

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования**

К Г Э У

**«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**

(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

Кафедра № ЭСиС

Только для преподавателей

Экз. № _____

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

по учебной дисциплине

**Б.1.В.ДВ.13. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

Практическое занятие:

МЕТОД НЬЮТОНА И ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ЭСиС

Максимов В.В.

« » _____ 201_ г.

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

**по учебной дисциплине «Физико-математическое моделирование
электроэнергетических систем»**

Практическое занятие:

**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ РАСЧЁТЫ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ. МЕТОД
НЬЮТОНА И ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ.**

Учебные и воспитательные цели:

1. Дать систематизированные знания о физико-математическом моделировании электроэнергетических систем.
2. Освоить приёмы основных вероятностных расчётов в электроэнергетических задачах

Вид занятия: Практическое занятие.

Продолжительность занятия: 2 часа.

Структура занятия и расчет времени.

№п/п	Структура занятия	Время, мин
1	Вводная часть	10-15
2	Основная часть 1. Решение задач.	70-75
3	Заключительная часть	3-5

Вводная часть занятия: проверить наличие и готовность обучающихся к занятию; провести опрос по пройденному материалу в соответствии с перечнем вопросов и подвести его итоги; объявить тему и учебные цели занятия; обратить внимание обучающихся на важность изучения учебных вопросов занятия, так как знание их может быть

востребовано при выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

Основная часть занятия: учебные вопросы занятия изучаются в составе группы с применением диафильма, диапроектора, стендов, плакатов, классной доски, цветных мелков. Изучать материал занятия следует в строгом соответствии с учебной программой и тематическим планом изучения учебной дисциплины.

Наименование учебных вопросов преподаватель объявляет последовательно по мере изложения учебного материала и записывает их на классной доске.

На классной доске следует также записывать номер и название темы и занятия, учебные вопросы, цифровые характеристики, формулы, непонятные и сложные для обучаемых термины, чертить поясняющие схемы. Записи на классной доске вести последовательно и аккуратно.

В ходе изложения учебного материала необходимо контролировать степень усвоения учебного материала путем постановки контрольных и проблемных вопросов.

При изучении учебного материала обучающихся должны вести конспект. Контроль за качеством ведения конспектов преподаватель осуществляет в ходе проведения занятия.

Основная часть занятия:

Для системы нелинейных алгебраических уравнений:

- записать матрицу Якоби;
- сформировать вектор невязок (небаланса) и рассчитать его численное значение при заданных начальных приближений искомых переменных;
- привести уравнения к итерационной форме для метода простой итерации

$$\begin{cases} x^2y + 5x + 8y^3 = 48,875 & x^{(0)} = 3 \\ 2y + 12y^3x^2 + 3,875 = 260 & y^{(0)} = 3 \end{cases}$$

Решение: Запишем линеаризованную систему в форме $f'(x) \cdot \Delta x = -f(x)$ (1.1)

$$\begin{cases} \frac{\partial f_1}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_1}{\partial y} \Delta y = f_1(x; y) \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f_2}{\partial y} \Delta y = f_2(x; y) \end{cases} \quad (1.2)$$

Раскрывая в (1.2) содержание частных производных, получим

$$\begin{cases} (2xy + 5)\Delta x + 24y^2\Delta y = -f_1(x; y) \\ 24xy^3\Delta x + (2 + 36y^2x^2)\Delta y = -f_2(x; y) \end{cases} \quad (1.3)$$

- Основная матрица системы (1.3) и является *матрицей Якоби*:

$$W(x; y) = \begin{pmatrix} 2xy + 5 & 24y^2 \\ 24xy^3 & 2 + 36y^2x^2 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

- Вектор невязок функций

$$f_1(3;3) = 3^3 \cdot 3 + 5 \cdot 3 + 8 \cdot 3^3 - 48,875 = 209,125$$

$$f_2(3;3) = 2 \cdot 3 + 12 \cdot 3^3 \cdot 3^2 + 3,875 - 260 = 2665,875$$

весьма велик, что

свидетельствует о достаточно грубом начальном приближении.

Определитель матрицы Якоби (*якобиан*)

$$W(3;3) = \Delta = \begin{vmatrix} 2 \cdot 3 \cdot 3 + 5 & 24 \cdot 3^2 \\ 24 \cdot 3 \cdot 3^3 & 2 + 36 \cdot 3^2 \cdot 3^2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 23 & 216 \\ 1944 & 2918 \end{vmatrix} = -352790$$

достаточно велик, что свидетельствует о высокой сходимости процесса итерации.

- Приведём уравнения к виду $x_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n);$ $x_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$ удобному для итерации:

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{48,875 - 5x - 8y^3}{y}} = f_1(x; y) \\ y = \sqrt[3]{\frac{1}{12} \left(\frac{260 - 3,875 - 2y}{x^2} \right)} = f_2(x; y) \end{cases} \quad (1.5)$$

и проверим условия сходимости согласно условию $1 \geq \sum_{j=1}^n \left| \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right| (i = 1, 2, \dots, n)$ -

листинг решения в среде MathCad приведён ниже:

$$f1(x,y) := \sqrt{\frac{48.875 - 5x - 8y^3}{y}}$$

$$f2(x,y) := \sqrt[3]{\frac{1}{12} \cdot \left(\frac{260 - 3.875 - 2y}{x^2} \right)}$$

$$\frac{\partial f1(x,y)}{\partial x} \rightarrow -\frac{5}{2 \cdot y \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot x + 8 \cdot y^3 - 48.875}{y}}}$$

$$\frac{\partial f1(x,y)}{\partial y} \rightarrow -\frac{24 \cdot y - \frac{5 \cdot x + 8 \cdot y^3 - 48.875}{y^2}}{2 \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot x + 8 \cdot y^3 - 48.875}{y}}}$$

$$\frac{\partial f2(x,y)}{\partial x} \rightarrow -\frac{2 \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot y - 256.125}{12 \cdot x^2}}}{3 \cdot x}$$

$$\frac{\partial f2(x,y)}{\partial y} \rightarrow \frac{2 \cdot \sqrt[3]{\frac{2 \cdot y - 256.125}{12 \cdot x^2}}}{3 \cdot (2 \cdot y - 256.125)}$$

$$x := 3 \quad y := 3$$

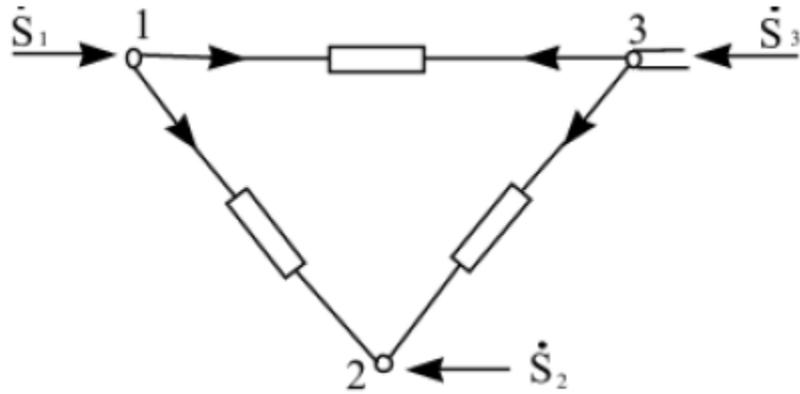
$$\lambda1 := \left| \frac{\partial f1(x,y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f1(x,y)}{\partial y} \right| = 3.429 \quad \lambda2 := \left| \frac{\partial f2(x,y)}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f2(x,y)}{\partial y} \right| = 0.298$$

Расчёт установившегося режима

Для трёхузловой схемы (рис. 2), содержащей чисто реактивные сопротивления ветвей, на базе нелинейных уравнений узловых напряжений с вещественными переменными в форме баланса токов рассчитать:

- векторы напряжений узлов 1, 2;
- определить потери реактивной мощности в схеме;
- проверить баланс активных мощностей по схеме.

Метод решения: простой итерации, Зейделя, простой итерации на основе обратной матрицы проводимостей, Ньютона – выбрать по своему усмотрению.



P_1 , МВт	Q_1 , МВар	P_2 , МВт	Q_2 , МВар	X_{12} , Ом	X_{13} , Ом	X_{23} , Ом	U_3 , кВ
70	28	-261	-240	8	12	22	240

Примечания:

- 1) для задающей мощности знак (+) соответствует генерации, знак (-) – нагрузке;
- 2) балансирующий узел № 3.

Решение: будем проводить по методу обратной матрицы

1. Математическая модель режима схемы.

Учитывая отсутствие активных сопротивлений, режим будет описываться двумя матричными уравнениями: $B'U'' = I'(U)$; $B'U' = -I''(U) + B_{i0} + U_{i0}$.

$$(2.1)$$

Применительно к рассматриваемой схеме, с учетом того, что узел 3 является балансирующим, имеем

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -I''_1 \\ -I''_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{13} \\ b_{23} \end{pmatrix} \cdot U_3; \quad \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix}; \quad (2.2)$$

В рассматриваемой схеме отсутствуют поперечные проводимости узлов на землю. Это упрощает запись расчетных выражений (2.2), которые, с учетом $B^{-1} = Z$ принимают следующий вид:

$$\begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix}^{(k+1)} = (B^{-1}) \begin{pmatrix} -I''_1 \\ -I''_2 \end{pmatrix}^{(k)} + \begin{pmatrix} U_3 \\ U_3 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix}^{(k+1)} = (B^{-1}) \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix}^{(k)} \quad (2.3)$$

Вещественные и мнимые составляющие токов I'_i, I''_i рассчитываются по формулам: $I'_i = \frac{P_i U'_i + Q_i U''_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2}$ - вещественная часть задающего тока;

(2.4)

$$I''_i = \frac{P_i U''_i + Q_i U'_i}{(U'_i)^2 + (U''_i)^2} - \text{мнимая часть задающего тока.}$$

2. Расчет матрицы B^{-1}

С учетом отсутствия в схеме активных сопротивлений взаимные и собственные проводимости являются чисто реактивными:

$$b_{12} = \frac{1}{X_{12}} = 0,125 \text{ См}; \quad b_{13} = \frac{1}{X_{13}} = 0,083 \text{ См}; \quad b_{23} = \frac{1}{X_{13}} = 0,045 \text{ См}$$

$$b_{11} = b_{12} + b_{13} = 0,208 \text{ См}; \quad b_{22} = b_{21} + b_{23} = 0,17 \text{ См}; \quad b_{12} = b_{21}$$

$$b_{12} = \frac{1}{X_{12}} = 0,125 \text{ См}; \quad b_{13} = \frac{1}{X_{13}} = 0,083 \text{ См}; \quad b_{23} = \frac{1}{X_{13}} = 0,045 \text{ См}$$

$$b_{11} = b_{12} + b_{13} = 0,208 \text{ См}; \quad b_{22} = b_{21} + b_{23} = 0,17 \text{ См}; \quad b_{12} = b_{21}$$

Рассчитываем обратную матрицу

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,208 & -0,125 \\ -0,125 & 0,17 \end{pmatrix}; \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} 8,5714286 & 6,2857143 \\ 6,2857143 & 10,47619 \end{pmatrix}$$

3. Итерационный процесс. Первое приближение

Принимаем $U'_1 = U'_2 = 240 \text{ кВ}$; $U''_1 = U''_2 = 0 \text{ кВ}$

- По (2.4) получаем следующее:

$$I'_1 = \frac{P_1 U'_1 + Q_1 U''_1}{U_1^2} = 0,292 \text{ кА}; \quad I''_1 = \frac{P_1 U''_1 + Q_1 U'_1}{U_1^2} = 0,117 \text{ кА}$$

$$I'_2 = \frac{P_2 U'_2 + Q_2 U''_2}{U_2^2} = -1,087 \text{ кА}; \quad I''_2 = \frac{P_2 U''_2 + Q_2 U'_2}{U_2^2} = -1 \text{ кА}$$

- На основе (2.3) получаем первое приближение составляющих напряжений

$$\begin{pmatrix} U'_1 \\ U'_2 \end{pmatrix}^{(1)} = B^{-1} \begin{pmatrix} I'_1 \\ I'_2 \end{pmatrix}^{(0)} + \begin{pmatrix} U_3 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 234,714 \\ 230,257 \end{pmatrix} \text{ кВ};$$

$$\begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix}^{(1)} = B^{-1} \begin{pmatrix} I''_1 \\ I''_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,336 \\ -9,56 \end{pmatrix} \text{ кВ}$$

и соответствующие им модули:

$$U_1 = \sqrt{(U_1')^2 + (U_1'')^2} = 234,754 \text{кВ}; \quad U_2 = \sqrt{(U_2')^2 + (U_2'')^2} = 230,455 \text{кВ}$$

Второе приближение

- Уточняем задающие токи:

$$I_1' = 0,296 \text{кА}; \quad I_1'' = 0,114 \text{кА}$$

$$I_2' = -1,088 \text{кА}; \quad I_2'' = -0,994 \text{кА}$$

- уточняем вещественную и мнимую составляющие напряжений :

$$U_1' = 234,73 \text{кВ}; \quad U_1'' = -4,305 \text{кВ}$$

$$U_2' = 230,306 \text{кВ}; \quad U_2'' = -9,452 \text{кВ}$$

- и модули напряжений:

$$U_1 = 234,769 \text{кВ}; \quad U_2 = 230,504 \text{кВ}$$

Для получения решения с тремя верными знаками после запятой продолжаем итерационный процесс, результаты которого представлены в табл. 2.1

Таблица 2.1 Результаты расчёта

№ итерации	0	1	2	3	4	5
U_1' , кВ	240	234,714	234,73	234,728	234,731	234,731
U_1'' , кВ	0	-4,336	-4,305	-4,306	-4,304	-4,304
U_2' , кВ	240	230,257	230,306	230,303	230,308	230,308
U_2'' , кВ	0	-9,56	-9,452	-9,545	-9,54	-9,54
I_1' , кА		0,292	0,296	0,296	0,296	0,296
I_1'' , кА		0,117	0,114	0,114	0,114	0,114
I_2' , кА		-1,087	-1,088	-1,089	-1,088	-1,088
I_2'' , кА		-1	-0,994	-0,994	-0,993	-0,993

Из расчётов следует, что начиная с 4^{ой} итерации результаты не изменяются, за решение принимаем результаты 5^{ой} итерации. Таким образом,

$$\bar{U}_1 = U_1' + jU_1'' = (234,731 - j4,304) \text{кВ} = 234,77e^{-j0,01^\circ} \text{кВ}$$

$$\bar{U}_2 = U_2' + jU_2'' = (230,308 - j9,54) \text{кВ} = 230,505e^{-j0,04^\circ} \text{кВ}$$

4. Расчёт потерь реактивной мощности в схеме:

- условия баланса задающих токов в схеме

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0;$$

- ток балансирующего узла

$$\bar{I}_3 = -(\bar{I}_1 + \bar{I}_2) = 0,792 + j0,88 \text{ кА} = 1,184 e^{j47.99^\circ} \text{ кА}$$

- Мощность балансирующего узла

$\bar{S}_3 = U_3 I^* = 240 \cdot 1,184 e^{-j47.99^\circ} = 190,154 - j211,118 \text{ МВар} = 284,129 e^{-j47.99^\circ} \text{ МВар}$ - является генерацией.

- потери мощности схемы равны разности мощностей генерации и нагрузок; для принятых положительных направлений (см. рис. 2.1) потери равны сумме задающих мощностей схемы:
 $\Delta Q_\Sigma = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 28 + 240 - 211,118 = 56,882 \text{ МВар}$ или 21,22% от мощности генерации, $\Delta P_\Sigma = P_1 + P_2 + P_3 = 70 + 190,154 - 261 = -0,861 \approx 0$, т.е. потери активной мощности практически отсутствуют в силу неучёта активных сопротивлений.

ORIGIN := 1

$X_{12} := 8 \quad X_{13} := 12 \quad X_{23} := 22 \quad U_3 := 240$

$b_{12} := \frac{1}{X_{12}} = 0.125 \quad b_{13} := \frac{1}{X_{13}} = 0.083 \quad b_{23} := \frac{1}{X_{23}} = 0.045$

$b_{11} := b_{12} + b_{13} = 0.208 \quad b_{22} := b_{12} + b_{23} = 0.17$

$B := \begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.208 & -0.125 \\ -0.125 & 0.17 \end{pmatrix} \quad b_{21} := b_{12}$

$B^{-1} \text{ float, 8} \rightarrow \begin{pmatrix} 8.5714286 & 6.2857143 \\ 6.2857143 & 10.47619 \end{pmatrix}$

Исходные данные:

$P_1 := 70 \text{ МВт}; \quad Q_1 := 28 \text{ МВар}; \quad P_2 := -261 \text{ МВт}; \quad Q_2 := -240 \text{ МВар};$
 $U''_1 := 234.731 \text{ кВ}; \quad U''_2 := 230.308 \text{ кВ}; \quad U''_1 := -4.304 \text{ кВ}; \quad U''_2 := -9.54 \text{ кВ}$
 $U_1 := 234.77 \quad U_2 := 230.505$

Расчёт:

$\Gamma_1 := \frac{P_1 \cdot U''_1 + Q_1 \cdot U''_1}{U_1^2} = 0.296 \text{ A}; \quad \Gamma'_1 := \frac{P_1 \cdot U''_1 + Q_1 \cdot U''_1}{U_1^2} = 0.114 \text{ A}$
 $\Gamma_2 := \frac{P_2 \cdot U''_2 + Q_2 \cdot U''_2}{U_2^2} = -1.088 \text{ A}; \quad \Gamma'_2 := \frac{P_2 \cdot U''_2 + Q_2 \cdot U''_2}{U_2^2} = -0.993 \text{ A}$

$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} := B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_3 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 234.731 \\ 230.308 \end{pmatrix} \text{ кВ - итерации вещественных частей}$
напряжений;
 $\begin{pmatrix} U''_1 \\ U''_2 \end{pmatrix} := B^{-1} \cdot \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4.304 \\ -9.54 \end{pmatrix} \text{ кВ - итерации мнимых частей напряжений.}$

$U_1 := \sqrt{(U_1'')^2 + (U''_1)^2} = 234.77 \text{ кВ - модуль напряжения } U_1;$
 $U_2 := \sqrt{(U_2'')^2 + (U''_2)^2} = 230.505 \text{ кВ - модуль напряжения } U_2;$
 $U_1 := U_1 + i \cdot U''_1$
 $U_2 := U_2 + i \cdot U''_2$

$h(U_1) \rightarrow \begin{pmatrix} 234.73077721596218 & -4.3038169697119928 \\ 234.77022940083022928 & \frac{-0.018333065808918215444}{\text{deg}} \end{pmatrix}$
 $h(U_2) \rightarrow \begin{pmatrix} 230.30772477000087 & -9.5404534965936829 \\ 230.5052458007303983 & \frac{-0.041401138114461009512}{\text{deg}} \end{pmatrix}$

Заключительная часть занятия: Ответить на вопросы, обратить их внимание на необходимость знания изученного материала.

Проверить качество усвоения учебного материала занятия.

Подвести итог занятия, оценить знания и действия.

Выдать задание на самостоятельную работу.

Объявить тему и место проведения очередного занятия, дать команду о наведении порядка в классе и об окончании занятия.

Доцент кафедры к.т.н. доцент:

Максимов В.В

« ___ » _____ 201 г.

Обсуждено на заседании кафедры « ___ » _____ 201 г.,

протокол № ____