

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 27**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава IX, § 46 и [2]: глава 11, § 7 (см. прилагаемый список литературы).

1. Найти экстремумы функций:

а) $z = xy^2(1 - x - y)$.

Ответ: $z_{\max} = 1/64$.

б) $z = x^3 + y^3 - 15xy$.

Ответ: $z_{\min} = -125$.

в) $z = 4 - (x^2 + y^2)^{2/3}$.

Ответ: $z_{\max} = 4$.

в) $z = -x^2 + xy - y^2 - 9x + 3y - 20$.

Ответ: $z_{\max} = 1$ в точке $(-5; 1)$.

2. Найти экстремум функции $z = x^2 + y^2$, если x и y связаны уравнением $x/4 + y/3 = 1$.

Ответ: $z_{\min} = 144/25$ в точке $(36/25; 48/25)$.

3. Найти наибольшее и наименьшее значения функций:

а) $z = xy + x + y$ в квадрате, ограниченном прямыми $x = 1$, $x = 2$, $y = 2$, $y = 3$.

Ответ: $z_{\text{наим}} = 5$, $z_{\text{наиб}} = 11$.

б) $z = xy$ в круге $x^2 + y^2 \leq 1$.

Ответ: $z_{\text{наим}} = -1/2$, $z_{\text{наиб}} = 1/2$.

в) $z = x^2 + 3y^2 + x - y$ в треугольнике, ограниченном прямыми $x = 1$, $y = 1$, $x + y = 1$.

Ответ: $z_{\text{наим}} = 1$, $z_{\text{наиб}} = 4$.

г) $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ в области $0 \leq x \leq \pi/2$, $0 \leq y \leq \pi/2$.

Ответ: $z_{\text{наим}} = 0$, $z_{\text{наиб}} = 3\sqrt{3}/2$.

4. Из всех прямоугольников с заданной площадью S найти такой, периметр которого имеет наименьшее значение.

Ответ: квадрат; $P_{\text{наим}} = 4\sqrt{S}$.

5. Найти размеры прямоугольного параллелепипеда, имеющего при данной полной поверхности S максимальный объём.

Ответ: куб; $V_{\max} = \frac{S}{6} \sqrt{\frac{S}{6}}$.