МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «КГЭУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭЭ
__________ И.В.Ившин
«30» 06 2017 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по итогам освоения дисциплины

Б1.Б «ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки	13.03.02 Электроэнергетика и электротехника
Образовательная программа	Высоковольтные электроэнергетика и электротехника, Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем, Электрические станции, Электроэнергетические системы и сети, Электроснабжение, Нетрадиционные и возобновляемые источники энергии, Электрические и электронные аппараты, Электропривод и автоматика, Электромеханические комплексы и системы, Электрический транспорт, Электрооборудование и электрохозяйство предприятий, организаций и учреждений, Экономика и управление в электроэнергетике
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	заочная

г. Казань, 2017

1. Цель и задачи текущего контроля и промежуточной аттестации студентов по дисциплине «Высшая математика»

Целью текущего контроля и промежуточной аттестации является развитие у студентов навыков работы с учебной и научной литературой, проведения учебно-исследовательской работы, а также систематизация знаний по курсу «Высшая математика». Задачами текущего контроля и промежуточной аттестации являются углубление и закрепление знаний студентов, развитие у них практических умений.

Цель текущего контроля – систематическая проверка степени освоения программы дисциплины «Высшая математика», качества знаний, умений, навыков, сформированных на текущих занятиях.

Задачи текущего контроля:

1) определение индивидуального учебного рейтинга студентов;
2) своевременное выполнение корректирующих действий по содержанию и организации процесса обучения; обнаружение и устранение пробелов в усвоении учебной дисциплины;
3) подготовки к промежуточной аттестации.

Цель промежуточной аттестации – проверка степени усвоения студентами учебного материала за время изучения дисциплины, уровня сформированности компетенций после завершения изучения дисциплины. Аттестация проходит в форме экзамена, который проводится в письменной форме. Билеты содержат один теоретический и два практических вопроса.

Задачи промежуточной аттестации:

1) определение уровня усвоения учебной дисциплины;
2) определение уровня сформированности элементов общекультурных и профессиональных компетенций.

2. Основное содержание текущего контроля и промежуточной аттестации студентов

В результате изучения дисциплины «Высшая математика» формируется следующая компетенция:

– способность применять соответствующий физико-математический аппарат, методы анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач (ОПК-2).

2.1. Основное содержание текущего контроля

Коды компетенций	Совокупность ожидаемых результатов образования студентов в форме компетенций по завершении освоения дисциплины (модуля)	Содержание оценочных заданий для выявления сформированности компетенций у студентов по завершении освоения дисциплины (модуля)		
		Базовый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
ОПК-2	***Знать***: - основные понятия и утверждения теории матриц, аналитической геометрии, векторной и линейной алгебры ($З_1$); - основные понятия и утверждения математического анализа ($З_2$); - основные понятия и утверждения дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных ($З_3$); - основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений ($З_4$); - основные понятия и утверждения теории рядов ($З_5$); - основные понятия и утверждения векторного анализа и теории поля ($З_6$) ***Уметь:*** - решать системы линейных алгебраических уравнений ($У_1$); - аналитически описывать геометрические объекты при решении задач ($У_2$); - решать задачи с применением дифференциального исчисления и интегрального исчисления ($У_3$); - решать экстремальные задачи для функций одной и нескольких переменных ($У_4$); - решать задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям и системам дифференциальных уравнений ($У_5$); - решать задачи с применением понятий теории рядов ($У_6$); - решать задачи с применением понятий теории поля ($У_7$) ***Владеть:*** - основными методами аналитического решения геометрических задач ($В_1$); - основными методами дифференцирования и интегрирования функций ($В_2$); - основными методами поиска экстремума функций одной и нескольких переменных ($В_3$); - основными аналитическими и численными методами решения дифференциальных уравнений и их систем ($В_4$)	Контрольная работа		

2.2. Основное содержание промежуточной аттестации студентов

Коды компетенций	Совокупность ожидаемых результатов образования студентов в форме компетенций по завершении модуля/ освоения дисциплины	Содержание оценочных заданий для выявления сформированности компетенций у студентов по завершении модуля/освоения дисциплины		
		Базовый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
ОПК-2	***Знать***: - основные понятия и утверждения теории матриц, аналитической геометрии, векторной и линейной алгебры (З$_1$); - основные понятия и утверждения математического анализа (З$_2$); - основные понятия и утверждения дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных (З$_3$); - основные понятия и утверждения теории обыкновенных дифференциальных уравнений (З$_4$); - основные понятия и утверждения теории рядов (З$_5$); - основные понятия и утверждения векторного анализа и теории поля (З$_6$) ***Уметь:*** - решать системы линейных алгебраических уравнений (У$_1$); - аналитически описывать геометрические объекты при решении задач (У$_2$); - решать задачи с применением дифференциального исчисления и интегрального исчисления (У$_3$); - решать экстремальные задачи для функций одной и нескольких переменных (У$_4$); - решать задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям и системам дифференциальных уравнений (У$_5$); - решать задачи с применением понятий теории рядов (У$_6$); - решать задачи с применением понятий теории поля (У$_7$) ***Владеть:*** - основными методами аналитического решения геометрических задач (В$_1$); - основными методами дифференцирования и интегрирования функций (В$_2$); - основными методами поиска экстремума функций одной и нескольких переменных (В$_3$); - основными аналитическими и численными методами решения дифференциальных уравнений и их систем (В$_4$)	Экзамен		

3. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

Оценка текущей успеваемости и промежуточной аттестации студентов по итогам освоения дисциплины «Высшая математика» производится при помощи следующих оценочных средств:

3.1. Контроль текущей успеваемости

Данный вид контроля представляет собой контрольную работу, которая выполняется студентами самостоятельно. Контрольная работа является допуском к экзамену и считается выполненной, если решено 85% всех заданий.

Комплект контрольных работ приведен в **Приложении № 1**

3.2. Экзамен (промежуточная аттестация) по дисциплине

Экзамен является итоговой формой оценки знаний студентов, приобретённых в течение 1 и 2 семестра. Экзамен проводится в письменной форме с дальнейшим собеседованием. Студент выбирает билет, содержащий два теоретических вопроса и две задачи. Билеты формируются преподавателем перед экзаменационной сессией.

При подготовке к сдаче экзамена студентам выдается перечень вопросов и примеры задач. Экзаменационный билет состоит из трех вопросов (один теоретический и два практических).

Критерии оценки:

Для базового уровня: минимум одна задача имеет полное решение либо теоретический вопрос раскрыт полностью с доказательством и выводом формул (итоговая оценка удовлетворительно);

Для продвинутого уровня: студент должен сделать два задания (итоговая оценка хорошо);

Для высокого уровня: сделаны все три задания (итоговая оценка отлично).

Вопросы для подготовки к экзаменам приведены в **Приложении № 2.**

Разработанные контролирующие материалы позволяют оценить степень усвоения теоретических и практических знаний, приобретенные умения и владение полученными знаниями, способствуют формированию профессиональных и общекультурных компетенций студентов, что является очень важным в деле подготовки высококвалифицированных бакалавров по специальности 13.03.02.

Приложение № 1

Комплект контрольных заданий по вариантам

Задания на контрольную работу по теме «Линейная алгебра»

Решить систему уравнений тремя способами: методом Гаусса, методом Крамера и с помощью обратной матрицы:

Вариант 1

$$\begin{cases} 3x - y - z = -3 \\ 2x + 2y + 4z = 0 \\ -x - 3y + z = 5 \end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases} 4x - y + z = -6 \\ 2x + 2y - 3z = 3 \\ -x - y + 4z = -4 \end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 6 \\ -x + 2y + 2z = -1 \\ 4x - y - z = 4 \end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x - y - 2z = 1 \\ -x + 3y + 5z = 1 \end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x + 2y - 2z = 1 \\ -3x + y - 4z = -6 \end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases} 2x + 2y - z = -5 \\ x - y + 2z = 2 \\ 3x + 2y + 3z = -2 \end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases} x - 4y + z = -2 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ -2x + y + z = 0 \end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases} 3x + y - z = -3 \\ -x + 2y + 2z = 5 \\ 2x - y + z = -2 \end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases} -x + y - 3z = -3 \\ 4x + 2y + z = 7 \\ 3x - y - 2z = 0 \end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases} x + 2y - z = 2 \\ -2x + y + z = 0 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$$

Задания на контрольную работу по теме «Векторная алгебра»

Даны координаты четырёх точек A, B, C и D. Найти : а) координаты векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $2\overline{AB} + 3\overline{CD}$; б) модули векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$; в) скалярное произведение $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$; г) косинус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$; д) проекцию вектора $\overline{AB}$ на направление вектора $\overline{CD}$; е) направляющие косинусы векторов $\overline{AB}$, $\overline{CD}$; ж) векторное произведение $\overline{AB}$ и $\overline{CD}$; з) площадь треугольника, построенного на векторах $\overline{AB}$, $\overline{CD}$; и) смешанное произведение $\overline{AB}\ \overline{CD}\ \overline{b}$, где $\overline{b}$ = i +2j +3k; к) объем пирамиды ABCD.

Вариант 1
A(1 ;-2 ;3), B(2 ;1 ;2), C(-3 ; 4; 1), D(5; 1;-2) .

Вариант 2
A(3; -1; 2), B(2; 4;-1), C(-1 ; 5; 3), D(-4; 3; 2) .

Вариант 3
A(-4; 1;-2), B(2; 3; 3), C(1; 5;-1), D(3; -1; 2) .

Вариант 4
A(-5; 2; 3), B(1; 1; 1), C(2 ;-2 ; 1), D(3; 3;-2) .

Вариант 5
A(2; -1;-1), B(3; 2;-5), C(-1; 3; 4), D(-3; -1; 2) .

Вариант 6
A(4; -1;-2), B(2; 2;-1), C(-3; 3; 1), D(1; 2; 3) .

Вариант 7
A(-4; 2; 1), B(3; 1; 3), C(2; -2; -1), D(1; -3; 1) .

Вариант 8
A(-6; 1; 1), B(2; -1; -1), C(3; 2; 1), D(1; 3;-2) .

Вариант 9
A(-5; 1; -2), B(4; 2; -1), C(2; -3; 5), D(1; -1; 4) .

Вариант 10
A(-3; 6; -3), B(2 ; 1; 2), C(1; 5; 1), D(4; -2; -2) .

Задания на контрольную работу по теме «Вычисление пределов функций»

Вариант 1

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n+1)^2}{2n^2}=1/2$; 2) $\lim\limits_{x\to 1/2}\dfrac{8x^3-1}{6x^2-5x+1}=6$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x+a}-\sqrt{x})=0$;

4) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\arcsin x}{3x}=2/3$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+1/x)^{x^2}=\infty$

Вариант 2

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1000n^3+3n^2}{0{,}001n^4-100n^3+1}=0$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}=0$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)=1/2$;

4) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{1-\sin x}{(\pi/2-x)^2}=1/2$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{2x+1}{x-1})^x=\infty$

Вариант 3

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1000n^3+3n^2}{0{,}001n^4-100n^3+3}=0$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x^2}-1}{x}=0$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2})=0$; 4) $\lim\limits_{\alpha\to\pi}\dfrac{\sin\alpha}{1-\alpha^2/\pi^2}=\pi/2$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+1}{2x-1})^x=0$

Вариант 4

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n^3+2n-1}}{n+2}=1$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x^2}=\infty$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{3x-4}{3x+2})^{\frac{x+1}{3}}=e^{-2/3}$

3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2-2x-1}-\sqrt{x^2-7x+3})=5/2$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\cos\alpha x-\cos\beta x}{x^2}=\dfrac{\beta^2-\alpha^2}{2}$;

Вариант 5

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[3]{n^2+n}}{n+1}=0$; 2) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{x-5}=1/4$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+1}{x-2})^{2x-1}=e^6$

3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{(x+a)(x+b)}-x)=(a+b)/2$; 4) $\lim\limits_{x\to\infty}(1-\cos(1/x))x^2=1/2$;

Вариант 6

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\sqrt{n^2+1}+n)^2}{\sqrt[3]{n^6}+1}=4$; 2) $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}=1/2\sqrt{x}$;

3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1})=0$; 4) $\lim\limits_{x\to 0}(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{tgx})=0$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(1+\dfrac{a}{x})^{bx}=e^{ab}$

Вариант 7

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+x-3x^3}{1+x^2+3x^3}=-1$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=3$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+5}{x+2})^{3x}=e^9$;

4) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$;   5) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg7x}{2x}=7/2$

Вариант 8

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-100n^2+1}{100n^2+15n}=\infty$; 2) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-2x+1}{x^3-x}=0$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}x(\sqrt{x^2+1}-x)=1/2$;
4) $\lim\limits_{x\to\pi/2}\dfrac{1-\sin x}{(\pi/2-x)^2}=1/2$;   5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{2x+1}{x-1})^x=\infty$

Вариант 9

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[5]{n^2+n}}{n+1}=0$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{2+x^2}-2}{x}=\infty$; 3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2})=0$; 4)
$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2\arcsin 2x}{3x}=4/3$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+1}{5x-1})^x=0$

Вариант 10

Доказать, что

1) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1000n^3+5n^2}{0{,}01n^4-300n^3+1}=0$; 2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{3+x^2}-3}{x}=\infty$;
3) $\lim\limits_{x\to\infty}(\sqrt[3]{(x+1)^2}-\sqrt[3]{(x-1)^2})=0$; 4) $\lim\limits_{\alpha\to\pi}\dfrac{\sin\alpha}{\pi^2-\alpha^2}=1/2\,\pi$; 5) $\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+1}{6x-2})^x=0$

Задания на контрольную работу по теме «Производные»

Вариант 1 . Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\sqrt[3]{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}$; 2) y = sin(ln x + $\sqrt{x}$) ; 3) y = arcsin(arctg(x + 1) ; 4) y = $x^{\cos^2 x}$;

5) $\begin{cases} x= & t+\sqrt{t^2+1} \\ y= & \ln(t+\sqrt{t^2+1} \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+7}+8}{\sqrt[3]{x^3+1}}$

Вариант 2 . Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\dfrac{x^2\sin x}{x^3+1}$; 2) y = arcsin(tg x + 1)^2 ; 3) y = cos$\sqrt[4]{(x+1)^3}$; 4) y = (x + 5)$^{2\sin x}$;

5) $\begin{cases} x= & arctgt \\ y= & t+arcctgt \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 9x}{(x+1)x^2}$

Вариант 3 . Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\dfrac{2x\cos x}{3-x^2}$; 2) y = ctg^2(e$^{x/2}$) ; 3) y = $\dfrac{\ln(1-x^2)}{\sin^3 x}$; 4) y = $\dfrac{\sqrt[7]{x^2+1}\sqrt[5]{x-1}}{\sqrt[13]{17x+3}}$;

5) $\begin{cases} x = & \sqrt{2-t^2} \\ y = & \arccos(t-1) \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^{x-1}-1}{(x-1)(x+2)}$

Вариант 4 . Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\dfrac{arctgx}{x\sin x}$; 2) y = $\cos\sqrt[5]{(\ln x+1)^2}$; 3) y = tg(e^{2x} + 7x + 1)^2 ; 4) y = (e^{x+1})$^{\cos x}$;

5) $\begin{cases} x = & \cos(t+t^2) \\ y = & \cos(1+2t) \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2^{x+1}}{x^2+1}$

Вариант 5. Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\sqrt{x}+2x-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$; 2) y = arctg $\sqrt{x^3+2}$; 3) y = $e^{\frac{x+1}{x-1}}$; 4) y = (ln x + 1)$^{\ln x}$;

5) $\begin{cases} x = & \cos t + tgt \\ y = & ctgt + \sin t \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x - 1}{\sin^2 x}$

Вариант 6 . Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = (arcsin x + $\sqrt{1-x^2}$) ln(1 – x); 2) y = ctg(3^{x^2}); 3) y = $\ln\dfrac{\sqrt{x^2-x+1}}{x}$; 4) y = $(tg2x)^{ctgx/2}$;

5) $\begin{cases} x = & \cos t \\ y = & \ln(\cos t) \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x-1}{x^2}$

Вариант 7. Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\dfrac{arctgx}{x^2(x-1)}$; 2) y = $\sqrt[6]{\dfrac{x^5+1}{\cos(x^2)}}$; 3) y = ln[sin $\sqrt{x+1}$] ; 4) y = x^{e^x} ;

5) $\begin{cases} x = & \cos t + 7t \\ y = & \sqrt{t^2+1} \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{e^x}{x^3+7x+1}$

Вариант 8. Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\dfrac{\arcsin x}{\sqrt{x-1}}$; 2) y = tg $\sqrt{e^{x^2}+1}$; 3) y = $\ln\dfrac{x+3}{x^2-1}$; 4) y = (cos x +1)$^{2x-1}$;

5) $\begin{cases} x = & at + \cos 3t \\ y = & \dfrac{t+1}{t-1} + \sin t \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x \to 0} (\dfrac{3x+1}{3x-1})^{x/2}$

Вариант 9. Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $x^5(\ln x)\sqrt[3]{x+1}$; 2) y = $\arcsin\sqrt{\ln x+1}$; 3) y = $\mathrm{tg}\,\frac{x^2+1}{x^2-1}$; 4) y = $(\ln x)^{x^2+2}$;

5) $\begin{cases} x = \cos\sqrt{t} \\ y = \sin(1+\sqrt{t}) \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sqrt[4]{x^3+7}+\sqrt{x}}{\ln x}$

Вариант 10. Вычислить производную dy/dx от функций:

1) y = $\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$; 2) y = $5^{\sin(x-1)}$; 3) y = $\sin^2(\frac{1-2\cos x}{x^2+1})$; 4) y = $x^{\sin^2 x}$;

5) $\begin{cases} x = arctge^{t+2} \\ y = \sqrt[4]{e^t+1} \end{cases}$; 6) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x\sin x}{x-1}$

<u>Задания на контрольную работу по теме «Неопределённый интеграл»</u>

Вариант 1

J1 = $\int\frac{x^3dx}{\sqrt{4-x^8}}$; **J2 =** $\int x^2\cos 3x dx$; **J3 =** $\int\frac{x-1}{x^2+x+1}dx$;

J4 = $\int\frac{x^3+1}{x^4+3x^2+2}dx$; **J5 =** $\int\frac{dx}{\cos x+\sin x}$;

Вариант 2

J1 = $\int\frac{\cos 5x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}}dx$; **J2 =** $\int xe^{5x}dx$; **J3 =** $\int\frac{2x-3}{\sqrt{x^2-4x-7}}dx$;

J4 = $\int\frac{x^2+x+1}{x^4-2x^2+1}dx$; **J5 =** $\int\sin^2 x\cos 2x dx$;

Вариант 3

J1 = $\int e^{3\sin^2 x}\sin 2x dx$; **J2 =** $\int\cos(\ln x)dx$; **J3 =** $\int\frac{x-2}{\sqrt{9x^2+4x+1}}dx$;

J4 = $\int\frac{x^5-x^3+4}{x^3+2x^2+3x+6}dx$; **J5 =** $\int tg^2\frac{x}{2}dx$;

Вариант 4

J1 = $\int e^{\cos 5x}\sin 5x dx$; **J2 =** $\int\sin(\ln x)dx$; **J3 =** $\int\frac{x-3}{\sqrt{3-2x-x^2}}dx$;

J4 = $\int\frac{x+1}{x^3-2x^2+3x-6}dx$; **J5 =** $\int\frac{dx}{(1+\cos x)^2}$;

Вариант 5

J1 = $\int\cos^3 x\sqrt{\sin x}dx$; **J2 =** $\int\frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}dx$; **J3 =** $\int\frac{2x-1}{3x^2-3x+2}dx$;

J4 = $\int \frac{x^2+1}{x^3-x^2+4x-4}dx$; **J5** = $\int \sin^2 x\cos^2 xdx$;

Вариант 6

J1 = $\int \frac{\sin 3x}{3-5\cos 3x}dx$; **J2** = $\int x\cos 5xdx$; **J3** = $\int \frac{2-x}{\sqrt{1-2x-x^2}}dx$;

J4 = $\int \frac{x+2}{x^4-2x^3+2x^2}dx$; **J5** = $\int \frac{dx}{\sin x-\cos x}$;

Вариант 7

J1 = $\int \frac{2^{3\arccos 2x}}{\sqrt{1-4x^2}}dx$; **J2** = $\int (x^2-1)e^{-x}dx$; **J3** = $\int \frac{3-x}{\sqrt{3-2x-x^2}}dx$;

J4 = $\int \frac{x^4}{x^4+5x^2+4}dx$; **J5** = $\int \sin^5 x\cos^2 xdx$;

Вариант 8

J1 = $\int \frac{xdx}{\sqrt{2-x^2}}$; **J2** = $\int \sqrt{x}\ln xdx$; **J3** = $\int \frac{x-2}{\sqrt{x^2+4x-3}}dx$;

J4 = $\int \frac{x^3-x-8}{x^4-4x^2}dx$; **J5** = $\int \frac{dx}{\sin^3 x\cos^5 x}$;

Вариант 9

J1 = $\int \frac{\ln^3 x+3}{x\ln x}dx$; **J2** = $\int e^{2x}\cos 4xdx$; **J3** = $\int \frac{3x+2}{x^2+5x+7}dx$;

J4 = $\int \frac{2x^3-6x^2+8x-1}{(x-1)^2(x^2+2)}dx$; **J5** = $\int \frac{\cos x}{1+\cos x}dx$;

Вариант 10

J1 = $\int \frac{dx}{\cos^2 x(2tgx+1)}$; **J2** = $\int arctg\frac{1}{x}dx$; **J3** = $\int \frac{x+5}{2x^2+2x+3}dx$;

J4 = $\int \frac{x^3+x^2-4}{x^4+4x^2+4}dx$; **J5** = $\int \frac{dx}{3\sin x+\cos x+2}$;

<u>Задания на контрольную работу по теме «Определённый интеграл»</u>

Вариант 1

1) $\int_0^{\sqrt{3}/2} \arcsin xdx$; **2)** $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x\ln^5 x}$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями **y = x– 2, y = x(2–x)**

Вариант 2

1) $\int_0^{\ln 2} xe^{-2x}dx$; **2)** $\int_0^{\infty} \frac{dx}{25x^2-10x+2}$

3) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями **y = 2x – x^2 , y = x**

Вариант 3

1) $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx$ **;** **2)** $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 6x + 10}$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями **xy = 5 , x + y = 6**

Вариант 4

1) $\int_0^2 \frac{xdx}{x^2 + 3x + 2}$ **;** **2)** $\int_4^{\infty} \frac{dx}{x \ln \sqrt[3]{x}}$

3) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ох фигуры, ограниченной линиями **y = x^2 , y =** $\sqrt{x}$

Вариант 5

1) $\int_1^3 (\ln x + 3) dx$ **;** **2)** $\int_1^{\infty} \frac{arctgx dx}{1 + x^2}$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями **xy = 4, x + y – 5= 0**

Вариант 6

1) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2\sin^2 x}$ **;** **2)** $\int_0^{\infty} x^2 \cos x dx$

3) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной линиями **y = 4 – x^2 , y = 0 , x $\geq$ 0**

Вариант 7

1) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin 2x dx}{3 + \cos^2 x}$ **;** **2)** $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 (1 + x)}$

3) Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной линиями **y = x^2 , y = 0 , x = 1 , x = 2.**

Вариант 8

1) $\int_1^2 x^2 (\ln x + 3) dx$ **;** **2)** $\int_1^{\infty} \frac{e^{-1/x} dx}{x^2}$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями **y = - x^2 + 4 ,**
2x + y – 4 = 0

Вариант 9

1) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 1}$ **;** **2)** $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$

3) Вычислить длину дуги кривой **y = x**$\sqrt{x}$ от **x_1 = 0** до **x_2 = 5**

Вариант 10

1) $\int_0^{\pi} \sin 3x \cos 7x dx$**;** **2)** $\int_2^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями **y^2 = x + 1, y^2 = 9 - x**

Задания на контрольную работу по теме «Дифференциальные уравнения»

Вариант 1. 1) $y'' = 1 + x^2$; 2) $x^3y'' + x^2y' = 1$; 3) $yy'' + (y')^2 = 0$

Вариант 2. 1) $y'' = \sin 2x$; 2) $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x$; 3) $y'' + 2y(y')^3 = 0$

Вариант 3. 1) $y'' = 3 \cos 3x$; 2) $y''x \ln x = y'$; 3) $y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2$

Вариант 4. 1) $y'' = 1 + e^x$; 2) $xy'' - y' = e^x x^2$; 3) $y'' y^3 = 1$

Вариант 5. 1) $y'' = e^{-3x}$; 2) $y'' + 2x(y')^2 = 0$; 3) $2y y'' = (y')^2$

Вариант 6. 1) $y'' = \sqrt{x}$; 2) $(1+x^2)y'' + 2x y' = x^3$; 3) $2yy'' = 1 + (y')^2$

Вариант 7. 1) $y'' = 1+ 3x$; 2) $xy'' + y' + x = 0$; 3) $2y y'' = (y')^2 + y^2$

Вариант 8. 1) $y'' = x^2 - 2$; 2) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$; 3) $y y'' = (y')^2 + y^2y'$

Вариант 9. 1) $y'' = 3^x$; 2) $xy'' + y' = \ln x$; 3) $y''= 2y y'$

Вариант 10. 1) $y'' = 2 - e^x$; 2) $y'' = y' + (y')^2$; 3) $yy'' + (y')^2 = 1$

Задания на контрольную работу по теме «Ряды»

Вариант 1 *(РЗ по теме Ряды)*

1) Исследовать на сходимость числовые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{2n^2+3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[5]{(3n+2)^6}}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3 2^n}x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{(2n)!}(x-1)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

$$\mathbf{y'' + 2y' + 3y = 4 \quad , \quad y(0) = y'(0) = 1}$$

Вариант 2

1) Исследовать на сходимость числовые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[4]{(n+5)^3}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{(3n+1)!}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n} (x-1)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

yy`` + 2y` = cos x , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 3

1) Исследовать на сходимость чис-ые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n)^2}{(n+2)!}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt[6]{(\ln(n+1))^3}}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} (x+2)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

y`` + y^2 y` = $3e^x$ , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 4

1) Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt[5]{(\ln(n+1))^3}}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+1}{(n+1)(n^4+2)}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+3)!} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 3^n} (x-2)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

(x + 1)y`` + 2y` + $x^2$ y = 3 , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 5

1) Исследовать на сходимость числовые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n(n+1)(n^2+4)}$; б)

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n^2+1)}{2n^3+1}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{3^n} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n}}{2n+1} (x-3)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

2y`` + (sin x)^2 y` - y = 2 , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 6

1) Исследовать на сходимость числовые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3n^3+3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{(3n+1)^6}}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 3^n} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!} (x-1)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

y`` + 2y` + 4y = 3 , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 7

1) Исследовать на сходимость числовые ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(2n+5)^3}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(3n+3)!}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n} (x-2)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

yy`` + 3y` = cos x , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 8

1) Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+n)^2}{(2n+2)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt[5]{(\ln(n+1))^5}}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty}$ $3^n x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} (x+2)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

y`` + y^3 y` = $2e^x$ , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 9

1) Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\sqrt[5]{(\ln(n+1))^3}}$;б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3+2}{(n+1)(n^4+3)}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+5)!} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 3^n} (x-2)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

(x + 2)y`` + 2y` + $x^3$ y = 3 , y(0) = y`(0) = 1

Вариант 10

1) Исследовать на сходимость ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+3}{n(n+2)(n^3+4)}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n^2+2)}{2n^3+3}$

2) Найти интервал сходимости степенных рядов и исследовать на концах интервала :

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{4^n} x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{5n+2} (x-3)^n$

3) Найти четыре первых отличных от нуля члена приближенного решения задачи Коши

2y`` + $(\sin x)^3$ y` - y = 3 , y(0) = y`(0) = 1

Задания на контрольную работу по теме «Кратные интегралы»

№1

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D xydxdy \quad D: y = 4 - x^2, y = -x - 2.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy \quad D: x^2 + y^2 = 5, y = x, y \ge 0, x = 0.$

№2

3.Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (2x - y)dxdy \quad D: y = 4, y = x - 2, x = -3.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy \quad D: 1 \le x^2 + y^2 \le 3, y \ge 0, x \le 0.$

№3

3.Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (x^2 + y)dxdy \quad D: y = x^2 + 2, y = -2x - 5.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \sqrt{x^2 + y^2} dxdy \quad D: x^2 + y^2 = 9, y = -x, y \le 0, x = 0.$

№4

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (x - 4y)dxdy \quad D: y = x + 2, y = -1, x = 4.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \sqrt[3]{x^2 + y^2} dxdy \quad D: 4 \le x^2 + y^2 \le 6, x \le 0.$

№5

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (2x - y)dxdy \quad D: y = 4, y = x, y = -x.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \frac{4}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy \quad D: x^2 + y^2 = 10, y = x, y = -x, y \ge 0.$

№6

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (x + 3y)dxdy \quad D: y = x^3, y = x, x \ge 0.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D (x^2 + y^2)dxdy \quad D: 4 \le x^2 + y^2 \le 5, y \le 0, x \le 0.$

№7

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D xdxdy \quad D: y = 8 - x^2, y = x^2.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}} dxdy \quad D: x^2 + y^2 = 3, x \le 0.$

№8

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D xydxdy \quad D: y=-x, y=x, y=-4.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \sqrt[3]{x^2+y^2}dxdy \quad D: 1 \le x^2+y^2 \le 2,, y \ge 0, x=0.$

№9

3. Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (x+y)dxdy \quad D: y=8-x^2, y=-x-2.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D \frac{2}{\sqrt{x^2+y^2}}dxdy \quad D: x^2+y^2=3, y=x, y \ge 0, x=0.$

№10

3.Вычислить двойной интеграл по области D $\iint\limits_D (x-5y)dxdy \quad D: y=5, y=x-1, x=-4.$

4.Вычислить двойной интеграл, используя полярные координаты $\iint\limits_D (x^2+y^2)dxdy \quad D: 2 \le x^2+y^2 \le 6, y \ge 0, x \le 0.$

Задания на контрольную работу по теме «Криволинейные и поверхностные интегралы, элементы теории поля»

№ 1

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода.

$$\iint\limits_\sigma \sqrt{x^2+y^2}d\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x^2+y^2-4z^2=0, \\ 0 \le z \le 1/2. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a=(x+xy^2)i+(y-yx^2)j+(z-3)k, S: x^2+y^2=z^2 (z \ge 0), P: z=1.$
3. Найти поток векторного поля $a=x^2i+xj+xzk,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S: \begin{cases} z=x^2+y^2, z=1, \\ x=0, y=0, \\ (1 октант). \end{cases}$

№2

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода.

$$\iint\limits_\sigma xyd\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x^2+y^2-z^2=0, \\ 0 \le z \le 1. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a=yi-xj+k, S: x^2+y^2=z^2 (z \ge 0), P: z=4.$
3. Найти поток векторного поля $a=(x+z)i+(z+y)k,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S: \begin{cases} x^2+y^2=9, \\ z=x, z=0 (z \ge 0). \end{cases}$

№ 3

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода.

$$\iint_\sigma (x^2+y^2)d\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x^2+y^2-z^2=0, \\ 0\le z\le 1. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = xyi - x^2 j + 3k, S: x^2+y^2 = z^2 (z\ge 0), P: z=1.$
3. Найти поток векторного поля $a = x^2 i + y^2 j + z^2 k,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S: \begin{cases} x^2+y^2+z^2=4, \\ x^2+y^2=z^2 (z\ge 0). \end{cases}$

№ 4

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода.

$$\iint_\sigma z d\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x^2+y^2-2z=0, \\ 0\le z\le 1. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = xzi + yzj + (z^2-1)k, S: x^2+y^2 = z^2 (z\ge 0), P: z=4.$
3. Найти поток векторного поля $a = (x+z)i + yk,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S: \begin{cases} z = 8-x^2-y^2, \\ z = x^2+y^2. \end{cases}$

№ 5

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода.

$$\iint_\sigma (x+y+z)d\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x+y+z=1, \\ x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = y^2xi - yx^2 j + k, S: x^2+y^2 = z^2 (z\ge 0), P: z=5.$
3. Найти поток векторного поля $a = -2xi + zj + (z+y)k,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S: \begin{cases} x^2+y^2=2y, \\ z = x^2+y^2, z=0. \end{cases}$

№ 6

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода.

$$\iint_\sigma z d\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x^2+y^2+z^2=1, \\ z\ge 0. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = (xz+y)i + (yz-x)j + (z^2-2)k, S: x^2+y^2 = z^2 (z\ge 0), P: z=3.$
3. Найти поток векторного поля $a = (2y-3z)i + (3x+2y)\, j(x+y+z)k,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S: \begin{cases} x^2+y^2=1, \\ z=4-x-y, z=0. \end{cases}$

№ 7

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода по верхнему основанию цилиндра.

$$\iint_\sigma x d\sigma, \quad \sigma: \begin{cases} x^2+y^2=2y, \\ 0\le z\le 2. \end{cases}$$

2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = xyzi + x^2zj + 3k, S : x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0), P : z = 2.$
3. Найти поток векторного поля $a = (x + y)i + (y + z)j + (z + x)k,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S : \begin{cases} y = 2x, y = 4x, x = 1, \\ z = y^2, z = 0. \end{cases}$

№ 8

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода по верхнему основанию цилиндра. $\iint\limits_{\sigma} (x + y)d\sigma, \quad \sigma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 4x, \\ 0 \leq z \leq 4. \end{cases}$
2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = (x + xy)i + (y - x^2)j + (z - 1)k, S : x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0), P : z = 3.$
3. Найти поток векторного поля $a = -2xi + zj + (z + y)k,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S : \begin{cases} x^2 + y^2 = 2y, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$

№ 9

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода по верхнему основанию цилиндра. $\iint\limits_{\sigma} (x + y)d\sigma, \quad \sigma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 4y, \\ 0 \leq z \leq 1. \end{cases}$
2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = (x + y)i + (y - x)j + (z - 2)k, S : x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0), P : z = 2.$
3. Найти поток векторного поля $a = xi - 2yj + 3zk,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S : \begin{cases} x^2 + y^2 = z, \\ z = 2x. \end{cases}$

№ 10

1. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода по верхнему основанию цилиндра. $\iint\limits_{\sigma} (y^2 - 1)d\sigma, \quad \sigma : \begin{cases} x^2 + y^2 = 4x, \\ 0 \leq z \leq 1. \end{cases}$
2. Найти поток векторного поля a через часть поверхности S, вырезаемую плоскостью P (нормаль внешняя к замкнутой поверхности, образуемой данными поверхностями). $a = xi + yj + (z - 2)k, S : x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0), P : z = 2.$
3. Найти поток векторного поля $a = (y + z)i + (x - 2y + z)j + xk,$ через замкнутую поверхность S (нормаль внешняя). $S : \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = x^2 + y^2, z = 0. \end{cases}$

Приложение № 2

Вопросы для подготовки к экзаменам

1-й семестр

1. Матрицы: понятие, действия над матрицами.
2. Определители: определение, свойства, вычисление.
3. Минор, алгебраическое дополнение, разложение определителя по элементам строки или столбца.
4. Невырожденные матрицы, обратная матрица, ранг матрицы.
5. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Решение невырожденных систем линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы. Формулы Крамера.
7. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
8. Векторы: линейные операции над векторами, проекция вектора на ось.
9. Разложение вектора по ортам координатных осей, модуль вектора, направляющие косинусы.
10. Операции над векторами, заданными своими проекциями.
11. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
12. Уравнения прямой на плоскости.
13. Расстояние от точки до прямой. Угол между двумя прямыми.
14. Уравнения плоскости в пространстве.
15. Расстояние от точки до плоскости. Угол между двумя плоскостями.
16. Уравнения прямой в пространстве.
17. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.
18. Линии второго порядка на плоскости: окружность и эллипс.
19. Линии второго порядка на плоскости: гипербола и парабола.
20. Уравнения кривых 2-го порядка с осями симметрии, параллельными координатным осям. Общее уравнение линий 2-го порядка.
21. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности.
22. Предел функции в точке. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности.
23. Основные теоремы о пределах функций.
24. 1-й и 2-й замечательные пределы (с доказательством).
25. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Основные теоремы о них.
26. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные б.м.ф. Важнейшие эквивалентности.
27. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
28. Задачи, приводящие к понятию производной: скорость прямолинейного движения, касательная к кривой.
29. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной.
30. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.
31. Таблица производных основных элементарных функций. Вывод нескольких табличных формул.
32. Производные неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
33. Дифференциал функции. Теоремы о дифференциалах. Геометрический смысл дифференциала функции.
34. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
35. Производные и дифференциалы высших порядков.
36. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределённостей различных видов с его помощью.

37. Условия монотонности и экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке.
38. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.
39. Асимптоты графика функции.
40. Общая схема исследования функции и построения графика
41. Комплексные числа. Определение. Геометрическое представление. Три формы записи комплексных чисел.
42. Действия над комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление).
43. Действия над комплексными числами (возведение в целую степень, извлечение корней).
44. Первообразная. Неопределённый интеграл. Основные определения и теоремы.
45. Свойства неопределённого интеграла. Таблица основных интегралов.
46. Метод замены переменной. Внесение функции под знак дифференциала.
47. Формула интегрирования по частям. Рекомендации по применению.
48. Рациональные функции (основные определения). Интегрирование рациональных функций (общий алгоритм).
49. Представление правильной рациональной дроби в виде суммы простейших дробей. Метод сравнивания коэффициентов. Метод частных значений.
50. Интегрирование простейших рациональных дробей.
51. Интегрирование тригонометрических функций.
52. Интегрирование иррациональных функций.
53. Определённый интеграл. Геометрический смысл определённого интеграла.
54. Формула Ньютона–Лейбница (с обоснованием).
55. Основные свойства определённого интеграла.
56. Методы вычисления определённого интеграла.
57. Несобственный интеграл 1-го рода (с бесконечными пределами).
58. Несобственный интеграл 2-го рода (от неограниченной функции).
59. Метод интегральной суммы для решения прикладных задач.
60. Вычисление площадей плоских фигур.
61. Вычисление длины дуги кривой.
62. Вычисление объёма тела. Объём тела вращения.
63. Механические приложения определённого интеграла.

2-й семестр

1. Функции двух переменных: определение, непрерывность, предел.
2. Частные производные первого порядка, их геометрическое толкование.
3. Касательная плоскость и нормаль к поверхности (вывод уравнений).
4. Частные производные высших порядков.
5. Дифференцируемость и полный дифференциал функции нескольких переменных.
6. Экстремумы функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума.
7. Дифференциальные уравнения первого порядка: основные понятия (различные формы записи ДУ, общее и частное решения, общий и частный интеграл, интегральные кривые), задача Коши.
8. Решение дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
9. Однородные функции. Однородные дифференциальные уравнения.
10. Решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка методом Бернулли. Уравнения Бернулли.
11. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия, задача Коши.
12. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижения порядка.
13. Интегрирования линейных однородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

14. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с правой частью специального вида.
15. Числовые ряды: понятие, сходимость, необходимый признак сходимости.
16. Свойства сходящихся числовых рядов. Ряд геометрической прогрессии.
17. Достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов. Ряд Дирихле
18. Знакочередующиеся ряды: понятие, признак Лейбница, общий достаточный признак сходимости, абсолютная и условная сходимость.
19. Функциональные ряды. Степенные ряды: понятие, теорема Абеля, интервал и радиус сходимости, свойства.
20. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
21. Приложения степенных рядов.
22. Ряды Фурье: тригонометрический ряд Фурье, теорема Дирихле.
23. Разложение в ряд Фурье чётных и нечётных функций. Представление непериодической функции рядом Фурье.
24. Двойной интеграл: определение, геометрический и физический смысл, свойства, вычисление в декартовой системе координат.
25. Замена переменных в двойном интеграле, вычисление в полярной системе координат.
26. Приложения двойного интеграла.
27. Тройной интеграл: определение, физический смысл, свойства, вычисление в декартовой системе координат
28. Замена переменных в тройном интеграле, вычисление в цилиндрической и сферической системах координат.
29. Приложения тройного интеграла.
30. Криволинейный интеграл I-го рода: определение, свойства, вычисление, приложения.
31. Криволинейный интеграл II-го рода: определение, свойства, вычисление
32. Криволинейный интеграл II-го рода: формула Грина, условия независимости от пути интегрирования, приложения
33. Поверхностный интеграл I-го рода: определение, свойства, вычисление, приложения
34. Поверхностный интеграл II-го рода: определение, свойства, вычисление.
35. Поверхностный интеграл II-го рода: формулы Остроградского-Гаусса и Стокса, приложение.
36. Элементы теории поля: скалярные поля, производная по направлению, градиент.
37. Элементы теории поля: векторные поля, векторные линии
38. Элементы теории поля: поток векторного поля, дивергенция, формула Остроградского-Гаусса в векторном виде.
39. Элементы теории поля: циркуляция векторного поля, ротор, формула Стокса в векторном виде.
40. Элементы теории поля: свойства основных классов полей, оператор Гамильтона, векторные дифференциальные операции первого и второго порядков.