общепризнанным критерием истины в мировой практике является натурный эксперимент, однако во многих случаях его проведение просто невозможно. Современная наука может достаточно точно предсказать возможные последствия разрушения плотины, землетрясения, урагана, спрогнозировать дальность полета ракеты, действие нового лекарственного препарата и даже последствия атомной войны. При этом вместо проведения прямых экспериментов, при изучении представленных выше примеров гораздо разумнее использовать методы моделирования.

**Моделирование** – это метод исследования свойств некоего объекта (оригинала), посредством изучения свойств вспомогательного объекта



(модели), с целью предсказания поведения объекта-оригинала в определенных условиях.

Моделирование применяют в тех случаях, когда проведение реальных экспериментов над исследуемым объектом либо невозможно, либо опасно, либо сложно и дорого.

**Оригинал** – это объект, определенные свойства которого подлежат изучению методом моделирования.

**Модель** – искусственно созданный материальный или теоретический образ изучаемого объекта, сохраняющий в разрезе проводимого исследования его наиболее важные свойства и позволяющий предсказать его поведение по результатам экспериментов с моделью.

Само слово «**модель**» появилось от латинских слов *modus, modulus*, означающих мера, образец, норма. Его первоначальное значение произошло из строительного искусства, и почти во всех европейских языках оно употреблялось для обозначения образа или прообраза, то есть предмета, похожего в каком-то отношении на другой предмет.

Основными целями моделирования являются:

- изучение основных свойств объекта или явления;
- прогнозирование поведения объекта-оригинала в реальных условиях;
- создание эффективных систем управления объектом или процессом.

## 2. Классификация моделей и видов моделирования.

Бурное развитие и активное использование методов моделирования привело к созданию огромного количества моделей в различных предметных областях. И хотя каждая модель создается для решения конкретной задачи и, следовательно, является уникальной, наличие общих черт позволяет сгруппировать все их многообразие в отдельные классы, что облегчает их разработку и изучение.

Классификация моделей возможна по ряду признаков:

- назначению,
- закону изменения выходных переменных модели,
- способу материальной реализации и др.

Наиболее распространенные виды классификаций моделей приведены на рис.1.3.



Рисунок 1.3. Возможные виды классификации моделей

Очевидным признаком классификации моделей является **отрасль знаний**, или область их практического применения. Как правило, в каждой отрасли имеется ряд типовых задач, для решения которых используют методы моделирования. Обычно для этих задач разрабатывают универсальные модели, которые могут быть использованы для конкретного практического применения. В качестве примера для электроэнергетики можно привести известные математические модели для расчета режимов сетей: Мустанг, Дакар; для расчета потерь в сетях РАСТР, РАП и др. Кроме того, известно множество универсальных математических пакетов, которые адаптируют к конкретной отрасли. Например, стандартный пакет проектирования КОМПАС имеет специальную библиотеку «электроснабжение», популярная математическая программа Matlab комплектуется библиотекой SimPowerSystems для физического моделирования электросиловых систем и т.п.

**По степени полноты модели делятся на полные, неполные и приближенные**, рис.1.4. **Полные модели** идентичны изучаемому объекту во времени и пространстве. Это простой класс моделей, который может иметь место в геометрических построениях; для моделирования реальных технических систем такие модели не применяются. **В неполных моделях** идентичность объекту-оригиналу сохраняется только во времени или пространстве. Приближенные модели строятся на основе теории подобия, при котором некоторые аспекты функционирования реального объекта не моделируются совсем. Именно такие модели характерны для большинства технических систем.

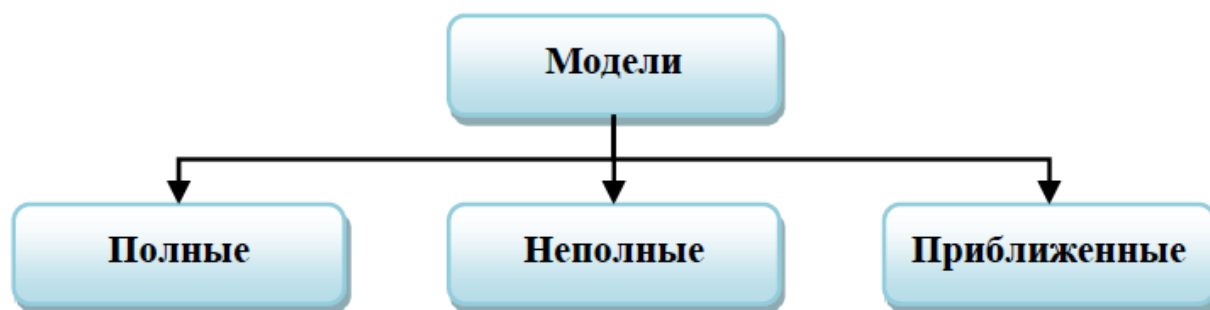


Рисунок 1.4. Классификация моделей по степени полноты

**По характеру изучаемых процессов все виды моделирования могут быть разделены**, рис.1.5:

- в зависимости от учёта случайных воздействий и процессов – на детерминированные и стохастические;
- в зависимости от степени учёта изменения свойств во времени – на статические и динамические;
- в зависимости от характера величин, с которыми модель взаимодействует – на дискретные, непрерывные и дискретно-непрерывные.

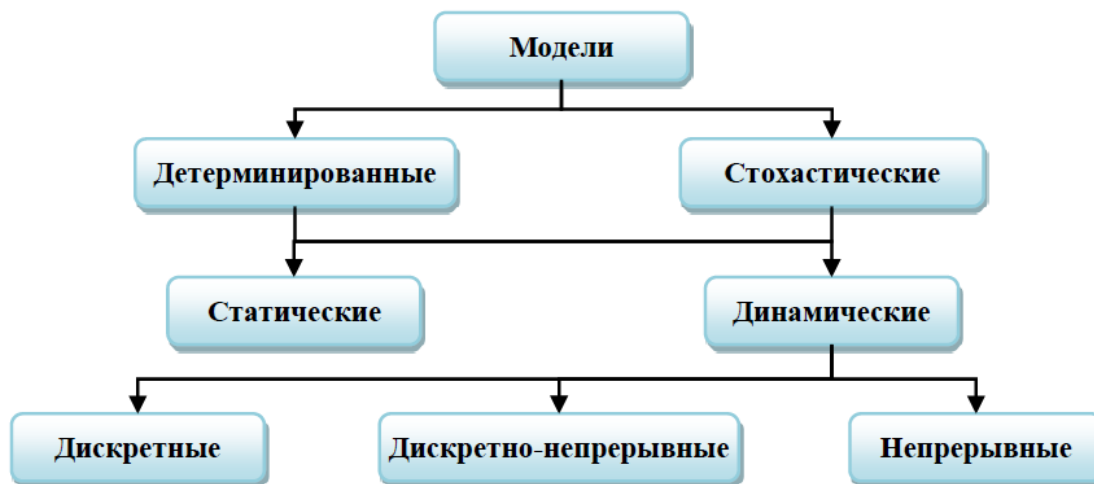


Рисунок 1.5. Классификация моделей по характеру процессов

**Детерминированное моделирование** отображает процессы, в которых предполагается отсутствие любых случайных воздействий, при **стохастическом моделировании** учитываются вероятностные процессы и события. Детерминированные модели проще стохастических, поэтому их нужно использовать в задачах, случайными воздействиями на моделируемый объект в которых можно пренебречь.

Если необходимо выбрать сечение проводника и аппарат защиты к одному электродвигателю, то целью моделирования является определение номинального и пускового значений токов, для нахождения которых вполне достаточно простой детерминированной модели. При этом воздействием на двигатель таких случайных факторов, как температура окружающей среды, качество сборки, степень износа и т.п., ввиду их незначительности с точки зрения изменения значений определяемых токов, с полным основанием можно пренебречь.

Если решается аналогичная задача для группы электродвигателей, учет случайного изменения величины суммарной нагрузки необходим, так как этот фактор оказывает определяющее влияние на значения расчетных и пиковых токов, по которым производится выбор основного электрооборудования. В общем случае, для решения данной задачи необходимо создание стохастической модели.

Надо отметить, что с целью упрощения моделирования, на практике вместо стохастических моделей часто применяют детерминированные, используя в качестве случайной величины ее среднее значение или математическое ожидание.

**Статическое моделирование** служит для описания состояний объекта в фиксированный момент времени, а **динамическое** отображает поведение объекта во времени.

При выборе уставок аппаратов защиты в сетях до 1000 В необходимо определить значения номинального (расчетного), пускового (пикового) и тока короткого замыкания (КЗ). С точки зрения выбора уставок интерес представляют предельные значения токов: максимальный пусковой и минимальный ток КЗ, следовательно, для решения данной задачи достаточно использовать статическую модель.

При разработке схемы пуска крупного электродвигателя от автономной дизель-генераторной установки соизмеримой мощности, необходимо рассмотреть проблемы статической и динамической устойчивости всей системы электроснабжения – в этом случае целесообразным представляется разработка динамической модели устройства.

**Дискретные модели** служат для описания процессов, которые предполагаются дискретными, **непрерывные модели** отображают системы с непрерывными процессами.

Например, процессы изменения величины потребляемой мощности или отклонения напряжения во времени являются непрерывными; процессы изменения количества работающих электроприемников или подключенных трансформаторов являются дискретными.

**По способу представления** (материальной реализации) модели классифицируются на **идеальные** и **материальные**, рис.1.6.

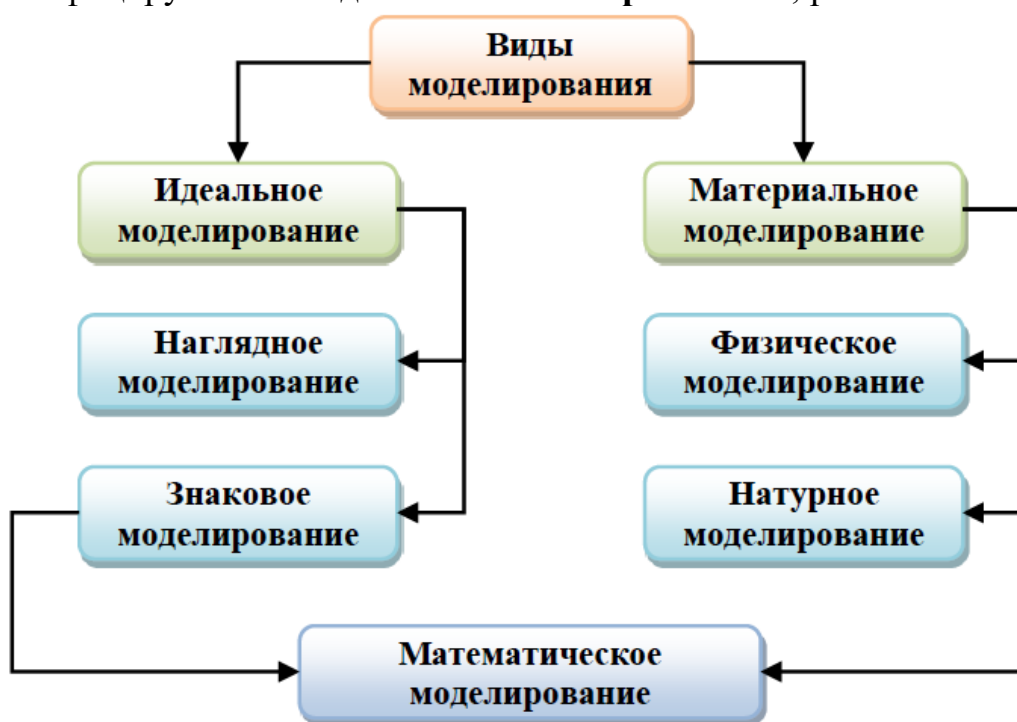


Рисунок 1.6. Классификация моделирования по способу представления

**Идеальное (абстрактное) моделирование** – это моделирование, основанное на аналогии идеальной, мысленной. Идеальное моделирование часто является единственным способом представления объектов, которые либо практически не реализуемы в заданном интервале времени, либо существуют вне условий, возможных для их физического воплощения. *Например, на базе идеального моделирования могут быть проанализированы многие объекты микромира, которые не поддаются физическому эксперименту. Идеальное моделирование может быть реализовано в виде наглядного, символического и математического.*

**Наглядное моделирование** позволяет реализовать наши мысленные представления (гипотезы) в форме тех или иных воображаемых моделей, причем для лучшего зрительного восприятия наглядные модели часто представляют в материальной форме в виде макетов: планетарные модели

атомов и молекул, глобус, модель солнечной системы, объемные модели в архитектуре и т.п.

**Символическая (знаковая) модель** представляет собой искусственно созданный логический объект, который замещает реальный и выражает его основные свойства с помощью определенной системы знаков или символов. К этому виду моделей относятся, прежде всего, алфавит, а также географические карты, химические формулы, диаграммы, чертежи, схемы и т.п.

*Так как математическая модель представляет собой символическую запись, выраженную в форме математических соотношений, математическое моделирование можно с полным правом отнести к данному виду моделирования.*

**Материальное моделирование** – это моделирование, в котором исследование ведется на основании модели, воспроизводящей основные геометрические, физические, динамические и функциональные характеристики изучаемого объекта.

**Физическое моделирование** – это такое моделирование, при котором реальному объекту ставится в соответствие его увеличенный или уменьшенный аналог, имеющий ту же физическую природу. Моделирование проводится на физической модели, а выводы и данные, полученные в результате моделирования, распространяются затем на явление в реальных масштабах. При этом правила перехода от параметров реального процесса к параметрам моделируемого (и наоборот) устанавливаются на основе критериев подобия. Физические модели представляют собой специально созданные, иногда весьма сложные технологические установки, на которых проводятся научные исследования и решаются проектные и эксплуатационные задачи: разного рода стенды, тренажеры и т.п.

Наибольшей достоверностью обладает **натурное моделирование**, когда модельный эксперимент проводится непосредственно на изучаемом объекте, явлении или процессе. При натурном моделировании в объект, подлежащий исследованию, не вносят никаких специальных изменений. К натурному моделированию относят производственный эксперимент, обобщенный производственный опыт, среднестатистические данные о явлениях природы.

*В электроснабжении результаты натурного моделирования используются, например, при расчете электрических нагрузок. Значения безразмерных коэффициентов, характеризующих режимы работы отдельных групп электроприемников по мощности и во времени, определяются из опыта эксплуатации и приводятся в справочниках.*

**При математическом моделировании** реальному объекту ставится в соответствии система математических соотношений (математическая модель), позволяющая получить необходимые сведения о свойствах моделируемого объекта.

**Математическое моделирование** – это средство изучения реального объекта, процесса или системы путем их замены математической моделью, более удобной для проведения необходимых исследований.

**Математическая модель** – это приближенное представление реальных объектов, процессов или систем, выраженное в математических терминах и сохраняющих существенные черты оригинала.

Математические модели в количественной форме, с помощью логико-математических конструкций, описывают основные свойства объекта, процесса или системы, его параметры, внутренние и внешние связи.

Так как с помощью математических выражений можно определить основные геометрические, физические, динамические и функциональные свойства изучаемого объекта, математическое моделирование может быть отнесено к материальным видам моделирования.

Необходимо отметить, что приведенная выше классификация, является достаточно условной в силу размытости самих критериев и способностей моделей выполнять различные функции в соответствии с областью их практического применения.

Например, идеальные наглядные модели, реализованные в виде физических макетов, в некоторых случаях с успехом могут быть использованы и в качестве средства материального моделирования.

*Так, макет новой автомашины, выполненный с соблюдением геометрических пропорций, для автогонщика останется наглядным аналогом, но с точки зрения возможного тюнинга или подбора цветовой гаммы данный макет вполне можно рассматривать как материальную физическую модель.*

### **3. Свойства объектов моделирования.**

Технические объекты имеют самые разнообразные внутренние свойства и взаимодействия с окружающим миром. Рассмотрим внутренние свойства объектов моделирования, которые необходимо учитывать при построении моделей.

Под структурой объекта обычно понимают совокупность элементов, входящих в состав объекта, и связей между ними. Структура математической модели – это совокупность переменных и параметров, записанных в математическом выражении, например

$$z = ax^2 + bx + cy^2 + dy + exy \quad (1.4)$$

Здесь переменными являются величины  $x$ ,  $y$  и  $z$ , а параметрами коэффициенты  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ .

Параметры – это количественные характеристики внутренних свойств объекта, которые отражаются его структурой, а в математической модели они являются коэффициентами, входящими в математическое выражение.

Рассмотрим свойства объектов с точки зрения моделирования.

#### **1) Непрерывность и дискретность**

подавляющее большинство различных технических объектов имеют свойство непрерывности переменных, т.е. свойство принимать несчетное множество сколь угодно близких значений. Состояния этих объектов

описываются макроскопическими физическими величинами: температурой, скоростью, давлением, пространственными координатами, электрическим током и т.п. Математические структуры, адекватно описывающие такие объекты, очевидно, тоже должны быть непрерывными. Поэтому при модельном описании объектов с непрерывными переменными используют главным образом аппараты дифференциальных и интегральных уравнений, передаточные функции, частотные характеристики и др.

Дискретные переменные могут принимать некоторое, практически всегда конечное, число наперед заданных значений. Характерными примерами объектов с дискретными переменными являются релейные переключательные схемы, коммутационные системы АТС, цифровые вычислительные машины. Основой формализованного описания объектов с дискретными переменными является аппарат математической логики. Дискретные методы анализа в настоящее время получили широкое распространение для описания и исследования объектов с непрерывными переменными. При этом вследствие конечности разрядной сетки ЦВМ значения непрерывных величин округляются до дискретных значений, а исходные дифференциальные уравнения в частных производных заменяются эквивалентными конечно-разностными. В отличие от моделей с дискретными переменными по своей сути модели с непрерывными переменными, представленные дискретно, называют дискретизированными.

## **2) Стационарность и нестационарность**

Строго говоря, какие-то изменения имеют место в любом реальном объекте, однако в тех случаях, когда они настолько малы, что могут не учитываться при моделировании, объект рассматривается как стационарный.

Стационарность предполагает неизменность и структуры и параметров объекта. Поэтому стационарный объект описывается математическим выражением, которое включает в себя только постоянные коэффициенты.

Нестационарные объекты имеют в общем случае изменяющиеся во времени структуру и параметры.

В технических объектах приходится сталкиваться с нестационарностью как структуры, так и параметров объекта. Так, например, в электроэнергетической системе в течение времени отключаются и включаются отдельные элементы (линии, трансформаторы, генераторы) и изменяются их параметры в зависимости от различных внешних факторов (температура, влажность, старение изоляции и др.).

Принципиальных затруднений учет нестационарности относительно параметров в математическом описании объекта не вызывает, хотя усложняет модель и ее исследование. В тех случаях, когда появляется необходимость исследовать объекты переменной структуры, общую нестационарную задачу, как правило, расчлняют на ряд стационарных относительно структуры подзадач, решения которых отыскивают отдельно, а затем объединяют в одно.

## **3) Распределенность и сосредоточенность параметров**

В пространственно протяженных объектах, в частности включающих в себя непрерывные среды (газы, жидкости, твердые среды), когда время распространения физических, например колебательных явлений, оказывается соизмеримым с инерционными эффектами, адекватное описание процессов требует учета как временных, так и пространственных координат. Объекты такого рода, средством описания которых служат дифференциальные уравнения в частных производных, относятся к классу объектов с распределенными параметрами. С математической точки зрения объекты с распределенными параметрами представляют собой поле, существующее в пространственно-временном континууме, а переменные соответствующих моделей в общем случае суть функции времени и пространственных координат. Типичными примерами одномерных объектов с распределенными параметрами служат всевозможные «длинные линии»: проводные линии связи, длинные трубопроводы, линии электропередачи на большие расстояния. Примерами моделей двумерного объекта с распределенными параметрами являются сечения различных трубопроводов, кабелей, проводов, где рассматриваются в плоскостях поля температур, плотностей и напряженностей. И, наконец, пространственное электромагнитное поле с его математической моделью – уравнениями Максвелла – представляет собой классический пример трехмерного объекта с распределенными параметрами.

Если пространственной протяженностью можно пренебречь и считать, что независимой переменной протекающих в нем процессов является только время, принято говорить об объекте с сосредоточенными параметрами. К числу таких объектов, которые описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, относится подавляющее большинство механизмов, машин, устройств, а также все системы, у которых расстояния между отдельными элементами практически не влияют на исследуемые свойства.

Математический аппарат строго описывающий объекты с распределенными параметрами, существенно сложнее, чем объекта с сосредоточенными параметрами. Поэтому на практике всегда, где это возможно прибегают к аппроксимации, т.е. заменяют распределенные параметры на сосредоточенные, например разбивая пространство на небольшие элементы (подпространства) или делая корректировку сосредоточенных параметров.

#### **4) Одномерные и многомерные объекты**

Обычно под количеством измерений понимают число выходов (выходных переменных). Для моделирования многомерных объектов используют векторно-матричное представление.

#### **5) Статические и динамические объекты**

Статические объекты находятся как бы в «застывшем» состоянии или рассматриваются в какой-либо момент времени безотносительно того, каким было его состояние в прошлом или будет в будущем. Динамика рассматривает причинно-следственные цепочки и возможность прогнозирования будущих состояний объектов. Каждый динамический



объект имеет свойство последствия (инерции) – состояние движущегося тела в некоторый момент времени определяется не только силами, действующими в тот момент, но и предшествующими воздействиями: состояние объекта имеет предысторию его движения. В дифференциальных уравнениях предыстория объекта задается начальными условиями.

Развитие механики пространственных протяженных сред, а также теории колебаний и волн выявило еще один источник последствия, не связанный непосредственно с инерционными эффектами. Речь идет о конечной скорости распространения механических возмущений, например колебательных в сплошной среде, результатом чего является зависимость текущего состояния некоторой точки от прошлых состояний других точек и, следовательно, объекта в целом.

Нельзя связывать последствия только с традиционными представлениями об инерционных эффектах. Явление последствия имеет более общий характер. Существуют и другие физические явления, например резонанс и запаздывание в каналах связи, которые дают последствия в материальных объектах. Существуют также информационные запаздывания в управляемых системах.

Н. Винер ввел обобщенное представление о зависимости между входной и выходной переменной произвольного объекта в форме

$$x(t) = \hat{A} \left[ u \left( \begin{matrix} t_i \\ t \end{matrix} \right) \right], \quad t_0 \leq t \leq t_i$$

где  $u(t)$ ,  $x(t)$  – вектор-функции входов и соответственно выходов;

$\hat{A}$  – обобщенный оператор объекта;

$t_i - t_0 = \theta$  – интерпретируемый как внутренняя память объекта интервал времени, в пределах которого прошлые состояния объекта оказывают влияние на текущее значение  $x(t_i)$ . При этом очевидно, что условием физической реализуемости объекта является неравенство  $t \leq t_i$ , ибо следствие (выход) в реальной системе не может предшествовать причине (входу).  $\theta$  варьируется в пределах от  $10^{-9}$  до десятков и сотен лет – табл. 1.1.

Таблица 1.1. – Время внутренней памяти объекта.

Тип системы (объекта)	Память	
	Единица измерения	Порядок
Радиоэлектронные системы	с	$10^{-3} \dots 10^{-9}$
Механические и электромеханические системы (машины, агрегаты, генераторы и др.)	с	$10^{-2} \dots 10$
Крупные транспортные системы (суда, ж/д транспорт, нефте- и газопроводы)	мин	1 ... 10
Крупные термические агрегаты (металлургические печи, котлы)	ч	1 ... $10^2$
Производственно-экономические системы	месяцы	$10^{-1} \dots 10$
Крупные производственно-экономические системы	месяцы, год	-
Крупные экосистемы, биосферные процессы	годы, десятилетия	-
Массовые социально-психологические явления (ценностные установки, убеждения, мировоззрения)	столетия	-

### б) Виды физических объектов

Рассматривая объекты моделирования, часто ограничиваются исследованием физических свойств одного рода: тепловых, электрических, магнитных, механических и т.д. Но в тех случаях, когда в объекте происходит передача или преобразование энергии, требуется учет свойств различного рода, например электромагнитных, теплоэлектрических, тепломеханических, электромеханических и др. Математический аппарат, используемый для моделирования различных физических систем, может оказаться одинаковым. Так, например, вращательная механическая система и электрическая цепь с источником ЭДС и конденсатором описываются одинаковыми с точки зрения математики уравнениями.

### *Вопросы для самопроверки*

1. Какое свойство модели является фундаментальным?
2. Как классифицируются модели?
3. Назовите попарно противоположные свойства объектов с точки зрения моделирования.

**Заключительная часть занятия:** Ответить на вопросы, обратить их внимание на необходимость знания изученного материала.

Проверить качество усвоения учебного материала занятия.

Подвести итог занятия, оценить знания и действия.

Выдать задание на самостоятельную работу.

Объявить тему и место проведения очередного занятия, дать команду о наведении порядка в классе и об окончании занятия.

**Доцент кафедры к.т.н. доцент:**

**Максимов В.В**

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 г.

Обсуждено на заседании кафедры « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 г.,

протокол № \_\_\_\_