

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования**

**К Г Э У**

**«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»**

**(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)**

---

---

**Кафедра № ЭСиС**

Только для преподавателей

Экз. № \_\_\_\_\_

**УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**по учебной дисциплине**

**Б.1.В.ДВ.13. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

**Практическое занятие:**

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ.**

**УТВЕРЖДАЮ**

**Заведующий кафедрой ЭСиС**

**Максимов В.В.**

« » \_\_\_\_\_ 201\_ г.

**УЧЕБНО - МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**по учебной дисциплине «Физико-математическое моделирование  
электроэнергетических систем»**

**Практическое занятие:**

**ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ.**

**Учебные и воспитательные цели:**

1. Дать систематизированные знания о физико-математическом моделировании электроэнергетических систем.
2. Освоить приёмы основных вероятностных расчётов в электроэнергетических задачах

**Вид занятия:** Практическое занятие.

**Продолжительность занятия:** 2 часа.

**Структура занятия и расчет времени.**

<b>№п/п</b>	<b>Структура занятия</b>	<b>Время, мин</b>
<b>1</b>	<b>Вводная часть</b>	<b>10-15</b>
<b>2</b>	<b>Основная часть 1. Решение задач.</b>	<b>70-75</b>
<b>3</b>	<b>Заключительная часть</b>	<b>3-5</b>

**Вводная часть занятия:** проверить наличие и готовность обучающихся к занятию; провести опрос по пройденному материалу в соответствии с перечнем вопросов и подвести его итоги; объявить тему и учебные цели занятия; обратить внимание обучающихся на важность изучения учебных вопросов занятия, так как знание их может быть

востребовано при выполнении курсовой работы и выпускной квалификационной работы.

**Основная часть занятия:** учебные вопросы занятия изучаются в составе группы с применением диафильма, диапроектора, стендов, плакатов, классной доски, цветных мелков. Изучать материал занятия следует в строгом соответствии с учебной программой и тематическим планом изучения учебной дисциплины.

Наименование учебных вопросов преподаватель объявляет последовательно по мере изложения учебного материала и записывает их на классной доске.

На классной доске следует также записывать номер и название темы и занятия, учебные вопросы, цифровые характеристики, формулы, непонятные и сложные для обучаемых термины, чертить поясняющие схемы. Записи на классной доске вести последовательно и аккуратно.

В ходе изложения учебного материала необходимо контролировать степень усвоения учебного материала путем постановки контрольных и проблемных вопросов.

При изучении учебного материала обучающихся должны вести конспект. Контроль за качеством ведения конспектов преподаватель осуществляет в ходе проведения занятия.

**Основная часть занятия:**

**Пример 1.** Рассчитаем напряжения в узлах и токи в ветвях схемы электрической сети, граф которой изображен на рис. 3.10. Исходные данные для расчета и расчет представлены в системе Mathcad.

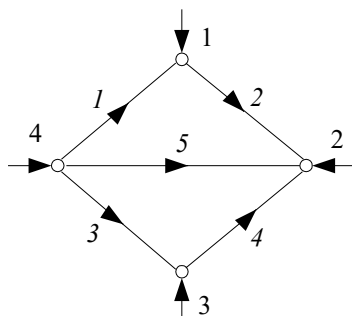


Рис. 3.10. Пример графа электрической сети

ORIGIN := 1		
Единицы измерения	kamp ≡ 1000·amp	kvolt ≡ 1000·volt

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Напряжение базисного узла  $U_0 := 222 \cdot \text{kvol}$

Сопротивления ветвей и задающие токи узлов:

$$Z_b := \begin{pmatrix} 3.63 + j \cdot 13.05 \\ 4.84 + j \cdot 17.4 \\ 2.42 + j \cdot 8.7 \\ 5.445 + j \cdot 19.575 \\ 6.05 + j \cdot 21.75 \end{pmatrix} \cdot \text{ohm} \quad J := - \begin{pmatrix} 0.525 - j \cdot 0.310 \\ 0.750 - j \cdot 0.370 \\ 0.420 - j \cdot 0.280 \end{pmatrix} \cdot \text{kamp}$$

## РАСЧЕТНЫЕ ДАННЫЕ

$$i := 1..5 \quad Y_{b_i} := \frac{1}{Z_{b_i}} \quad Y_b = \begin{pmatrix} 0.02 - 0.071i \\ 0.015 - 0.053i \\ 0.03 - 0.107i \\ 0.013 - 0.047i \\ 0.012 - 0.043i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

## МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

1. Составление матрицы инциденций узлов и ветвей  $M$ :

$$M := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Формирование диагональной матрицы проводимостей ветвей  $Y$ :

$$Y_{i,i} := Y_{b_i} \quad Y = \begin{pmatrix} 0.02 - 0.071i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.015 - 0.053i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03 - 0.107i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.013 - 0.047i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.012 - 0.043i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

3. Составление матрицы-столбца проводимостей ветвей, связывающих узлы схемы с базисным узлом  $Y_0$ :

$$Y_0 := - \begin{pmatrix} Y_{b_1} \\ Y_{b_5} \\ Y_{b_3} \end{pmatrix} \quad Y_0 = \begin{pmatrix} -0.02 + 0.071i \\ -0.012 + 0.043i \\ -0.03 + 0.107i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

4. Получение матрицы узловых проводимостей  $Y$ :

$$Y := M \cdot Y \cdot M^T$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0.035 - 0.124i & -0.015 + 0.053i & 0 \\ -0.015 + 0.053i & 0.04 - 0.143i & -0.013 + 0.047i \\ 0 & -0.013 + 0.047i & 0.043 - 0.154i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

## ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы:

$$Z := Y^{-1}$$

$$Z = \begin{pmatrix} 2.522 + 9.066i & 1.044 + 3.753i & 0.321 + 1.155i \\ 1.044 + 3.753i & 2.436 + 8.758i & 0.75 + 2.695i \\ 0.321 + 1.155i & 0.75 + 2.695i & 1.906 + 6.852i \end{pmatrix} \text{ ohm}$$

$$U := Z \cdot (J - Y_0 \cdot U_0) \quad U = \begin{pmatrix} 215.236 - 6.802i \\ 214.152 - 8.236i \\ 217.195 - 4.595i \end{pmatrix} \text{ kvolt}$$

2. Расчет других параметров режим сети:

$$U_b := M^T \cdot (U - U_0) \quad U_b = \begin{pmatrix} 6.764 + 6.802i \\ 1.084 + 1.434i \\ 4.805 + 4.595i \\ 3.043 + 3.641i \\ 7.848 + 8.236i \end{pmatrix} \text{ Напряжения ветвей}$$

$$I := \overrightarrow{(Y_b \cdot U_b)} \quad I = \begin{pmatrix} 0.618 - 0.347i \\ 0.093 - 0.037i \\ 0.633 - 0.376i \\ 0.213 - 0.096i \\ 0.445 - 0.237i \end{pmatrix} \text{ Токи ветвей.}$$

3. Проверка результатов: сумма задающих токов должна быть равна току балансирующего узла с обратным знаком:

$$J_s := \sum J \quad J_s = -1.695 \text{ Сумма задающих токов}$$

$$I := I_1 + I_3 + I_5 \quad I = 1.695 - 0.96i \text{ Ток балансирующего узла (знаки с учетом направленный ток на схеме сети).}$$

**Пример 2.** Рассчитаем напряжения в узлах и потоки мощности в ветвях схемы сети, граф которой изображен на рис. 3.10. Исходные данные для расчета и расчет представлены в системе Mathcad.

Единицы измерения	kvolt $\equiv$ 1000·volt	MVA $\equiv$ 10 <sup>3</sup> ·kvolt·amp
-------------------	--------------------------	---

Mwatt $\equiv$ MVA	Mvar $\equiv$ MVA
--------------------	-------------------

## ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Погонные параметры ЛЭП:

$z0 := \begin{pmatrix} 0.121 + j \cdot 0.435 \\ 0.121 + j \cdot 0.435 \\ 0.098 + j \cdot 0.429 \\ 0.075 + j \cdot 0.420 \\ 0.075 + j \cdot 0.420 \end{pmatrix} \cdot \frac{\text{ohm}}{\text{km}}$	$b0 := \begin{pmatrix} 2.60 \\ 2.60 \\ 2.64 \\ 2.70 \\ 2.70 \end{pmatrix} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{\text{siemens}}{\text{km}}$	$l := \begin{pmatrix} 98 \\ 75 \\ 120 \\ 115 \\ 144 \end{pmatrix} \cdot \text{km}$
--	---	--

$P_L := \begin{pmatrix} 70 \\ 120 \\ 120 \end{pmatrix} \cdot \text{Mwatt}$	$Q_L := \begin{pmatrix} 30 \\ 6 \\ 70 \end{pmatrix}$	Мощности нагрузок узлов и нагрузок узлов.
--	--	---

$S_L := P_L + i \cdot Q_L$	Комплексы мощностей нагрузок узлов
----------------------------	------------------------------------

$S := -S_L$	Задающие нагрузок узлов мощности узлов.
-------------	---

$U_{nom} := 220 \cdot \text{kvolt}$	Номинальное напряжение сети напряжение сети.
-------------------------------------	--

$U_0 := 222 \cdot \text{kvolt}$	Напряжение базисного узла базисного узла.
---------------------------------	---

## МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СЕТИ

1. Расчетные параметры ЛЭП:

$Z := z0 \cdot l$	$B := i \cdot b0 \cdot l$
-------------------	---------------------------

$Z = \begin{pmatrix} 11.858 + 42.63i \\ 9.075 + 32.625i \\ 11.76 + 51.48i \\ 8.625 + 48.3i \\ 10.8 + 60.48i \end{pmatrix} \text{ohm}$	$B = \begin{pmatrix} 2.548i \times 10^{-4} \\ 1.95i \times 10^{-4} \\ 3.168i \times 10^{-4} \\ 3.105i \times 10^{-4} \\ 3.888i \times 10^{-4} \end{pmatrix} \text{siemens}$
---	---

2. Составление матрицы инциденций узлов и ветвей **M**:

$M := \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
---

3. Формирование матрицы проводимостей ветвей **Y<sub>b</sub>**:

$$i := 1..5$$

$$Y_{b,i,i} := \left(\frac{1}{Z_i}\right)$$

$$Y_b = \begin{pmatrix} 0.006 - 0.022i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.008 - 0.028i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.004 - 0.018i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.004 - 0.02i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.003 - 0.016i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

4. Получение матрицы узловых проводимостей Y:

$$Y := M \cdot Y_b \cdot M^T$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0.014 - 0.05i & -0.008 + 0.028i & 0 \\ -0.008 + 0.028i & 0.014 - 0.065i & -0.004 + 0.02i \\ 0 & -0.004 + 0.02i & 0.008 - 0.039i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

5. Емкостные проводимости поперечных ветвей Yc:

$$Y_{c1} := \frac{B_1 + B_2}{2} \quad Y_{c2} := \frac{B_2 + B_5 + B_4}{2} \quad Y_{c3} := \frac{B_3 + B_4}{2}$$

6. Корректировка диагональных элементов матрицы Y

$$Y_{1,1} := Y_{1,1} + Y_{c1} \quad Y_{2,2} := Y_{2,2} + Y_{c2} \quad Y_{3,3} := Y_{3,3} + Y_{c3}$$

7. Расширение матрицы узловых проводимостей добавлением столбца для базисного балансирующего узла:

$$Y_{1,4} := \frac{-1}{Z_1} \quad Y_{2,4} := \frac{-1}{Z_5} \quad Y_{3,4} := \frac{-1}{Z_3}$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0.014 - 0.05i & -0.008 + 0.028i & 0 & -0.006 + 0.022i \\ -0.008 + 0.028i & 0.014 - 0.064i & -0.004 + 0.02i & -0.003 + 0.016i \\ 0 & -0.004 + 0.02i & 0.008 - 0.038i & -0.004 + 0.018i \end{pmatrix} \text{ siemens}$$

## ВЫЧИСЛЕНИЯ

1. Решение системы нелинейных уравнений установившегося режима

Начальные приближения:

$$U_1 := (1.0 - i \cdot 0.15) \cdot U_{nom} \quad U_2 := U_1 \quad U_3 := U_1$$

Решающий блок – приближенное решение:

<p>Given</p> $U1 \cdot (\overline{Y_{1,1}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{1,2}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{1,3}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{1,4}} \cdot \overline{U0}) = S1$ $U2 \cdot (\overline{Y_{2,1}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{2,2}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{2,3}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{2,4}} \cdot \overline{U0}) = S2$ $U3 \cdot (\overline{Y_{3,1}} \cdot \overline{U1} + \overline{Y_{3,2}} \cdot \overline{U2} + \overline{Y_{3,3}} \cdot \overline{U3} + \overline{Y_{3,4}} \cdot \overline{U0}) = S3$
--

$\begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{pmatrix} := \text{Find}(U1, U2, U3)$	$\begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 206.886 - 18.347i \\ 202.435 - 22.87i \\ 199.97 - 23.759i \end{pmatrix} \text{ kvolt}$
---	--

Результат решения – узловые напряжения (в экспоненциальной форме записи):

$\begin{pmatrix}  U1  \\  U2  \\  U3  \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 207.698 \\ 203.722 \\ 201.377 \end{pmatrix} \text{ kvolt}$	$\begin{pmatrix} \arg(U1) \\ \arg(U2) \\ \arg(U3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.068 \\ -6.446 \\ -6.776 \end{pmatrix} \text{ deg}$
--	---

## 2. Расчет других параметров режима сети

Напряжения в начале и конце ветвей и токи узлов ветвей:

$U_b := \begin{pmatrix} U0 \\ U1 \\ U0 \\ U3 \\ U0 \end{pmatrix}$	$U_e := \begin{pmatrix} U1 \\ U2 \\ U2 \\ U2 \end{pmatrix}$	$I := \frac{U_b - U_e}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{Z}$	$\vec{ I } = \begin{pmatrix} 310.156 \\ 108.203 \\ 354.244 \\ 30.822 \\ 282.841 \end{pmatrix} \text{ amp}$
---	---	---	--

Мощности в начале и конце ветвей:

$S_b := \sqrt{3} \cdot U_b \cdot \vec{I} - \left( \frac{\vec{I}}{ U_b } \right)^2 \cdot \frac{B}{2}$	$S_b = \begin{pmatrix} 109.002 + 42.109i \\ 35.58 + 11.581i \\ 117.999 + 60.237i \\ -6.428 - 14.913i \\ 93.783 + 45.49i \end{pmatrix} \text{ MVA}$
--	--

$S_e := \sqrt{3} \cdot U_e \cdot \vec{I} + \left( \frac{\vec{I}}{ U_e } \right)^2 \cdot \frac{B}{2}$	$S_e = \begin{pmatrix} 105.58 + 41.581i \\ 35.262 + 18.688i \\ 113.572 + 55.087i \\ -6.453 - 2.312i \\ 91.191 + 48.624i \end{pmatrix} \text{ MVA}$
--	--



Потери мощности в ветвях:

$$dP := \operatorname{Re}(S_b - S_e) \quad dP = \begin{pmatrix} 3.422 \\ 0.319 \\ 4.427 \\ 0.025 \\ 2.592 \end{pmatrix} \text{ Mwatt}$$

$$dQ := \operatorname{Im}(S_b - S_e) \quad dQ = \begin{pmatrix} 0.528 \\ -7.107 \\ 5.15 \\ -12.601 \\ -3.134 \end{pmatrix} \text{ Mvar}$$

3. Проверка результатов расчета: сумма мощностей узлов, потерь и зарядной мощности в сети должна быть равна мощности балансирующего узла:

$$\sum P_L + \sum dP + i \cdot \left( \sum Q_L + \sum dQ \right) = 320.785 + 147.836i \text{ MVA}$$

$$\text{Мощность балансирующего узла} \quad S_{b_1} + S_{b_3} + S_{b_5} = 320.785 + 147.836i \text{ MVA}$$

**Заключительная часть занятия:** Ответить на вопросы, обратить их внимание на необходимость знания изученного материала.

Проверить качество усвоения учебного материала занятия.

Подвести итог занятия, оценить знания и действия.

Выдать задание на самостоятельную работу.

Объявить тему и место проведения очередного занятия, дать команду о наведении порядка в классе и об окончании занятия.

Доцент кафедры к.т.н. доцент:

Максимов В.В

« \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 г.

Обсуждено на заседании кафедры « \_\_\_ » \_\_\_\_\_ 201 г.,

протокол № \_\_\_