

*Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 6*

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава III, § 10 и [2]: глава 4, § 2 (см. прилагаемый список литературы)

1. Найти проекцию точки $M(-8; 12)$ на прямую, проходящую через точки $A(2; -3)$ и $B(-5; 1)$. Сделать чертеж.

2. Даны вершины $\triangle ABC$: $A(2; 1)$, $B(-1; -1)$, $C(3; 2)$. Составить уравнение высоты BD треугольника и сделать чертеж.

3. В треугольнике с вершинами $A\left(\frac{3}{2}; 1\right)$, $B\left(1; \frac{5}{3}\right)$, $C(3; 3)$ найти длину высоты, проведенной из вершины C .

4. Даны уравнения двух сторон прямоугольника: $2x - 3y + 5 = 0$ и $3x + 2y - 7 = 0$ и одна из его вершин $(2; -3)$. Составить уравнения для остальных сторон прямоугольника и сделать чертеж.

5. Даны вершины $\triangle ABC$: $A(1; 1)$, $B(4; 5)$, $C(13; -4)$. Составить уравнения высоты треугольника, опущенной из вершины C и уравнение медианы, проведенной из вершины B . Вычислить площадь треугольника.

6. В точках пересечения прямой $2x - 5y - 10 = 0$ с осями координат восстановлены перпендикуляры к этой прямой, написать их уравнения и сделать чертеж.

7. Даны уравнения двух сторон ромба $3y - x = 0$, $3y + x = 0$ и точка пересечения их диагоналей $(0; 3)$. Найти длину высоты и уравнения диагоналей.

8. Найти прямую, проходящую через точку пересечения прямых $x + 2y + 1 = 0$ и $2x + y + 2 = 0$, и образующую угол 135° с осью абсцисс.

9. Даны последовательные вершины параллелограмма: $A(0; 0)$, $B(1; 3)$, $C(7; 1)$. Найти угол между его диагоналями и показать, что этот параллелограмм является прямоугольником.

10. Даны уравнения двух сторон прямоугольника $x - 2y = 0$, $x - 2y + 15 = 0$ и уравнение одной из его диагоналей $7x + y - 15 = 0$. Найти вершины прямоугольника и сделать чертеж.

11. Через точку пересечения прямых $x + y - 6 = 0$, $2x - y - 3 = 0$ провести прямую под углом в 45° к прямой $3x - 5 = 0$.

12. Найти угол наклона прямой $x - y - 5 = 0$ к оси Ox .

13. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $(2; -3)$ параллельной прямой, соединяющей точки $(1; 2)$ и $(-1; -5)$.

14. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $(1; 2)$ и перпендикулярной к прямой, соединяющей точки $(4; 3)$ и $(-2; 1)$.

15. Даны вершины четырёхугольника $ABCD$: $A(2; 2)$, $B(5; 1)$, $C(3; 6)$, $D(0; 3)$. Найти точку пересечения его диагоналей.

16. Найти уравнение прямой, проходящей через начало координат и через точку пересечения медиан треугольника, стороны которого выражаются уравнениями $y = 4x + 4$, $y = -x + 4$, $4y = x + 1$.

17. Написать уравнение прямой, если известно, что её расстояние от начала координат равно 5 и что перпендикуляр, опущенный на неё из начала координат, составляет с осью Ox угол в 60° .

18. Даны уравнения оснований трапеции: $2x + y - 5 = 0$, $4x + 2y - 7 = 0$. Найти её высоту.

19. Из точки $(1; -2)$ провести касательные к окружности радиуса $\frac{2}{5}\sqrt{85}$, центр которой лежит в точке $(3; 6)$.

20. Вершиной треугольника служит точка $(5; -3)$, а основанием — отрезок, соединяющий точки $(0; -1)$ и $(3; 3)$. Найти длину высоты треугольника.

21. Найти точку, равноудалённую от точек $(2, 3)$, $(4, 2)$, $(-1, 0)$.

22. Привести к нормальному виду уравнения следующих прямых:

а) $2x + 2\sqrt{3}y - 7 = 0$; б) $6x - 8y = 9$.

23. Найти углы и площадь треугольника, стороны которого заданы уравнениями: $5x - 2y - 11 = 0$, $x + 2y + 5 = 0$, $x - 2y + 1 = 0$.

24. Найти геометрическое место точек, разность квадратов расстояний которых от двух данных точек равна постоянной величине.

25. Написать уравнение биссектрисы углов, образуемых прямыми:

$$x + 8y - 26 = 0 \text{ и } 4x + 7y + 29 = 0.$$

26. Даны центр квадрата $C(-1, 0)$ и уравнение стороны $x + 3y - 5 = 0$. Составить уравнения остальных трех сторон.

Ответы:

- 1) $(-12; 5)$; 2) $x + y + 2 = 0$; 3) 2,4; 4) $2x - 3y - 13 = 0$, $3x + 2y = 0$;
5) $13x + 6y - 82 = 0$, $3x + 4y - 23 = 0$, $S = 31,5$ кв. ед.; 6) $5x + 2y + 4 = 0$,
 $5x + 2y - 25 = 0$; 7) $x = 0$, $y = 3$, $h = \frac{18}{\sqrt{10}}$; 8) $x + y + 1 = 0$; 9) $\varphi = 53^\circ 8'$;
10) $(-1,7)$, $(1,8)$, $(2,1)$, $(4,2)$; 11) $x + y - 6 = 0$, $x - y = 0$; 12) 45° ;
13) $7x - 2y - 20 = 0$; 14) $3x + y - 5 = 0$; 15) $\left(\frac{45}{22}; \frac{24}{11}\right)$; 16) $5x - 2y = 0$;
17) $x + \sqrt{3}y - 10 = 10$; 18) $0,3\sqrt{5}$; 19) $7x - 6y - 19 = 0$ и $9x + 2y - 5 = 0$; 20) 5,2;
21) $\left(\frac{11}{6}; \frac{1}{6}\right)$; 22) $\frac{1}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y - \frac{7}{4} = 0$, $\frac{6}{10}x - \frac{8}{10}y - \frac{9}{10} = 0$; 23) $\arctg\left(\frac{8}{9}\right)$,
 $\arctg\left(\frac{4}{3}\right)$, $\arctg 3$, $S = 12\sqrt{2}$ кв. ед.; 24) прямая, перпендикулярная к прямой,
соединяющей заданные точки. 25) $3x - y + 55 = 0$, $5x + 15y + 3 = 0$;
26) $x + 3y + 7 = 0$, $3x - y + 9 = 0$, $3x - y - 3 = 0$.