

**Задачи для самостоятельного решения по теме  
практического занятия 21**

*Указание.* Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава VII, § 33 и [2]: глава 8, § 4 (см. прилагаемый список литературы)

1.  $\int \frac{\sqrt[3]{x} dx}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt{x}}$       **Ответ:**  $6 \left( \frac{1}{4} \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{3} \sqrt{x} + \frac{1}{2} \sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} + \ln \left| \sqrt[6]{x} - 1 \right| \right) + C.$

2.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}$       **Ответ:**  $4 \left[ \frac{1}{2} \sqrt{x} - \sqrt[4]{x} + \ln(\sqrt[4]{x} + 1) \right] + C.$

3.  $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} - \sqrt{2x+1}}$       **Ответ:**  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{2x+1} + 3 \sqrt[6]{2x+1} + 3 \ln \left| \sqrt[6]{2x+1} - 1 \right| + C.$

4.  $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$       **Ответ:**  $\frac{3}{2} \sqrt[3]{(x+1)^2} - 3 \sqrt[3]{x+1} + 3 \ln \left| \sqrt[3]{x+1} + 1 \right| + C.$

5.  $\int \frac{\sqrt{x}}{x^2 \cdot \sqrt{x-1}} dx$       **Ответ:**  $2 \sqrt{\frac{x-1}{x}} + C.$

6.  $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}}$       **Ответ:**  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C.$

7.  $\int \frac{dx}{x \sqrt{a^2 + x^2}}$       **Ответ:**  $\frac{1}{a} \ln \left| \frac{\sqrt{a^2 + x^2} - a}{x} \right| + C.$

8.  $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 - 1}}$       **Ответ:**  $\frac{1}{2} \left( \arccos \frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^2} \right) + C.$

9.  $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - x - 1}}$       **Ответ:**  $\ln \left| x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x - 1} \right| + C.$

10.  $\int \frac{5x+3}{\sqrt{-x^2 + 4x + 5}} dx$       **Ответ:**  $-5 \sqrt{-x^2 + 4x + 5} + 13 \arcsin \frac{x-2}{3} + C.$

11.  $\int \frac{3x+2}{\sqrt{x^2 + x + 2}} dx$       **Ответ:**  $3 \sqrt{x^2 + x + 2} + \frac{1}{2} \ln \left| x + \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 + x + 2} \right| + C.$

$$12. \int \sqrt{x}(1+\sqrt[3]{x})^4 dx \quad \text{Ответ: } \frac{2}{3}x\sqrt{x} + \frac{24}{11}x \cdot \sqrt[6]{x^5} + \frac{36}{13}x^2 \cdot \sqrt[6]{x} + \\ + \frac{8}{5}x^2 \cdot \sqrt{x} + \frac{6}{17}x^2 \cdot \sqrt[6]{x^5} + C.$$

$$13. \int \frac{dx}{x^4 \sqrt{x^2+1}} \quad \text{Ответ: } \frac{\sqrt{x^2+1}(2x^2-1)}{3x^3} + C.$$

$$14. \int \frac{dx}{x(\sqrt[3]{x}+1)^2} \quad \text{Ответ: } \frac{3}{\sqrt[3]{x}+1} + \ln \frac{x}{(\sqrt[3]{x}+1)^3} + C$$

$$15. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{\sqrt{x}+1}} dx \quad \text{Ответ: } 4\sqrt{\sqrt{x}+1} \left[ \frac{1}{2}(\sqrt{x}+1)^2 - \frac{2}{3}(\sqrt{x}+1) + 1 \right] + C.$$