

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

К Г Э У

**«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

Кафедра № ЭСиС

Экз. № _____

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

по учебной дисциплине

**Б.1.В.ДВ.13. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

ЛЕКЦИЯ:

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ ЭЭС.

ЛИНИЯ ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ЭСиС

Максимов В.В.

« » _____ 201_ г.

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

**по учебной дисциплине «Физико-математическое моделирование
электроэнергетических систем»**

**Лекция: Математические модели элементов ЭЭС. Линия
электропередачи**

Учебные и воспитательные цели:

1. Дать систематизированные знания о физико-математическом моделировании электроэнергетических систем.
2. Воспитывать добросовестное отношение к учебе, стремление к самосовершенствованию, к овладению избранной профессией.

Вид занятия: лекция

Продолжительность занятия: 2 часа.

Структура занятия и расчет времени.

№п/п	Структура занятия	Время, мин
1	Вводная часть	10-15
2	Основная часть 1. Линия электропередачи	70-75
3	Заключительная часть	3-5

Вводная часть занятия: проверить наличие и готовность обучающихся к занятию; провести опрос по пройденному материалу в соответствии с перечнем вопросов и подвести его итоги; объявить тему и учебные цели занятия; обратить внимание обучающихся на важность изучения учебных вопросов занятия, так как знание их может быть востребовано при выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

Основная часть занятия: учебные вопросы занятия изучаются в составе группы с применением диафильма, диапроектора, стендов, плакатов, классной доски, цветных мелков. Изучать материал занятия следует в строгом соответствии с учебной программой и тематическим планом изучения учебной дисциплины.

Наименование учебных вопросов преподаватель объявляет последовательно по мере изложения учебного материала и записывает их на классной доске.

На классной доске следует также записывать номер и название темы и занятия, учебные вопросы, цифровые характеристики, формулы, непонятные и сложные для обучаемых термины, чертить поясняющие схемы. Записи на классной доске вести последовательно и аккуратно.

В ходе изложения учебного материала необходимо контролировать степень усвоения учебного материала путем постановки контрольных и проблемных вопросов.

При изучении учебного материала обучающихся должны вести конспект. Контроль за качеством ведения конспектов преподаватель осуществляет в ходе проведения занятия.

Основная часть занятия:

1. Линия электропередачи

1.1. Конструктивное выполнение и свойства линии электропередачи

В простейшем представлении линия электропередачи – это проводники, протянутые на большое расстояние, по которым передается электрическая энергия. Возможность передачи электроэнергии обусловлена, главным образом, большим напряжением, при котором потери при передаче снижаются до приемлемого уровня.

Конструктивно воздушные ЛЭП представляет собой провода, подвешенные на безопасном расстоянии от земли, или кабели, в которых проводящие жилы изолированы друг от друга и от внешней среды и защищены различными покровами и броней. В зависимости от конструкции ЛЭП называют воздушными (ВЛ) или кабельными линиями (КЛ).

Практически во всем мире для передачи электрической энергии принята система трехфазного переменного тока 50 или 60 Гц. Однако в некоторых случаях применяются другие системы переменного тока и передачи постоянного тока. Будем рассматривать только трехфазные воздушные линии переменного тока высокого напряжения (до 1150 кВ),

передающие электроэнергию на большие расстояния (до нескольких тысяч километров).

Передача электроэнергии по ЛЭП переменного тока обусловлена распространением электромагнитного поля в проводах и окружающем пространстве. Возникновение переменного электростатического поля приводит к появлению токов смещения (зарядных токов), рис. 2.1. Зарядные токи, накладываясь на нагрузочный ток, определяют постепенное изменение тока вдоль линии. Магнитное поле, обусловленное током линии, характеризуется напряженностью, также изменяющейся вдоль линии. Это приводит к наведению ЭДС самоиндукции и взаимоиндукции, неравных для различных участков линии. Неравенство этих ЭДС определяет сложный закон изменения напряжения вдоль линии, в свою очередь, определяющий изменение токов смещения вдоль линии.

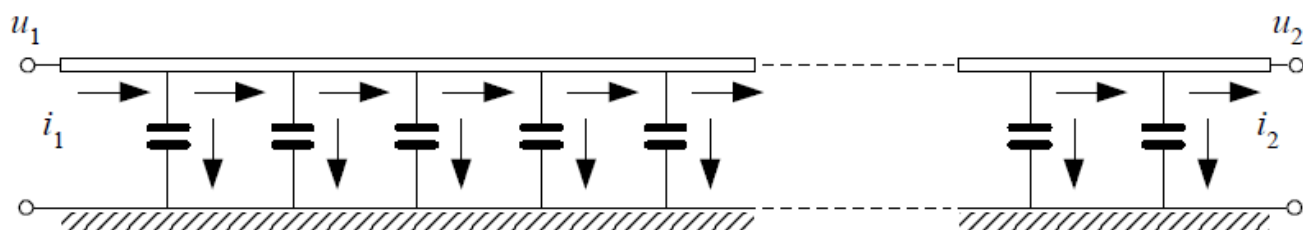


Рис. 2.1. Условное изображение распределения токов вдоль провода ЛЭП

В общем случае ЛЭП следует рассматривать как объект с распределенными вдоль одной пространственной координаты параметрами (вдоль линии). Параметры линии электропередачи, к которым относятся:

- активное сопротивление,
- индуктивность,
- активная проводимость
- и емкость на единицу длины, считают равномерно распределенными вдоль ее длины. Такое *свойство линий называют однородностью*.

Провода ВЛ имеют в качестве проводящего материала алюминий или его сплав. Практически всегда используются сталеалюминиевые провода марки АС. Их удельное сопротивление постоянному току в среднем равно $\rho=29,1 \text{ Ом мм}^2/\text{км}$. **Активное сопротивление** переменному току больше сопротивления постоянному току вследствие поверхностного эффекта, однако, для частоты 50 Гц это различие несущественно. *Активное сопротивление в электрических схемах ЛЭП является параметром, определяющим процесс диссипации (рассеивания) энергии в виде отдачи тепла в окружающее пространство.*

Индуктивность ЛЭП вызвана явлениями самоиндукции и взаимоиндукции фаз линии и определяется в зависимости от диаметра проводов фазы и расстояния между фазами. В практике расчетов

электрических сетей используют индуктивное сопротивление фаз ЛЭП. Погонное индуктивное сопротивление ВЛ 330-1150 кВ x_0 в среднем равно $0,31 \text{ Ом} / \text{км}$.

Вследствие несовершенства изоляции ВЛ и явления короны в местах присоединения проводов к гирляндам изоляторов ВЛ имеют место потери электроэнергии от токов утечки по изоляторам ВЛ и короны. Большое влияние на эти потери оказывает влажность и загрязнение окружающего воздуха. В зависимости от погоды потери от токов утечки и на корону могут изменяться в десятки раз.

Моделирование потерь в изоляции ВЛ можно выполнить с помощью введения **активной проводимости g_0** , величина которой определяется по экспериментальным данным, полученных в результате наблюдений и расчетов существующих ВЛ. Для большинства ВЛ 330-1150 кВ погонная активная проводимость задается в пределах $0,01 \dots 0,1 \text{ мкСм} / \text{км}$.

Емкостные проводимости между фазами и между проводами и землей, грозозащитными тросами и заземленными частями опоры моделируются одним параметром – емкостной проводимостью фазы b_0 . Величина погонной емкостной проводимости ВЛ 330-1150 кВ в среднем составляет $3,5 \text{ мкСм} / \text{км}$.

В цепи с распределенными параметрами **интервал времени** распространения электромагнитных волн вдоль линии сопоставим с интервалом времени, в течение которого токи и напряжения изменяются на заметную величину от полного их изменения.

Другими свойствами линии электропередачи можно считать:

- непрерывность переменных,
- стационарность,
- одномерность в отношении пространства и многомерность в отношении переменных, характеризующих работы линии в разных точках линии,
- статизм или динамичность (в зависимости от исследуемых процессов),
- линейность или нелинейность (в зависимости от уравнений, описывающих режим работы линии) – при этом параметры линии считаются постоянными величинами.

В отношении свойств детерминированности и стохастичности рассматриваются разные подходы к моделированию линии – параметры и переменные могут быть представлены также и случайными величинами.

1.2. Математическая модель линии с распределенными параметрами

Элементы ЭЭС являются, как правило, трехфазными устройствами переменного тока, и ЛЭП имеет три фазы, которые присоединяются к другим

трехфазным элементам сети, например повышающим и понижающим трансформаторам (рис. 2.2, а).

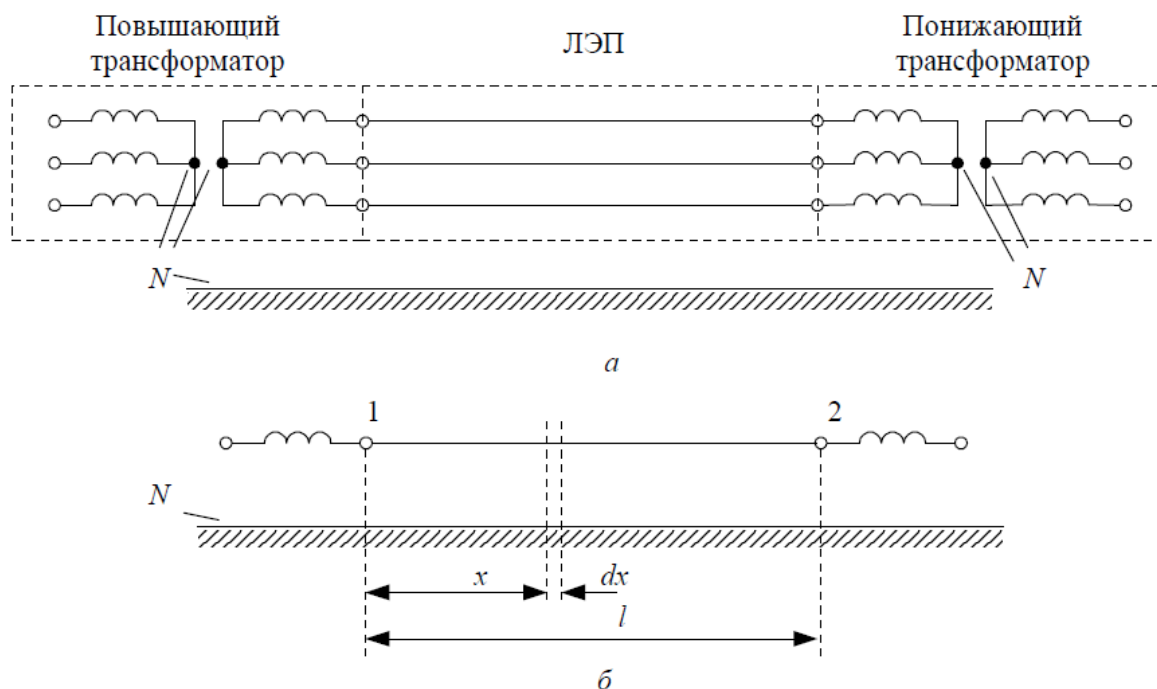


Рис. 2.2. Трехфазная линия электропередачи – (а) и ее однолинейное изображение – (б)

Здесь и далее будем рассматривать только симметричные трехфазные системы, которые вследствие симметрии можно графически изображать в однолинейном виде (рис. 2.2, б), имея в виду, что протекающий по фазе переменный ток замыкается через две другие фазы. Кроме того, трехфазная система имеет нейтраль N , которая технически может отсутствовать, но токи утечки и емкостные токи в линии могут моделироваться посредством введения нейтральной точки (линии, плоскости). На рис. 2.2 соединение обмоток трансформаторов в звезду дает нейтральные точки трехфазной системы, которые могут иметь соединение с землей (заземление).

Выделим в линии на расстоянии x от начала линии (рис.2.2, а, точка 1) участок бесконечно малой длины dx . На этом участке линии электрические параметры можно считать сосредоточенными (рис. 2.3).

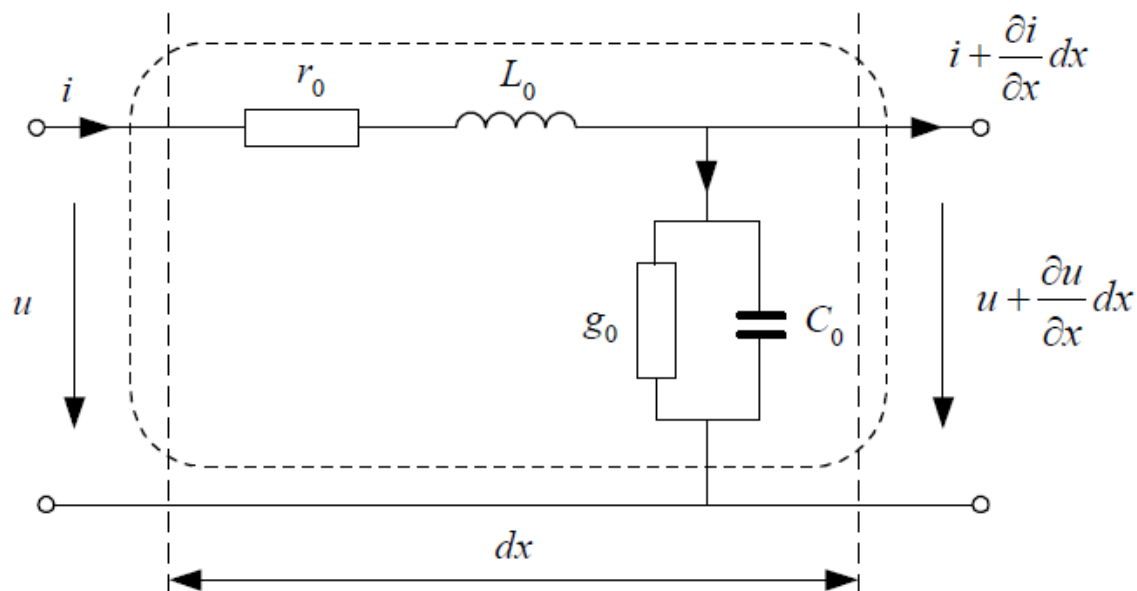


Рис. 2.3. Элементарный отрезок линии

Составим уравнения Кирхгофа для электрической цепи на выделенном участке линии:

$$(-u) + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \right) + \left(r_0 dx i + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t} \right) = 0$$

$$(-i) + \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) + \left(g_0 dx u + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

Или

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = r_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t},$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = g_0 i + C_0 \frac{\partial u}{\partial t}$$

Здесь в C_0 и L_0 учтены влияния соседних фаз линии.

Полученные уравнения являются дифференциальными уравнениями в частных производных – моделью участка линии на микроуровне. Независимыми переменными в них являются время t и одна пространственная координата x .

Используя символический метод представления синусоидальных функций времени комплексными величинами, для действующих значений токов и напряжений можно записать

$$\begin{aligned} -\frac{d\underline{U}}{dx} &= r_0 \underline{I} + j\omega L_0 \underline{I} = (r_0 + j\omega L_0) \underline{I} = \underline{z}_0 \underline{I}, \\ -\frac{d\underline{I}}{dx} &= g_0 \underline{U} + j\omega C_0 \underline{U} = (g_0 + j\omega C_0) \underline{U} = \underline{y}_0 \underline{U} \end{aligned} \quad (2.3.)$$

Полученная система уравнений уже имеет одну независимую переменную x . Обозначим напряжения и токи по концам линии: \underline{U}_1 и \underline{I}_1 при $x = 0$ и \underline{U}_2 и \underline{I}_2 при $x = l$. Тогда из решения системы дифференциальных уравнений (2.3) получим связь между напряжениями и токами по концам линии:

$$\begin{aligned}\underline{U}_{1\phi} &= \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_{2\phi} + \underline{Z}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_{2\phi} + \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2.\end{aligned}\tag{2.4}$$

где $\underline{Z}_c = \sqrt{\frac{(r_0 + jx_0)}{(g_0 + jb_0)}}$ – волновое сопротивление линии;

$\underline{\gamma}_0 = \sqrt{(r_0 + jx_0)(g_0 + jb_0)} = \alpha_0 + j\beta_0$ – коэффициент распространения волны;

α_0 – коэффициент затухания волны;

β_0 – коэффициент фазы.

Полученные уравнения называются уравнениями длинной линии или телеграфными уравнениями.

В (2.4) напряжения записаны в фазных значениях. Однако в трехфазных системах принято указывать линейные значения напряжений, что приводит к пересчету на $\sqrt{3}$ некоторых слагаемых в (2.4):

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_2 + \sqrt{3} \underline{Z}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \frac{1}{\underline{Z}_c \sqrt{3}} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{U}_2 + \operatorname{ch}(\underline{\gamma}_0 l) \underline{I}_2\end{aligned}\tag{2.6}$$

Здесь \underline{I}_1 и \underline{I}_2 – фазные токи линии, увеличенные в $\sqrt{3}$.

Когда необходимо вычислить напряжение и ток в какой-либо другой точке линии, находящейся на расстоянии x от начала линии (рис. 2.4), по напряжению и току в конце, используют модель:

$$\begin{aligned}\underline{U}_x &= \operatorname{ch}[\underline{\gamma}_0 (l - x)] \underline{U}_2 + \underline{Z}_c \operatorname{sh}[\underline{\gamma}_0 (l - x)] \underline{I}_2, \\ \underline{I}_x &= \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{sh}[\underline{\gamma}_0 (l - x)] \underline{U}_2 + \operatorname{ch}[\underline{\gamma}_0 (l - x)] \underline{I}_2.\end{aligned}\tag{2.7}$$

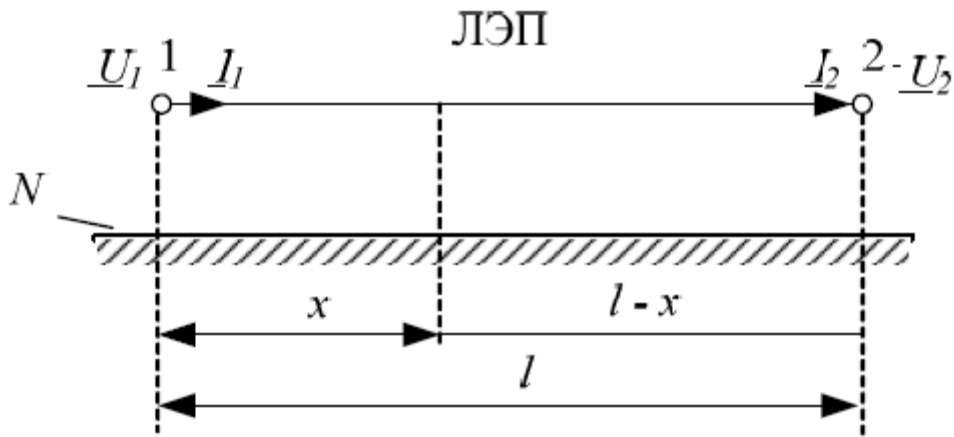


Рис. 2.4. Определение напряжения и тока в точке на линии

Формально напряжение и ток в любой точке линии можно рассматривать как результат наложения двух волн, движущихся в противоположные стороны. С течением времени волна напряжения перемещается от начала линии к ее концу; она носит название прямой или падающей волны. Волна напряжения, которая перемещается от конца линии к ее началу, носит название обратной или отраженной волны.

Расчеты показывают, что для воздушных линий электропередачи при частоте $f = 50$ Гц коэффициент фазы $\beta_0 \approx 0,001$ рад/км (0,06 град/км). С помощью этого значения можно найти длину прямой и обратной волн.

Введем понятие длины волны напряжения и тока λ , равной расстоянию между двумя точками линии, в которых фазы напряжения (тока) падающей или отраженной волны напряжения (тока) различаются на 2π .

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta_0} \quad (2.8.)$$

Где $\beta_0 = \text{Im}(\underline{\gamma}_0)$ - коэффициент фазы.

Скорость перемещения падающей волны вдоль линии называется фазовой скоростью волны. Это скорость перемещения точки, фаза колебания в которой остается постоянной

$$\frac{dx}{dt} = v_\phi = \frac{\omega}{\beta_0} \quad (2.9.)$$

Из этого соотношения с учетом $\omega = 2\pi f$, получим более точное значение коэффициента фазы

$$\beta_0 = \frac{\omega}{v_\phi} = \frac{314}{300000} = 1,0466 \cdot 10^{-3} \text{ рад/км} \quad (2.10)$$

И длина волны

$$\lambda = \frac{2\pi v_\phi}{\omega} = \frac{v_\phi}{f} = \frac{300000}{50} = 6000 \text{ км} \quad (2.11.)$$

Линии с длиной $l = \lambda = 6000$ км называют волновыми, а с $l = \lambda / 2 = 3000$ км – полуволновыми линиями.

Для упрощения исследований режимов работы ЛЭП сверхвысокого напряжения иногда пользуются уравнениями идеальной линии, в которой активные параметры считаются равными нулю: $r_0 = 0$, $g_0 = 0$. Очевидно, что при этом $\alpha_0 = 0$.

С учетом

$$\begin{aligned} sh(j\beta_0 l) &= j \sin(\beta_0 l), \\ ch(j\beta_0 l) &= \cos(\beta_0 l) \end{aligned} \quad (2.12.)$$

Получим математическую модель идеальной линии

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \cos(\beta_0 l) \underline{U}_2 + jZ_c \sin(\beta_0 l) \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= j \frac{1}{Z_c} \sin(\beta_0 l) \underline{U}_2 + \cos(\beta_0 l) \underline{I}_2 \end{aligned} \quad (2.13.)$$

1.3. Математические модели линии в виде схем замещения

Систему уравнений (2.6) можно представить как уравнения четырехполюсника (рис. 2.5).

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A} \underline{U}_2 + \underline{B} \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \underline{C} \underline{U}_2 + \underline{D} \underline{I}_2 \end{aligned} \quad (2.14.)$$

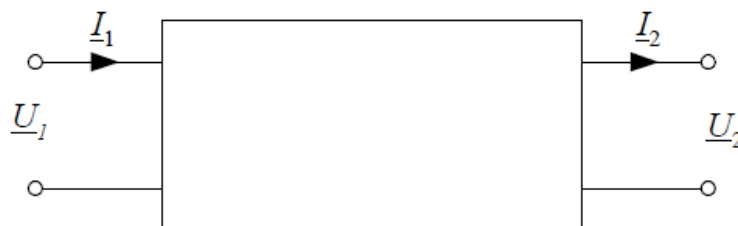


Рис. 2.5. Четырехполюсник

Здесь $\underline{A} = \underline{D} = ch(\underline{\gamma}_0 l)$; $\underline{B} = \underline{Z}_c sh(\underline{\gamma}_0 l)$; $\underline{C} = \frac{1}{\underline{Z}_c} sh(\underline{\gamma}_0 l)$, что

позволяет считать данный четырехполюсник симметричным.

В практике расчетов удобно пользоваться П-образной схемой замещения линии (рис. 2.6).

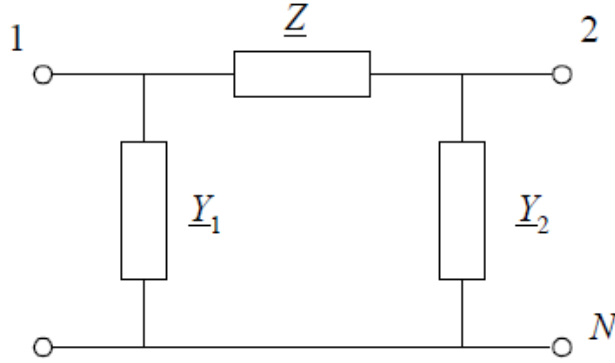


Рис. 2.6. П-образная схема замещения ЛЭП

Найдем соотношения, связывающие параметры П-образной схемы замещения \underline{Z} , \underline{Y}_1 и \underline{Y}_2 с параметрами модели длинной линии (2.6).

Запишем выражение, связывающее напряжения в начале \underline{U}_1 и конце \underline{U}_2 П-образной схемы замещения

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + \underline{\Delta U} = \underline{U}_2 + \underline{Z} \underline{I}_Z, \quad (2.15.)$$

где \underline{U} – падение напряжения в продольной ветви на параметре \underline{Z} схемы замещения; \underline{I}_Z – ток в ветви с параметром \underline{Z} .

Соотношения между токами в ветвях схемы замещения получаются из первого закона Кирхгофа:

$$\begin{aligned} \underline{I}_Z &= \underline{I}_2 + \underline{I}_{\gamma_2}, \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_Z + \underline{I}_{\gamma_1} \end{aligned} \quad (2.16.)$$

Токи в поперечных ветвях с \underline{Y}_1 и \underline{Y}_2 вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Y_1} &= \underline{Y}_1 \underline{U}_1, \\ \underline{I}_{Y_2} &= \underline{Y}_2 \underline{U}_2 \end{aligned} \quad (2.17.)$$

Подставим ток \underline{I}_Z из (2.16) в (2.15) и с учетом (2.17) будем иметь

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{U}_2 + \underline{Z}\underline{I}_2 = \underline{U}_2 + \underline{Z}(\underline{I}_2 + \underline{I}_{Y_2}) = \\ &= \underline{U}_2 + \underline{Z}\underline{I}_2 + \underline{Z}\underline{Y}_2\underline{U}_2 = (1 + \underline{Z}\underline{Y}_2)\underline{U}_2 + \underline{Z}\underline{I}_2.\end{aligned}\quad (2.18)$$

Теперь запишем соотношение для тока в начале схемы замещения \underline{I}_1 , выразив его также через напряжение и ток конца схемы замещения. Подставив в выражение для тока \underline{I}_1 из (2.16) выражения для тока \underline{I}_2 и тока \underline{I}_{Y_1} , получим

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{I}_Z + \underline{I}_{Y_1} = \underline{I}_2 + \underline{I}_{Y_1} + \underline{I}_{Y_2} = \\ &= \underline{I}_2 + \underline{Y}_1\underline{U}_1 + \underline{Y}_2\underline{U}_2.\end{aligned}\quad (2.19)$$

Подставим в это выражение \underline{U}_1 из (2.18), будем иметь

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{I}_2 + \underline{Y}_1[(1 + \underline{Z}\underline{Y}_2)\underline{U}_2 + \underline{Z}\underline{I}_2] + \underline{Y}_2\underline{U}_2 = \\ &= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_1\underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2)\underline{U}_2 + (1 + \underline{Z}\underline{Y}_1)\underline{I}_2.\end{aligned}\quad (2.20)$$

Окончательно получаем систему уравнений для П-образной схемы замещения:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= (1 + \underline{Z}\underline{Y}_2)\underline{U}_2 + \underline{Z}\underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_1\underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2)\underline{U}_2 + (1 + \underline{Z}\underline{Y}_1)\underline{I}_2.\end{aligned}\quad (2.21)$$

Модель (2.21) по своей структуре совпадает с уравнениями четырехполюсника (2.14). Из этого, с учетом вида модели длинной линии (2.6), следует, что

$$\begin{aligned}\underline{A} &= (1 + \underline{Z}\underline{Y}_2) = \text{ch}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{B} &= \underline{Z} = \underline{Z}_c \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{C} &= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_1\underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2) = \frac{1}{\underline{Z}_c} \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{D} &= (1 + \underline{Z}\underline{Y}_1) = \text{ch}(\underline{\gamma}_0 l).\end{aligned}\quad (2.22)$$

Решение (2.22) относительно параметров П-образной схемы замещения дает:

$$\begin{aligned}\underline{Z} &= \underline{Z}_c \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= \frac{\text{ch}(\underline{\gamma}_0 l) - 1}{\underline{Z}_c \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)}.\end{aligned}\quad (2.23)$$

Используя известные математические соотношения

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}(x) &= 2\operatorname{sh}\left(\frac{x}{2}\right)\operatorname{ch}\left(\frac{x}{2}\right), \\ \operatorname{ch}(x) &= 2\operatorname{sh}^2\left(\frac{x}{2}\right) + 1, \end{aligned} \quad (2.24)$$

Получаем

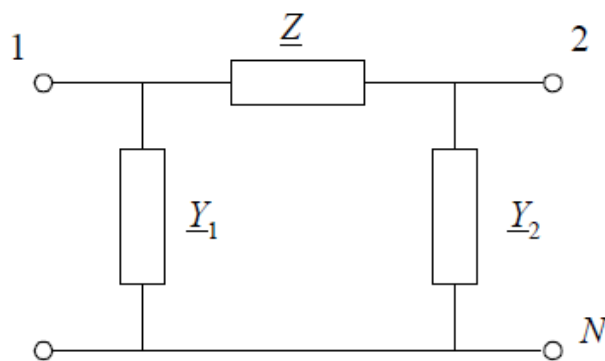
$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Для идеальной линии параметры Π -образной схемы замещения получаются в виде:

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= jZ_c \sin(\beta_0 l), \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= j \frac{1}{Z_c} \operatorname{tg} \frac{\beta_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

1.4. Упрощенные модели ЛЭП

Для Π -образной схемы замещения ЛЭП (рис. 2.6) в п. 2.1.3 было получено



$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \underline{Z}_c \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l), \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= \frac{1}{\underline{Z}_c} \operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Величины составляющих комплексного параметра $\gamma_0 = \alpha_0 + j\beta_0$ для линий сверхвысокого напряжения имеют порядок: $\alpha_0 - 10^{-5}$ и $\beta_0 - 10^{-3}$. Поэтому когда длина линии l невелика, приближенно можно принять

$$\begin{aligned} \operatorname{sh}(\underline{\gamma}_0 l) &\approx \underline{\gamma}_0 l, \\ \operatorname{th} \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2} &\approx \frac{\underline{\gamma}_0 l}{2}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Следовательно, для параметров П-образной схемы замещения с математической моделью длинной линии получаем

$$\begin{aligned} \underline{Z} &= \sqrt{\frac{\underline{z}_0}{\underline{y}_0}} \sqrt{\underline{z}_0 \underline{y}_0} \cdot l = \underline{z}_0 l = (r_0 + jx_0)l, \\ \underline{Y}_1 = \underline{Y}_2 &= \frac{1}{\sqrt{\frac{\underline{z}_0}{\underline{y}_0}}} \frac{\sqrt{\underline{z}_0 \underline{y}_0}}{2} l = \frac{\underline{y}_0}{2} = \frac{(g_0 + jb_0)}{2} l. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Подставим в уравнения для П-образной схемы замещения (2.21) полученные значения (2.29)

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= (1 + \underline{Z}\underline{Y}_2) \underline{U}_2 + \underline{Z}\underline{I}_2 = \left(1 + \frac{\underline{z}_0 l \underline{y}_0 l}{2} \right) \underline{U}_2 + \underline{z}_0 l \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= (\underline{Y}_1 + \underline{Y}_1 \underline{Z}\underline{Y}_2 + \underline{Y}_2) \underline{U}_2 + (1 + \underline{Z}\underline{Y}_1) \underline{I}_2 = \\ &= \left(\underline{y}_0 l + \frac{\underline{y}_0 l \underline{z}_0 l \underline{y}_0 l}{4} \right) \underline{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{z}_0 l \underline{y}_0 l}{2} \right) \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (2.30)$$

или окончательно

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2} \right) \underline{U}_2 + \underline{z}_0 l \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \underline{y}_0 l \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{4} \right) \underline{U}_2 + \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2} \right) \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Полученные уравнения являются упрощенной математической моделью ЛЭП, в которой не учитывается распределенность параметров, а сосредоточенные сопротивления и проводимости вычисляются по (2.29).

Для совсем коротких линий второе слагаемое в выражении $\left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}\right)$ является очень маленьким, в следствии того, чтобы проводимость \underline{y}_0 имеет порядок $10^{-6} \dots 10^{-4}$. Тогда уравнения (2.31) приобретают еще более простой вид

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 + \underline{z}_0 l \underline{I}_2, \\ \underline{I}_1 &= \underline{y}_0 l \underline{U}_2 + \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Такая модель соответствует Г-образной схеме замещения линии, в которой только одна поперечная ветвь $\underline{Y}_1 = \underline{y}_0 l$.

Все математические модели ЛЭП удобно сопоставлять в табличной форме записи параметров четырехполюсника, табл. 2.3. Распределенность параметров в двух последних моделях не учитывается. В других случаях пренебрегают либо сопротивлениями токоведущих жил линии (активным или реактивным), либо емкостной проводимостью между фазами линии.

Таблица 2.3

Коэффициенты четырехполюсника моделей ЛЭП

Модель	<u>A</u>	<u>B</u>	<u>C</u>	<u>D</u>
Уравнения длинной линии	$\text{ch}(\underline{\gamma}_0 l)$	$\underline{Z}_C \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)$	$\frac{1}{\underline{Z}_C} \text{sh}(\underline{\gamma}_0 l)$	$\text{ch}(\underline{\gamma}_0 l)$
Уравнения идеальной линии	$\cos(\beta_0 l)$	$j \underline{Z}_C \sin(\beta_0 l)$	$j \frac{1}{\underline{Z}_C} \sin(\beta_0 l)$	$\cos(\beta_0 l)$
Модель с сосредоточенными параметрами П-образной схемы замещения	$1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}$	$\underline{z}_0 l$	$\underline{y}_0 l \left(1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{4}\right)$	$1 + \frac{\underline{z}_0 \underline{y}_0 l^2}{2}$
Модель с сосредоточенными параметрами Г-образной схемы замещения	1	$\underline{z}_0 l$	$\underline{y}_0 l$	1

Заключительная часть занятия: Ответить на вопросы, обратить их внимание на необходимость знания изученного материала.

Проверить качество усвоения учебного материала занятия.

Подвести итог занятия, оценить знания и действия.

Выдать задание на самостоятельную работу.

Объявить тему и место проведения очередного занятия, дать команду о наведении порядка в классе и об окончании занятия.

Доцент кафедры к.т.н. доцент:

Максимов В.В

«___» _____ 201 г.

Обсуждено на заседании кафедры «___» _____ 201 г.,

протокол № ____