

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 24**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава VIII, § 41 и [2]: глава 9, § 3 (см. прилагаемый список литературы)

Найти площади фигур, ограниченных линиями:

1. $y = \sin x, y = 2 \sin x, x = 0, x = 7\pi/4$. **Ответ:** $(6 + \sqrt{2})/2$.
2. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 6, y = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$. **Ответ:** 36.
3. $y = x^2, y = 2x, y = x$. **Ответ:** $7/6$.
4. $y = x^2 - 2x + 3, y = 3x - 1$. **Ответ:** $9/2$.
5. $xy = 8, y = 8x^3, y = 27$. **Ответ:** $\frac{195}{8} - 24 \ln \frac{3}{2}$.
6. Эллипсом $\begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$. **Ответ:** πab .
7. Астроидой $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \end{cases} t \in [0; 2\pi]$. **Ответ:** $\frac{3\pi}{8}$.
8. $r = 5 \cos \varphi$. **Ответ:** $6,25\pi$.
9. $r = 2\sqrt{\sin 2\varphi}$. **Ответ:** 2.

Найти длины дуг кривых:

1. $y = -x^2 + 2x$ от вершины до точки с $x = 2$. **Ответ:** $\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{4} \ln(\sqrt{5} - 2)$.
2. $y^2 = \frac{x^3}{6}$ до точки с абсциссой $x = 6$. **Ответ:** $\frac{4}{9}(13\sqrt{13} - 8)$.
3. $y = \ln x$ от $x = \sqrt{8}$ до $x = \sqrt{15}$. **Ответ:** $1 + \frac{1}{2} \ln \frac{6}{5}$.
4. Одной арки циклоиды $\begin{cases} x = t - \sin t \\ y = 1 - \cos t \end{cases}$. **Ответ:** 8.

$$5. \begin{cases} x = a \cos t \\ y = a \sin t \end{cases}$$

Ответ: $2\pi a$.

$$6. r = \sqrt{2} \sin \varphi.$$

Ответ: $\sqrt{2}\pi$.

$$7. r = 3,5(1 - \cos \varphi).$$

Ответ: 28.

Вычислить объёмы тел, ограниченных поверхностями:

$$1. z = 9 - x^2 - y^2, \quad z = 0.$$

Ответ: $81\pi/2$.

$$2. \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{144} = 1, \quad z = 0, \quad z = 3.$$

Ответ: $423\pi/24$.

Найти объём тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:

$$1. y = x^3, \quad x = 0, \quad y = 8 \text{ вокруг оси } Ox.$$

Ответ: $768\pi/7$.

$$2. y^2 = 16 - x, \quad x = 0 \text{ вокруг оси } Oy.$$

Ответ: $16384\pi/15$.

$$3. y = 2 \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi \text{ вокруг оси } Ox.$$

Ответ: $\pi(3\pi + 4)$.

$$4. y^2 = 6x, \quad y = \sqrt{6x^2} \text{ вокруг оси } Ox.$$

Ответ: $9\pi/5$.

$$5. \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ вокруг оси } Oy.$$

Ответ: $\frac{4}{3}\pi a^2 b$.