МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

К Г Э У

«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

Кафедра № ЭСиС

Только для преподавателей Экз. № ____

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

по учебной дисциплине

Б.1.В.ДВ.13. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Практическое занятие:

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ РАСЧЁТЫ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ЭСиС

Максимов В.В.

«   »____________ 201_ г.

УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

по учебной дисциплине «Физико-математическое моделирование электроэнергетических систем»

Практическое занятие:

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ РАСЧЁТЫ В ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИКИ. ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ.

Учебные и воспитательные цели:

1. Дать систематизированные знания о физико-математическом моделировании электроэнергетических систем.
2. Освоить приёмы основных вероятностных расчётов в электроэнергетических задачах

Вид занятия: Практическое занятие.

Продолжительность занятия: 2 часа.

Структура занятия и расчет времени.

№п/п	Структура занятия	Время, мин
1	**Вводная часть**	**10-15**
2	**Основная часть** **1. Классическая вероятность** **2. Основные законы распределения случайной величины**	**70-75**
3	**Заключительная часть**	**3-5**

Вводная часть занятия: проверить наличие и готовность обучающихся к занятию; провести опрос по пройденному материалу в соответствии с перечнем вопросов и подвести его итоги; объявить тему и учебные цели занятия; обратить внимание обучающихся на важность изучения учебных вопросов занятия, так как знание их может быть востребовано при выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

Основная часть занятия: учебные вопросы занятия изучаются в составе группы с применением диафильма, диапроектора, стендов, плакатов, классной доски, цветных мелков. Изучать материал занятия следует в строгом соответствии с учебной программой и тематическим планом изучения учебной дисциплины.

Наименование учебных вопросов преподаватель объявляет последовательно по мере изложения учебного материала и записывает их на классной доске.

На классной доске следует также записывать номер и название темы и занятия, учебные вопросы, цифровые характеристики, формулы, непонятные и сложные для обучаемых термины, чертить поясняющие схемы. Записи на классной доске вести последовательно и аккуратно.

В ходе изложения учебного материала необходимо контролировать степень усвоения учебного материала путем постановки контрольных и проблемных вопросов.

При изучении учебного материала обучающихся должны вести конспект. Контроль за качеством ведения конспектов преподаватель осуществляет в ходе проведения занятия.

Основная часть занятия:

Возможны два метода определения безусловной вероятности случайного события - **классический** и **статистический.**

Классическая вероятность случайного события *A,* P(A) применима только в том случае, если изучаемое случайное событие образует полную группу, Z элементарных несовместных и равновероятностных исходов.

$$z \pounds \{z_1, z_2; \ldots z_n \; i$$

Её численные значения определяются отношением числа благоприятствующих этому случайному событию *A* равновероятностных несовместных элементарных исходов, *m* к общему числу таких исходов n для случайного события, A образующих полную группу исходов

$$P(A) = \frac{m}{n}, \quad m \leq n$$

Характеристика, противоположная появлению случайного события *A,* называется **отказом,** *q(A)* и определяется по выражению

$$q(A) = 1 - p(A)$$

К сожалению, на практике общее число элементарных исходов случайного события, а также «благоприятных» элементарных исходов, крайне трудно определить. Кроме того, далеко не всегда удаётся доказать правомерность допущения о равной вероятности появления тех или иных случайных событий в рамках данной группы. Поэтому в электроэнергетике вместо классической вероятности случайного события значительно чаще используется **статистическая вероятность,** Р(А). Под **статистической вероятностью случайного события** понимают относительную частоту появления данного случайного события А при достаточно большом числе испытаний, *n*.

$$\sum P(A) = \frac{m_A}{n},$$

где m_A - общее число появлений случайного события *А*

Количественная оценка наиболее просто осуществляется для дискретной случайной величины. Для этой цели используются **основные статистические характеристики,** а именно:

- математическое ожидание, *M(x);*
- дисперсия, *D(x);*
- среднеквадратичное отклонение (электрический стандарт), $a(x = \sqrt{DX})$.

Математическим ожиданием дискретной случайной величины, **х** называют сумму произведений всех её возможных значений, х на соответствующие вероятности их появления, р

$$M(x) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Для дискретной случайной величины с n равновероятностными элементарными исходами выражение (4.4) можно записать в следующем виде:

$$M(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

В общем случае M(x) характеризует среднее значение анализируемой случайной величины х. К сожалению, оно не позволяет судить о степени изменчивости (разбросе) этой случайной величины. Часто необходимо знать, насколько отклоняется случайная величина от своего математического ожидания. Если эти отклонения (разбросы) невелики, что характерно для медленно изменяющихся (стабильных) случайных величин, то математическое ожидание достаточно хорошо представляет случайную величину; если же отклонения велики, т.е. разброс значений случайной величины или их рассеяния велики, то одного математического ожидания уже недостаточно для всесторонней характеристики изучаемой случайной величины. В этом случае, в качестве меры отклонений случайной величины, x от её математического ожидания *M(x)* необходимо использовать **дисперсию случайной величины,** *D(x),* вычисляемую как

$$D(x)=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left[x_i - M(x)\right]^2$$

Квадратный корень из величины дисперсии называется среднеквадратичным отклонением - электрическим стандартом, случайной величины *x*

$$\sigma(x)=\sqrt{D(x)}$$

Количественную оценку для непрерывной случайной величины **осуществляют с помощью** дополнительных статистических характеристик, **а именно:**

- интегральной функции распределения вероятностей, *F(x);*
- плотности распределения вероятностей, *f(x)*

Функция *F(x)* называется интегральной функцией распределения вероятностей **или** законом распределения вероятностей случайной величины.

Для дискретных случайных величин функция *F(x)* есть неубывающая ступенчатая функция, скачки которой происходят в точках, соответствующих возможным значениям анализируемой случайной величины и равны вероятностям появления этих значений.

Основные законы распределения случайной величины

В теории вероятностей известно достаточно большое количество законов распределения случайных величин. В электроэнергетике наиболее часто используются случайные величины со следующими распределениями вероятностей: равномерное, нормальное (распределение Гаусса), экспоненциальное, биноминальное, по закону Пуассона, по закону Вейбула и.т.д.

Нормальный закон распределения

Нормальным законом (законом Гаусса) называется закон распределения вероятностей непрерывной случайной величины, если плотность распределения вероятностей,*f(x)* имеет вид:

$$f(x)\ \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,e^{\frac{-(x-M(x))^2}{2\sigma^2}}$$

Как видно из выражения нормальное распределение определяется только двумя параметрами: *M(x)* - математическим ожиданием и о - средним квадратичным отклонением нормального распределения.

Для определения вероятности попадания нормальной случайной величины в заданный интервал, используют **правило трёх сигм.** Сущность этого правила заключается в следующем: **если случайная величина распределена по нормальному закону, то абсолютная величина её отклонения от математического ожидания не превосходит утроенного среднего квадратичного отклонения.** Другими словами, при нормальном законе распределения вероятность того, что абсолютная величина отклонения анализируемого параметра превысит утроенное среднее квадратичное отклонение о, очень мала и не превышает 0,027. Это означает, что лишь в 0,27% всех возможных случаев так может произойти. Такие события, исходя из принципа невозможности маловероятных событий, можно считать практически невозможными.

Математически правило трёх сигм можно записать следующим образом:

$$M(x) - 3\delta \le x \le M(x) + 3\delta$$

Нормальный закон распределения имеет широкое распространение в электроэнергетике. Это объясняется тем, что именно такому закону подчиняются случайные непрерывные величины параметров режима, значения которых обусловлены действием многочисленных случайных факторов.

Биноминальное распределение

Пусть проводится *n* независимых испытаний, в каждом из которых событие *A* может либо произойти, либо не произойти. Вероятность появления события А постоянна и равна *p,* вероятность не наступления события *q=1-p*

Чаще всего в качестве примера дискретной случайной величины х, рассматривается число появлений события *A*. Допустим, что х = 0 - событие *A* не произойдёт ни разу ^ = 1 - событие *A* не произойдёт один раз
$x_n = n$ - событие *A* не произойдёт n раз

При решении практической задачи остаётся только найти вероятности этих возможных значений, для чего используется формула Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

где k=1, 2, 3,...,n

Биноминальным называют распределение вероятностей, определяемое формулой Бернулли, которая является аналитическим выражением искомого закона распределения. Закон назван «биноминальным» потому, что правую часть равенства (4.10) можно рассматривать как общий член разложения бинома Ньютона:

$$(p+q)^n = C_n^n p^n + C_n^{n-1} p^{n-1} q + \ldots + C_n^k p^k q^{n-k} + \ldots + C_n^0 q^n$$

Биноминальный закон можно записать в виде таблицы 1.1.

Таблица 1.1

Биноминальное распределение

X	n	n-1		k		0
P	p^n	$np^{n-1}q$		Ckp^kq^{n-k}		q^n

Распределение Пуассона

Распределение Пуассона применяется в тех случаях, когда число испытаний, *n* велико, а вероятность возникновения события *p* мала (p ^ 0.1). Кроме того, чтобы использовать формулу Пуассона необходимо принять следующее допущение $np = A$. Это означает, что среднее число появлений события, k в различных сериях испытаний, т.е. при различных значениях *n*, остаётся неизменным.

Задача, как правило, состоит в следующем: определить вероятность того, что при большом числе испытаний *n* при малой вероятности *p* событие наступит *к* раз.

Закон распределения Пуассона, в упрощённой форме, выражает формула вероятностей массовых (n велико) и редких (*p* мало) событий:

$$P_n(k) = \lambda^k e^{-\lambda} / k!$$

Пример 1.1. В низковольтных электрических сетях 0,4 кВ в течение четырёх часов с дискретностью *At* = 15 мин. производились измерения величины тока нагрузки, Iнагр (табл. 1.2). Какова вероятность того, что за период измерений величина I не превысила 15 А.

Таблица 4.2.

Исходные данные

Часовые интервалы	Величина тока нагрузки, А			
10:00 - 11:00	13	15	14	20
11:00 - 12:00	9	14	12	16
12:00 - 13:00	17	24	13	14
13:00 - 14:00	13	9	7	11

Решение.

Используя выражение (4.3) вычислим статистическую вероятность появления величины $I_{нагр} < 15$ А при общем числе испытаний n=4x4=16

$$P(I)\ _= {}^{(3+3+2+4)} /16 = 0,75$$

Пример 1.2. Цифровая система содержит 5 электронных блоков и выходит из строя при отказе любых двух блоков. Какова вероятность того, что цифровая система выйдет из строя по причине отказа чётных блоков (№2 и №4), если известно, что $p_1 = p_2 = 0.9$; $q_3 = q_4 = q_5 = 0.25$.

Решение

В таблице 1.3. представим полную группу возможных вариантов выхода из строя цифровой системы при отказе любых двух блоков. Число таких вариантов - число сочетаний, СП, определяемое по формуле бинома Ньютона, составит:

$C^2 = И = 10\ ^5\ 1 \bullet 2$

Таблица 1.3

Возможные варианты функционирования цифровой системы при отказе двух блоков.

Номер блока	Варианты									
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
1	-*		+	+	+	-	-	-	+	+
2	-	-	+	+	-	+	+	+	+	-
3	+	-	-	+	+	+	+	-	-	+
4	+	+	-	-	-	+	-	+	+	+
5	+	+	+	-	+	-	+	+	-	-

* «-» отказавший блок ** «+» работающий блок

В соответствии с табл. 1.3. пятый вариант соответствует выходу из строя цифровой системы по причине отказа 2-го и 4-го блоков.

Тогда с учётом формулы полной вероятности (П.4.11, учебное пособие "Математические задачи электроэнергетики") искомая вероятность

$$\overline{p_1p_2p_3q_4q_5 + p_1q_2p_3q_4p_5 + q_1p_2p_3p_4q_5 + q_1p_2p_3q_4p_5 +}$$

$$\overline{q_1p_2q_3p_4p_5 + p_1p_2q_3p_4q_5 + p_1q_2p_3p_4q_5} =$$

$$= \frac{0.9(1-0.9)(1-0.25)\cdot 0.25(1-0.25)}{(1-0.9)(1-0.9)(1-0.25)(1-0.25)(1-0.25) + 0.9(1-0.9)\cdot 0.25\times}$$

$$\overline{(1-0,25)(1-0,25) + 0.9\cdot 0.9\cdot 0.25\cdot 0.25(1-0.25) + 0.9\cdot 0.9(1-0.25)\times}$$

$$\overline{0.25\cdot 0.25 + 0.9(1-0.9)(1-0.25)\cdot 0.25\cdot(1-0.25) + (1-0.9)\cdot 0.9\cdot 0.25\times}$$

$$\overline{(1-0.25) + 0.9\cdot 0.9\cdot 0.25\cdot(1-0.25)\cdot 0.25 + 0.9(1-0.9)(1-0.25)\times}$$

$$\overline{(1-0.25)\cdot 0.25} = \frac{0.0126}{0.1977} = 0.064$$

появления этого варианта из 10 возможных ^{Q} z определится как

$$Q_{\Sigma} = \frac{Q_V}{\sum_{i=I}^{X} Q_i} = \frac{p_1q_2p_3q_4p_5}{q_1q_2p_3p_4p_5 + p_1q_2q_3p_4p_5 + p_1p_2q_3p_4q_5 +}$$

Заключительная часть занятия: Ответить на вопросы, обратить их внимание на необходимость знания изученного материала.

Проверить качество усвоения учебного материала занятия.

Подвести итог занятия, оценить знания и действия.

Выдать задание на самостоятельную работу.

Объявить тему и место проведения очередного занятия, дать команду о наведении порядка в классе и об окончании занятия.

Доцент кафедры к.т.н. доцент: Максимов В.В

«___» __________201 г.

Обсуждено на заседании кафедры «___» __________ 201 г.,

протокол № ___