Лекция 8. Численное решение уравнения относительного движения (с учетом реакции якоря). Метод последовательных интервалов.

Цель: Объяснить на качественных и численных примерах метод последовательных интервалов.

Список литературы обязательный:

1. Веников В.А. Переходные электромеханические процессы в электрических системах. - М.: Высш. школа, 1985.- 482с.

2. Гамазин С.И., Семичевский П.И. Переходные процессы с электродвигательной нагрузкой. – М.: МЭИ, 1985.- 270с.

Список литературы дополнительный:

3. Электрические системы. Управление переходными режимами электрических систем./ Под ред. В.А.Веникова. – М.: Высш. школа, 1982. -247с.

4. Электроэнергетические системы в примерах и иллюстрациях./ Под ред. В.А.Веникова. – М.: Энергоатомиздат, 1983. 480с.

План лекции:

1. Понятие о уравнении Ньютона при рассмотрении движения ротора генератора.

2. Сила, скорость и ускорение при при рассмотрении вращения ротора генератора.

3. Уравнения равноускоренного движения.

4. Приближенное решение дифференциального уравнения движения ротора генератора.

Общее положение метода. Общим методом решения любых задач, требующих выявление характера относительного движения ротора одного или нескольких генераторов, является метод численного интегрирования дифференциальных уравнений системы. В математике методы численного интегрирования дифференциальных уравнений хорошо разработаны. При применении цифровых вычислительных машин эти методы позволяют вести решения с большой точностью. В практике инженерных расчетов часто пользуются упрощенными их модификациями, например *методом последовательных интервалов*, изложенным ниже. Этот метод, вполне удовлетворительный при обычных инженерных задачах, в которых можно ограничиться общей характеристикой процесса, имеет ряд недостатков, которые заметны при применении современных вычислительных машин. Так, метод не предусматривает контроля погрешности, автоматического изменения шага интегрирования при понижении точности ниже заданной и внесения поправок. Однако, овладев этим простым методом, инженер может легко освоить более сложные и более совершенные методы расчета, основанные на методе Рунге – Кутта, методе Штермера и ряде других.

Элементарное обоснование метода последовательных интервалов, примененного непосредственно к исследованию простейшей электрической системы. Уравнение относительного движения синхронной машины при небалансе момента турбины и электромагнитного момента может быть записано в следующем виде:

$$\alpha = \frac{360 f_0 \Delta M}{T_J},$$

где $\Delta M = M_{\text{мех}} - M$.

При этом не делается каких - либо ограничений в отношении выражения моментов $M_{\text{мех}}$ и M, которые могут зависеть не только от изменений угла δ (рис.8.12). Таким образом, имеется возможность распространения получаемых расчетных формул на любые сколько угодно сложные системы. Решение записанного выше дифференциального уравнения означает определение зависимости $\delta = f(t)$.

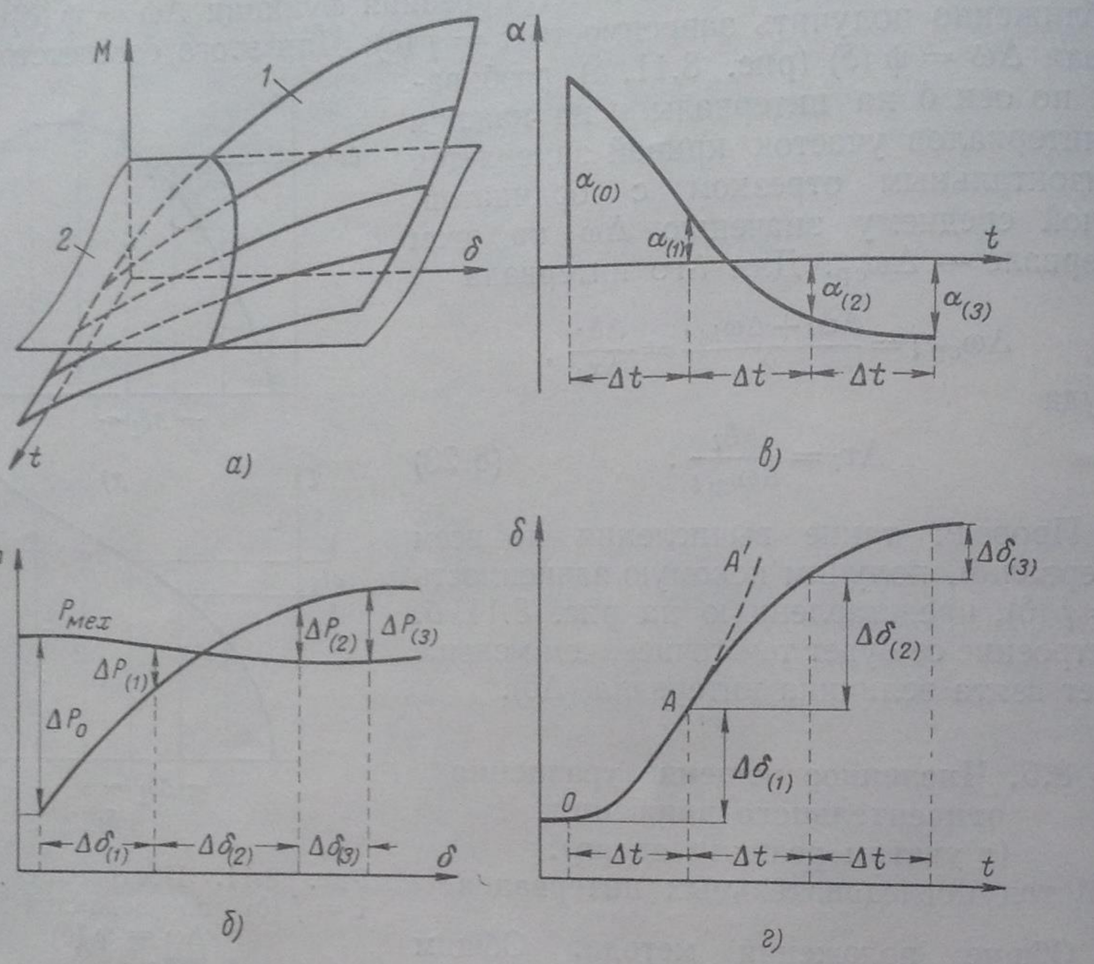

Рис. 8.12. Изменение параметров режима генератора после возмущения в системе (короткого замыкания):

а — зависимость моментов от угла и времени; *1* — характеристика электромагнитного момента генератора, полученная при изменяющейся во времени э. д. с. и выраженная поверхностью $M = \psi(\delta, t)$; *2* — характеристика механического момента $M_{мех} = \varphi(t)$; *б* — приращение мощности при изменении угла; *в* — изменение ускорения $\alpha = f(t)$; $\alpha_{(0)}$ — ускорение в начале первого интервала; $\alpha_{(1)}$ — то же, в конце первого и начале второго интервалов; $\alpha_{(2)}$ — то же, в конце второго и начале третьего интервалов; *г* — изменение угла $\delta = f(t)$; OAA' — изменение угла при $\alpha = \alpha_{(0)} = \text{const}$; OA — то же, за первый интервал — приращение $\Delta\delta_{(1)}$

При расчетах относительного движения, происходящего со скоростью, много меньшей синхронной, упрощенно принимаем, что мощность численно равна моменту, записывая [1]

$$\alpha = \frac{360 f_0 \Delta P}{T_J}. \qquad (8.21)$$

Обычно такое допущение вызывает лишь незначительную погрешность. Однако, если

$$\Delta\omega = \frac{1}{\omega_0}\frac{d\delta}{dt} \cdot 100 \geq 1{,}5 \div 2{,}0\%,$$

[1] В этом уравнении время и угол выражены в именованных единицах: [t] = $[T_J]$ = сек; $[\delta]$ = эл.град; тогда $[\alpha] = \frac{\text{эл.град}}{\text{сек}^2}$; $[f_0]$ = гц.

Значение момента (или мощности) подставляется в это уравнение в относительных единицах.

то в некоторых случаях (при исследовании систем вблизи границы устойчивости, при малых инерциях машин и т.д.), когда погрешность может оказаться существенной, вместо (8.21) надо решать уравнение

$$\alpha = \frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{360 f_0 \frac{\Delta P}{1+\frac{d\delta}{dt}\cdot\frac{1}{\omega_0}}}{T_J}. \quad (8.22)$$

Рассматривая метод последовательных интервалов, предполагаем, что поставленная задача уже решена и подлежащие нахождению зависимости построены так, как это указано на рис 8.12, б, в и г.

Разобьем весь процесс на малые интервалы времени Δt и будем рассматривать его последовательно от интервала к интервалу. Выбирая одинаковые интервалы по времени (см.рис. 8.12, в), очевидно, будем иметь неодинаковые интервалы по углу (см.рис. 8.12, б). Каждый интервал может характеризоваться некоторыми значениями начальных и конечных величин угла, скорости, ускорения и средними значениями скорости и ускорения, действующими в данном интервале. Начальные значения этих величин в последующих интервалах будут равны конечным в предыдущих. Выберем интервал настолько малым, чтобы на протяжении его можно было ускорение считать неизменным. Практически при расчетах современных мощных систем интервал Δt выбирается 0,02- 0,1 *сек*. Наиболее точные результаты, разумеется, получаются при меньшем интервале (рис.8.13), который, вообще говоря, должен выбираться тем меньше, чем меньше постоянные времени. При меньшей величине интервала погрешность расчета на каждом интервале будет меньше, но поскольку количество интервалов, необходимое для решения, возрастет, увеличится также и длительность расчета. Поэтому при расчетах вручную и с помощью расчетных столов обычно выбирают величину интервала $\Delta t = 0{,}05$ сек.

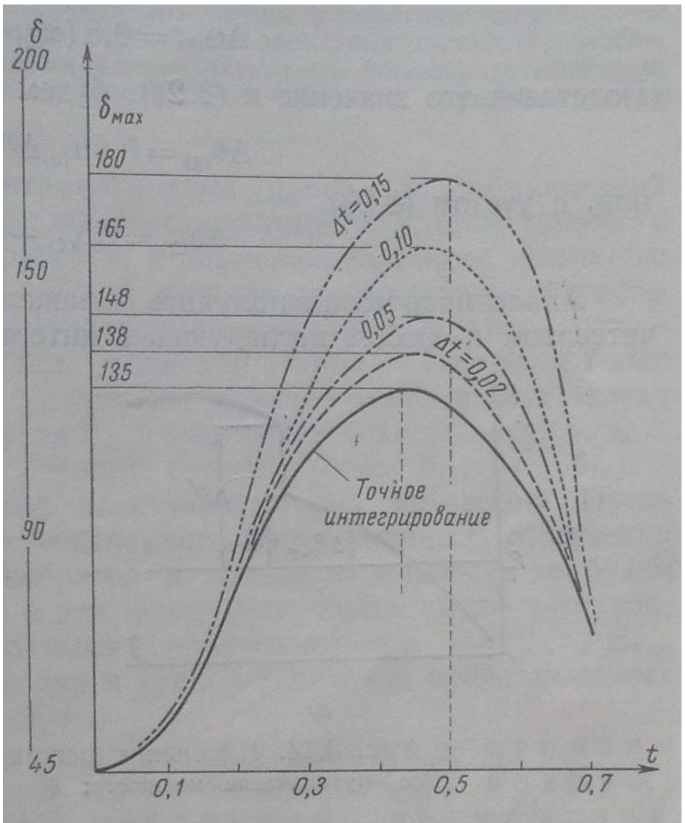

Рис. 8.13. Влияние величины расчетного интервала на максимальное значение угла δ в первом качании

В первом интервале начальная скорость равна нулю, и при постоянном ускорении, равном α_0 (см. рис. 8.12, в), изменение угла будет происходить по закону равномерно ускоренного движения. Приращение угла к концу интервала составит

$$\Delta\delta_{(1)} = 0{,}5\alpha_{(0)}\Delta t^2 = 0{,}5 \cdot 360 f_0 \frac{\Delta P_{(0)}}{T_J}\Delta t^2. \quad (8.23)$$

Мощность и ее приращение ΔP изменяются при изменениях угла и времени. Зная, что время изменилось на Δt, а угол на $\Delta\delta_{(1)}$, можно определить $\Delta P_{(1)}$, т.е. небаланс мощности в конце первого интервала, или, что одно и то же, в начале второго. По приращению мощности легко определить и ускорение:

$$\alpha_{(1)} = \frac{\Delta P_{(1)}}{T_J} 360 f_0.$$

Во втором интервале изменение угла зависит от скорости $\Delta\omega_{(1)}$, которую получил ротор в первом интервале и ускорения $\alpha_{(1)}$, действующего в начале второго интервала, обусловленного избыточной мощностью $\Delta P_{(1)}$. Можно записать следующие выражение для определения приращения угла во втором интервале:

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta\omega_{(1)}\Delta t + 0{,}5\alpha_{(1)}\Delta t^2. \tag{8.24}$$

Значение скорости на протяжении первого интервала непостоянно. Определим ее приращение по среднему ускорению:

$$\omega_{(1)} = 0{,}5\left(\alpha_{(0)} + \alpha_{(1)}\right)\Delta t.$$

Подставим это значение в (8.24), будем иметь

$$\Delta\delta_{(2)} = 0{,}5\alpha_{(0)}\Delta t^2 + \alpha_{(1)}\Delta t^2,$$

или, с учетом (8.23),

$$\Delta\delta_{(2)} = \Delta\delta_{(1)} + \alpha_{(1)}\Delta t^2.$$

Аналогично можно получить выражение для приращения угла в третьем, четвертом и любом последующем интервалах. Выражая ускорения через

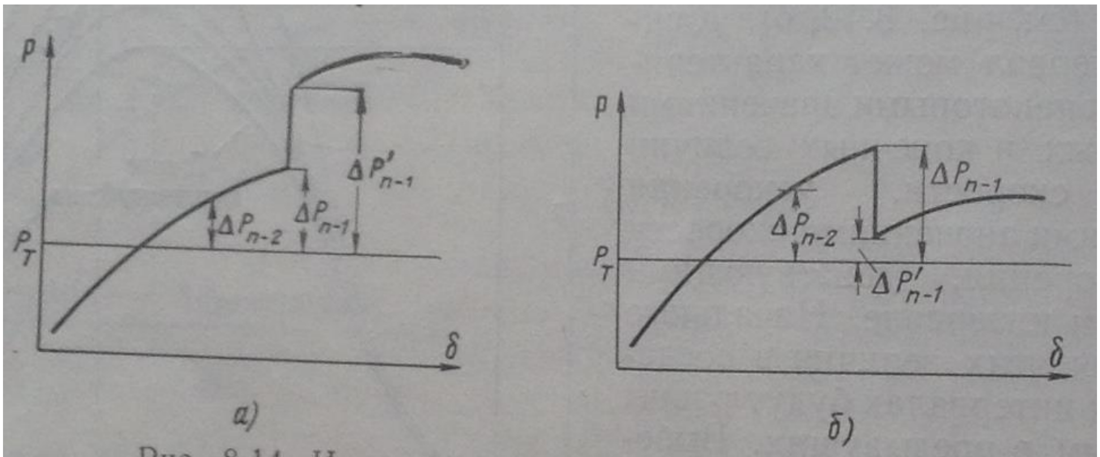

Рис. 8.14. Изменение режима системы скачком: а — увеличение мощности; б — уменьшение мощности

мощности и переходя к выражению времени (и постоянной инерции) в секундах, а угла – в электрических градусах, будем иметь

$$\begin{cases} \Delta\delta_{(1)} = K \cdot 0{,}5\Delta P_{(0)}; \\ \Delta\delta_{(2)} = \Delta\delta_{(1)} + K\Delta P_{(1)}; \\ \Delta\delta_{(n)} = \Delta\delta_{(n-1)} + K\Delta P_{(n-1)}; \end{cases} \tag{8.25}$$

где

$$K = \frac{360 f_0}{T_J} \Delta t^2.$$

Дальнейшие изменения режима системы, например, при отключении части генераторов, поврежденной линии и т.п., когда избыток мощности, составляющий $\Delta P_{(n-1)}$, внезапно изменяется до величины $\Delta P'_{(n-1)}$ (рис.8.14), определение приращения угла в n-м интервале производится так:

$$\Delta\delta_{(n)} = \Delta\delta_{(n-1)} + K \cdot 0{,}5\left(\Delta P_{(n-1)} + \Delta P'_{(n-1)}\right). \qquad (8.26)$$

Изменение величины интервала.

Иногда в процессе расчета переходного процесса оказывается целесообразным изменять величину расчетного интервала Δt. Например, на тех участках процесса, где происходят резкие изменения каких – либо параметров режима, целесообразно выбрать меньший интервал; там же, где изменение заведомо имеет монотонный характер, целесообразно переходить на больший интервал. Приращение угла на изменившемся интервале определяется как

$$\Delta\delta_{(n)} = \Delta\delta_{(n-1)} K_\Delta + K_\Delta \frac{\Delta P_{(n-2)}(1-K_\Delta) + \Delta P_{(n-1)}(1+3K_\Delta)}{4K_\Delta}, \qquad (8.27)$$

$$T_J \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + C_1 \Delta\delta = 0.$$

Учет демпферного момента. Если при анализе учесть демпферный момент, то получим[2]

$$T_J \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\Delta\delta}{dt} + C_1 \Delta\delta = 0. \qquad (9.2)$$

Учет переходных процессов и непостоянства напряжения. Если отказаться от сделанного выше предположения о неизменности напряжения U и э.д.с. E_q, то, очевидно,

$$\Delta P = \frac{\partial P}{\partial \delta}\Delta\delta + \frac{\partial P}{\partial E_q}\Delta E_q + \frac{\partial P}{\partial U}\Delta U = C_1\Delta\delta + b_1\Delta E_q + d_1\Delta U,$$

где $C_1 = \frac{\partial P}{\partial \delta}$; $b_1 = \frac{\partial P}{\partial E_q}$; $d_1 = \frac{\partial P}{\partial U}$.

Основное уравнение малых колебаний теперь будет иметь вид

$$\boxed{T_J \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + P_d \frac{d\Delta\delta}{dt} + C_1\Delta\delta + b_1\Delta E_q + d_1\Delta U = 0.} \qquad (9.3)$$

---

[2] При записи этого уравнения принято, что собственный момент генератора мал и в выражении для эквивалентного демпферного момента $P_{dэ} = K_r - P_d$ величина $K_r \approx 0$, т.е. $P_{dэ} = -P_d$.

Это означает, что при увеличении угла и росте скорости сверх синхронной (отрицательное скольжение) генератор за счет действия демпферных обмоток отдает в сеть дополнительную мощность $\Delta P_{ac} = -P_d(-s) = P_d \cdot S$.