

*Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 7*

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава IV, § 12 и [2]: глава 5, § 2-3 (см. прилагаемый список литературы)

1. Найти точку пересечения плоскостей:

$$\begin{cases} 3x + 4y - 3z + 37 = 0, \\ 6x - 7y + 2z - 95 = 0, \\ 5x + 2y - 8z + 53 = 0. \end{cases}$$

2. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку пересечения плоскостей $2x + 2y + z - 7 = 0$, $2x - y + 3z - 3 = 0$, $4x + 5y - 2z - 12 = 0$ и через точки $M(0; 3; 0)$ и $N(1; 1; 1)$.

3. Вычислить угол между плоскостями, проходящими через точку $M(1; -1; -1)$, одна из которых содержит ось Ox , а другая – ось Oz .

4. Найти уравнение плоскости, проходящей через точки $A(1; -5; 1)$, $B(3; 2; -2)$ и параллельной оси Oy .

5. Составить уравнения прямой, проходящей через точку $(1; 1; 1)$ и пересекающей две данные прямые:

$$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}, \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{4}.$$

6. Найти длину перпендикуляра, опущенного из точки $M(2; 3; -5)$ на плоскость $4x - 2y + 5z - 12 = 0$.

7. Из точки $P(2; 3; -5)$ на координатные оси опущены перпендикуляры. Составить уравнение плоскости, проходящей через их основания.

8. Вычислить расстояние между параллельными прямыми:

$$\frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{1} \quad \text{и} \quad \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}.$$

9. Составить уравнение плоскости, проходящей через линию пересечения плоскостей $(1 + \sqrt{2})x + 2y + 2z - 4 = 0$, $x + y + z + 1 = 0$ и образующей с координатной плоскостью xOy угол 60° .

10. Построить прямую
$$\begin{cases} 2x + 3y + 3z - 9 = 0, \\ 4x + 2y + z - 8 = 0. \end{cases}$$

11. Даны две вершины параллелограмма $ABCD$: $C(-2; 3; -5)$ и $D(0; 4; -7)$ и точка пересечения диагоналей $M(1; 2; -3,5)$. Найти уравнения стороны AB .

12. Найти угол между прямыми $\begin{cases} 4x - y - z + 12 = 0, \\ y - z - 2 = 0; \end{cases}$ и $\begin{cases} 3x - 2y + 16 = 0, \\ 3x - z = 0. \end{cases}$

13. Из начала координат опустить перпендикуляр на прямую $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{1}$.

14. Уравнение плоскости $2x + 3y - 6z + 21 = 0$ привести к нормальному виду.

15. Найти угол между плоскостью $x + 2y - z + 2 = 0$ и плоскостью, проходящей через точки $A(2; -2; -3)$, $B(3; 0; -5)$, $C(5; -2; 0)$.

16. Треугольник ABC образован пересечением плоскости $x + 2y + 4z - 8 = 0$ с координатными осями. Найти уравнение средней линии треугольника, параллельной плоскости xOy .

17. Найти проекцию точки $A(4; -3; 1)$ на плоскость $x + 2y - z - 3 = 0$.

18. Найти уравнение проекции прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{3}$ на плоскость $x + y + 2z - 5 = 0$.

19. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(0; 2; 1)$ и образующей равные углы с векторами: $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$, $\mathbf{b} = 3\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = 3\mathbf{k}$.

20. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{4}$ и перпендикулярной плоскости $3x + y - z + 2 = 0$.

Ответы:

1) $(5; -7; 8)$; 2) $x - z = 0$; 3) 60° ; 4) $3x + 2z - 5 = 0$; 5) $\frac{x-1}{0} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}$;

6) $\frac{35}{3\sqrt{5}}$; 7) $15x + 10y - 6z - 60 = 0$; 8) $\frac{5\sqrt{30}}{6}$; 9) $\sqrt{2}x + y + z - 5 = 0$;

11) $\frac{x-4}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-2}$; 12) $\cos \varphi = \frac{20}{21}$; 13) $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{4}$;

14) $-\frac{2}{7}x - \frac{3}{7}y + \frac{6}{7}z - 3 = 0$; 15) $\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{102}}$; 16) $\frac{x-4}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$;

17) $(5; -1; 0)$; 18) $\frac{x}{1} = \frac{y-\frac{5}{3}}{-1} = \frac{z-\frac{5}{3}}{0}$; 19) $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-1}$;

20) $x - 5y - 2z + 11 = 0$.