

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 2**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава I, § 1-3 и [2]: глава 1, § 1-4 (см. прилагаемый список литературы)

1. Найти линейную комбинацию матриц $4A - 5B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & -2 \\ -3 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведения матриц AB и BA (если они существуют), где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

3. Проверить коммутируют ли матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = 3x^3 + x^2 + 2$ и $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$.

5. Вычислить произведение $A \cdot A^T$ при заданной матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$.

6. Привести к ступенчатому виду матрицу $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{pmatrix}$.

7. Найти произведения матриц $(AB)C$ и $A(BC)$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Решить матричные уравнения:

9. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$;

10. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$.

11. Найти линейную комбинацию матриц $3A + 4B$, где

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ -5 & 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 & 1 \\ 7 & -1 & 0 & 4 \\ 8 & -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

12. Найти произведения матриц AB и BA (если они существуют), где

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}.$$

13. Проверить, коммутируют ли матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ и

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & -4 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

14. Найти значение матричного многочлена $f(A)$, если $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5$, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$.

15. Вычислить произведение $A \cdot A^T$ при заданной матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 3 \\ 4 & -1 & 5 & -1 \end{pmatrix}$.

16. Привести к ступенчатому виду матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 5 & -5 & 4 \end{pmatrix}$.

17. Найти произведения матриц $(AB)C$ и $A(BC)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

18. Найти обратную матрицу к матрице $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix}$.

Решить матричные уравнения:

19. $X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$;

20. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Ответы:

1) $\begin{pmatrix} -7 & -9 & 10 \\ 22 & 11 & -23 \\ -12 & -6 & 40 \end{pmatrix}$; 2) $AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $BA = \begin{pmatrix} 20 & 40 \\ -10 & -20 \end{pmatrix}$; 3) Да;

4) $\begin{pmatrix} 6 & 95 \\ 0 & -70 \end{pmatrix}$; 5) $\begin{pmatrix} 5 & -3 & 6 \\ -3 & 9 & 6 \\ 6 & 6 & 20 \end{pmatrix}$; 6) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 0 & -7 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 7) $\begin{pmatrix} 13 & -8 \\ -13 & 8 \end{pmatrix}$;

8) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 3 & -2 \\ -8 & 6 & -5 \\ -7 & 5 & -4 \end{pmatrix}$; 9) $\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$; 10) $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & -1 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$; 11) $\begin{pmatrix} 29 & -10 & -3 & -8 \\ 28 & 2 & 3 & 13 \\ 17 & 1 & 10 & 20 \end{pmatrix}$;

12) $AB = BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$; 13) Нет; 14) $\begin{pmatrix} -24 & 12 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}$; 15) $\begin{pmatrix} 15 & 4 \\ 4 & 43 \end{pmatrix}$;

16) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 3 \\ 0 & -7 & 8 & -5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; 17) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$; 18) $\begin{pmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$; 19) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$;

20) $\begin{pmatrix} 15/7 \\ -16/7 \\ -11/7 \end{pmatrix}$.