

## **ЛЕКЦИЯ № 2.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ**

### **1. Математическое обеспечение САПР**

### **2. Требования к математическому обеспечению**

### **3. Математическое моделирование объектов и устройств автоматизации в САПР**

### **4. Место процедур формирования моделей в маршрутах проектирования.**

### **1. Математическое обеспечение САПР**

Математическое обеспечение САПР состоит из математических моделей объектов проектирования, методов и алгоритмов выполнения проектных операций и процедур.

В математическом обеспечении САПР можно выделить:

А) **специальную часть**, в значительной мере отражающую специфику объекта проектирования, физические и информационные особенности его функционирования и тесно привязанную к конкретным иерархическим уровням (эта часть охватывает математические модели, методы и алгоритмы их получения, методы и алгоритмы одновариантного анализа, а также большую часть используемых алгоритмов синтеза),

Б) **инвариантную часть**, включающую в себя методы и алгоритмы, слабо связанные с особенностями математических моделей и используемые на многих иерархических уровнях (это методы и алгоритмы многовариантного анализа и параметрической оптимизации) .

### **2. Требования к математическому обеспечению**

Свойства математического обеспечения (МО) оказывают существенное, а иногда и определяющее влияние на возможности и показатели САПР.

При выборке и разработке моделей, методов и алгоритмов необходимо учитывать требования, предъявляемые к МО в САПР. Рассмотрим основные из них.

## 2.1. Универсальность

*Под универсальностью МО понимается его применимость к широкому классу проектируемых объектов.*

Одно из отличий расчетных методов в САПР от ручных расчетных методов - высокая степень универсальности. Например, в подсистеме схемотехнического проектирования САПР ИЭТ используются математические модели транзистора, справедливые для любой области работы (активной, насыщения, отсечки, инверсной активной), а методы получения и анализа моделей применимы к любой аналоговой или переключательной схеме на элементах из разрешенного списка; в подсистеме структурного проектирования САПР ЭВМ используются модели и алгоритмы, позволяющие исследовать стационарные и нестационарные процессы переработки информации при произвольных законах обслуживания в устройствах ВС и при произвольных входных потоках.

Высокая степень универсальности МО нужна для того, чтобы САПР была применима к любым или большинству объектов, проектируемых на предприятии.

## 2.2. Алгоритмическая надежность

Методы и алгоритмы, не имеющие строгого обоснования, называют *эвристическими*. Отсутствие четко сформулированных условий применимости приводит к тому, что эвристические методы могут использоваться некорректно. В результате либо вообще не будет получено решение (например, из-за отсутствия сходимости), либо оно будет далеким от истинного. Главная неприятность заключается в том, что в распоряжении инженера может не оказаться данных, позволяющих определить, корректны или нет полученные результаты. Следовательно, возможна ситуация, когда неверное решение будет использоваться в дальнейшем как правильное.

Свойство компонента МО давать при его применении в этих условиях правильные результаты называется *алгоритмической надежностью*. Степень универсальности характеризуется заранее оговоренными ограничениями, а алгоритмическая надежность - ограничениями, заранее не выявленными и, следовательно, не оговоренными.

*Количественной* оценкой алгоритмической надежности служит *вероятность* получения правильных результатов при соблюдении оговоренных *ограничений* на применение метода. Если эта вероятность

равна единице или *близка к ней*, то говорят, что метод алгоритмически надежен.

Применение алгоритмичности ненадежных методов в САПР нежелательно, хотя и допустимо в случаях, когда неправильные результаты легко распознаются.

С проблемой алгоритмической надежности тесно связана проблема *обусловленности математических моделей и задач*. О плохой обусловленности говорят в тех случаях, когда малые погрешности исходных данных приводят к большим погрешностям результатов. На каждом этапе вычислений имеются свои промежуточные исходные данные и результаты, свои источники погрешностей. При плохой обусловленности погрешности могут резко возрасти, что может привести как к снижению точности, так и к росту затрат машинного времени.

### 2.3. Точность

Для большинства компонентов МО важным свойством является точность, определяемая по степени совпадения расчетных и истинных результатов. Алгоритмически надежные методы могут давать различную точность. И лишь в тех случаях, когда точность оказывается хуже предельно допустимых значений или решение вообще невозможно получить, говорят не о точности, а об алгоритмической надежности.

В большинстве случаев решение проектных задач характеризуется:

А) совместным использованием многих компонентов МО, что затрудняет определение вклада в общую погрешность каждого из компонентов;

Б) векторным характером результатов (например, при анализе находят вектор выходных параметров, при оптимизации - координаты экстремальной точки), т.е. результатом решения является значение не отдельного параметра, а многих параметров.

В связи с этим оценка точности производится с помощью специальных вычислительных экспериментов. В этих экспериментах используются специальные задачи, называемые *тестовыми*. Количественная оценка погрешности результата решения тестовой задачи есть одна из норм вектора относительных погрешностей:  $m$ -норма или  $L$ -норма, где  $L$  - относительная погрешность определения  $j$ -го элемента вектора результатов;  $m$  - размерность этого вектора.

## **2.4. Затраты машинного времени**

Универсальные модели и методы характеризуются сравнительно большим объемом вычислений, растущим с увеличением размерности задач. Поэтому при решении большинства задач в САПР затраты машинного времени  $T_m$  значительны. Обычно именно  $T_m$  являются главным ограничивающим фактором при попытках повысить сложность проектируемых на ЭВМ объектов и тщательность их исследования. Поэтому требование экономичности по  $T_m$  - одно из основных требований к МО САПР.

При использовании в САПР многопроцессорных ВС уменьшить время счета можно с помощью параллельных вычислений. В связи с этим один из показателей экономичности МО - его приспособленность к распараллеливанию вычислительного процесса.

В САПР целесообразно иметь библиотеки с наборами моделей и методов, перекрывающими потребности всех пользователей САПР.

## **2.5. Используемая память**

Затраты памяти являются вторым после затрат машинного времени показателем экономичности МО. Они определяются длиной программы и объемом используемых массивов данных. Несмотря на значительное увеличение емкости оперативной памяти в современных ЭВМ, требование экономичности по затратам памяти остается актуальным. Это связано с тем, что в мультипрограммном режиме функционирования ЭВМ задача с запросом большого объема памяти получает более низкий приоритет и в результате время ее пребывания в системе увеличивается.

Улучшить экономичность по затратам оперативной памяти можно путем использования внешней памяти. Однако частые обмены данными между оперативной памятью и внешней могут привести к недопустимому росту  $T_m$ . Поэтому при больших объемах программ и массивов обрабатываемой информации целесообразно использовать МО, допускающее построение оверлейных программных структур и реализующее принципы диакоптической обработки информации .

## **3. Математическое моделирование объектов и устройств автоматизации в САПР**

В содержательном смысле описание объекта проектирования в форме математической модели должно содержать следующие компоненты и правила:

1.  $A$  - цель функционирования;
2.  $E(e_i)$  - численность элементов, составляющих систему;
3.  $T(t_\tau)$  - численность элементов времени;
4.  $P(p_i)$  - численность признаков тех, что характеризуют систему в целом;
5.  $P_e$  - численность признаков тех, что характеризуют элементы системы;
6.  $S$  - численность состояний элементов в данный промежуток времени;
7.  $H$  - правило упорядочения изменения состояний в ходе достижения цели;
8.  $Q$  - правило связей между всеми элементами системы;
9.  $F$  - математические схемы отношения, которые описывают, признаками элементов и признакам систем;
10.  $P_c$  - множество признаков, которые определяют взаимодействие системы со средой.

### **3.1. Требования к математическим моделям**

Математические модели (ММ) служат для описания свойств объектов в процедурах АП. Если проектная процедура включает создание ММ и оперирование ею с целью получения полезной информации об объекте, то говорят, что процедура выполняется на основе математического моделирования.

К математическим моделям предъявляются требования:

- универсальности,
- точности
- адекватности,
- экономичности.

**Степень универсальности ММ** характеризует полноту отображения в модели свойств реального объекта. Математическая модель отражает лишь некоторые свойства объекта.

**Точность ММ** оценивается степенью совпадения значений параметров реального объекта и значений тех же параметров, рассчитанных с помощью оцениваемой ММ.

Пусть отражаемые в ММ свойства оцениваются вектором выходных параметров  $Y = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ . Тогда, обозначив истинное и рассчитанное с помощью ММ значения  $j$ -го параметра через  $y_{j\text{ист}}$  и  $y_{jm}$  соответственно, определим относительную погрешность  $E_j$  расчета параметра  $Y_j$  как

$$E_j = (y_{jm} - y_{j\text{ист}})/y_{j\text{ист}} \quad (2.1)$$

Получена векторная оценка  $E = (E_1, E_2, \dots, E_m)$ . При необходимости сведения этой оценки к скалярной используют какую-либо норму вектора  $E$ , например

$$E_m = \|E\| = \max E_j.$$

$$j \in [1, m]$$

**Адекватность ММ** - способность отражать заданные свойства объекта с погрешностью не выше заданной. Поскольку выходные параметры являются функциями векторов параметров внешних  $Q$  и внутренних  $X$ , погрешность  $E_j$  зависит от значений  $Q$  и  $X$ .

Обычно значения внутренних параметров ММ определяют из условия минимизации погрешности  $E_m$  в некоторой точке  $Q_{\text{ном}}$  пространства внешних переменных, а используют модель с рассчитанным вектором при различных значениях  $Q$ . При этом, как правило, адекватность модели имеет место лишь в ограниченной области изменения внешних переменных - области адекватности (АО) математической модели:

$$OA = \{Q | E_m, d\},$$

где  $d$  - заданная константа, равная предельно допустимой погрешности модели.

**Экономичность ММ** характеризуется затратами вычислительных ресурсов. Чем они меньше, тем модель экономичнее.

### 3.2. Классификация математических моделей

Рассмотрим основные признаки, классификации и типы ММ, применяемые в САПР.

**I) По характеру отображаемых свойств объекта ММ делятся на:**

**A) структурные**

### ***Б) функциональные.***

**А) Структурные ММ** предназначены для отображения структурных свойств объекта. Различают структурные ММ топологические и геометрические.

В **топологических ММ** отображаются состав и взаимосвязи элементов. Их чаще всего применяют для описания объектов, состоящих из большого числа элементов, при решении задач привязки конструктивных элементов к определенным пространственным позициям (например, задачи компоновки оборудования, размещения деталей, трассировки соединений) или к относительным моментам времени (например, при разработке расписаний, технологических процессов). Топологические модели могут иметь форму графов, таблиц (матриц), списков и т.п.

В **геометрических ММ** отображаются свойства объектов, в них дополнительно к сведениям о взаимном расположении элементов содержатся сведения о форме деталей. Геометрические ММ могут выражаться совокупностью уравнений линий и поверхностей; совокупностью алгебраических соотношений, описывающих области, составляющие тело объекта; графами и списками, отображающими конструкции из типовых конструктивных элементов, и т.п. Геометрические ММ применяют при решении задач конструирования в машиностроении, приборостроении, радиоэлектронике, для оформления конструкторской документации, при задании исходных данных на разработку технологических процессов изготовления деталей. Используют несколько типов геометрических ММ.

**Б) Функциональные ММ** предназначены для отображения физических или информационных процессов, протекающих в объекте при его функционировании или изготовлении. Обычно функциональные ММ представляют собой системы уравнений, связывающих фазовые переменные, внутренние, внешние и выходные параметры.

**II) По степени детализации описания в пределах каждого иерархического уровня выделяют:**

#### ***А) полные ММ***

#### ***Б) макромоделли.***

**А) Полная модель** - эта модель, в которой фигурируют фазовые переменные, характеризующие состояния всех имеющихся межэлементных связей (т.е. состояние всех элементов проектируемого объекта).

**Б) Макромодель** - ММ, в которой отображаются состояния значительно меньшего числа межэлементных связей, что соответствует описанию объекта при укрупненном выделении элементов.

**III) По способу представления свойств объекта функциональные ММ делятся на аналитические и алгоритмические.**

**Аналитические ММ** представляют собой явные выражения выходных параметров как функций входных и внутренних параметров.

**Алгоритмические ММ** выражают связи выходных параметров с параметрами внутренними и внешними в форме алгоритма.

**Имитационная ММ** - это алгоритмическая модель, отражающая поведение исследуемого объекта во времени при задании внешних воздействий на объект.

### **3.3. Математические модели на микро-, макро- и мегауровнях**

Описания технических объектов должны быть по сложности согласованы с возможностями восприятия человеком и с возможностями ЭВМ оперировать описаниями моделей в процессе их преобразования при проектировании. Однако выполнить это требование в рамках некоторого единого описания, не расчленяя его на отдельные составные части, удастся лишь для простых изделий. Как правило, требуется структурирование описаний и соответствующее расчленение представлений о проектируемых объектах на иерархические уровни и аспекты. Это позволяет распределять работы по проектированию сложных объектов между подразделениями проектной организации, что способствует эффективности и производительности труда проектировщиков.

Использование принципов блочно-иерархического подхода к проектированию структур математических моделей проектируемых объектов позволяет формализовать процесс их написания. Количество иерархических уровней при моделировании определяется сложностью проектируемых объектов и возможностью средств проектирования. Однако иерархические уровни большинства предметных областей можно отнести к одному из трех обобщенных уровней, называемых далее микро-, макро- и мегауровнями .

В зависимости от места в иерархии описания математические модели делятся на ММ, относящиеся к микро-, макро- и мегауровням.



3.3.1. Особенностью ММ на **микроуровне** является отражение физических процессов, протекающих в непрерывном пространстве и времени. Типичные ММ на микроуровне - дифференциальные уравнения в частных производных (ДУЧП). В них независимыми переменными являются пространственные координаты и время. С помощью этих уравнений рассчитываются поля механических напряжений и деформаций, электрические потенциалы и напряжения, давления и температуры и т.п. Возможности применения ММ в ДУЧП ограничены отдельными деталями, попытки анализировать с их помощью процессы в многокомпонентных средах, сборочных единицах, электронных схемах не могут быть успешными из-за чрезмерного роста затрат машинного времени и памяти.

3.3.2. На **макроуровне** используют укрупненную дискретизацию пространства по функциональному признаку, что приводит к представлению ММ на этом уровне в виде систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). В этих уравнениях независимой переменной является время  $t$ , а вектор зависимых переменных составляют фазовые переменные, характеризующие состояние укрупненных элементов дискретизированного пространства. Такими переменными являются силы и скорости в механических системах, напряжения и токи в электрических системах, давления и расходы жидкостей и газов в гидравлических и пневматических системах и т.п. Системы ОДУ являются универсальными моделями на макроуровне, пригодными для анализа как динамических, так и установившихся состояний объектов. Модели для установившихся режимов можно также представить в виде систем алгебраических уравнений. Порядок системы уравнений зависит от числа выделенных элементов объекта. Если порядок системы приближается к 10000, то оперирование моделью становится затруднительным и поэтому необходимо переходить к представлениям на мегауровне .

3.3.3. На **мегауровне** в качестве элементов принимают достаточно сложные совокупности деталей. Мегауровень характеризуется большим разнообразием типов, используемых ММ. Для многих объектов ММ на мегауровне по-прежнему представляются системами ОДУ. Однако так как в моделях не описываются внутренние фазовые переменные элементы, а фигурируют только фазовые переменные, относящиеся к взаимным связям элементов, укрупненное представление элементов на мегауровне означает получение ММ приемлемой размерности для существенно более сложных объектов, чем размерность ММ на макроуровне.

3.3.4. В тех случаях, когда число компонентов в исследуемой системе превышает некоторый порог, сложность модели системы на макроуровне вновь становится чрезмерной. Поэтому, принимая соответствующие допущения, переходят на **функционально-логический** уровень. На этом уровне используют аппарат передаточных функций для исследования аналоговых (непрерывных) процессов или аппарат математической логики и конечных автоматов, если объектом исследования является дискретный процесс, т.е. процесс с дискретным множеством состояний.

3.3.5. Наконец, для исследования еще более сложных объектов, примерами которых могут служить производственные предприятия и их объединения, вычислительные системы и сети, социальные системы и другие подобные объекты, применяют аппарат теории массового обслуживания, возможно использование и некоторых других подходов, например, сетей Петри. Эти модели относятся к **системному** уровню моделирования.

#### **4. Место процедур формирования моделей в маршрутах проектирования.**

Вычислительный процесс при анализе состоит из этапов формирования модели и ее исследования (решения). В свою очередь, формирование модели включает две процедуры:

**во-первых**, разработку моделей отдельных компонентов,

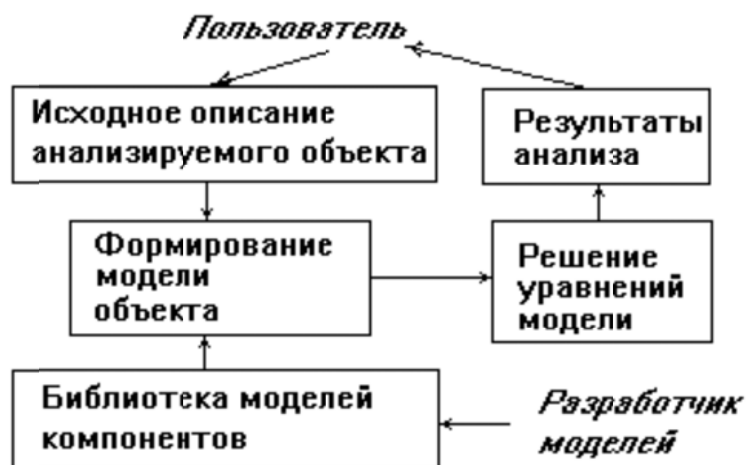
**во-вторых**, формирование модели системы из моделей компонентов.

Первая из этих процедур выполняется предварительно по отношению к типовым компонентам вне маршрута проектирования конкретных объектов. Как правило, модели компонентов разрабатываются специалистами в прикладных областях, причем знающими требования к моделям и формам их представления в САПР. Обычно в помощь разработчику моделей в САПР предлагаются методики и вспомогательные средства, например, в виде программ анализа для экспериментальной отработки моделей. Созданные модели включаются в библиотеки моделей прикладных программ анализа.

На маршруте проектирования каждого нового объекта выполняется вторая процедура (рис. 3.1) - формирование модели системы с использованием библиотечных моделей компонентов. Как правило, эта процедура выполняется автоматически по алгоритмам, включенным в заранее разработанные программы анализа. Примеры таких программ

имеются в различных приложениях и прежде всего в отраслях общего машиностроения и радиоэлектроники.

При применении этих программ пользователь описывает исследуемый объект на входном языке программы анализа не в виде системы уравнений, которая будет получена автоматически, а в виде списка элементов структуры, эквивалентной схеме, эскиза или чертежа конструкции.



**Рис. 3.1.** Место процедур формирования моделей на маршрутах проектирования.