

3. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА ПРЯМЫМИ МЕТОДАМИ

Методы решения систем линейных алгебраических уравнений можно разделить на две большие группы: прямые и итерационные. К прямым относятся методы, позволяющие получить решение в результате конечного числа арифметических операций, зависящего от вычислительной схемы, а также от порядка и структуры матрицы коэффициентов системы уравнений. В математике методы этой группы называются также точными, поскольку если исходные данные заданы точно (в виде целых чисел или обыкновенных дробей) и вычисления выполняются точно (например, по правилам действия над обыкновенными дробями), то решение также получается точным. Отметим, что при решении технических задач на ПК из-за погрешности задания исходной информации (с допустимой для данной задачи точностью) и неизбежного округления промежуточных результатов вычислений (определяемого разрядностью машинного слова) получить точный результат принципиально невозможно, и в этом смысле термин «точный метод» условен.

Метод Гаусса (метод последовательного исключения) подробно описан в технической литературе[1]. Алгоритмы, с помощью которых может быть реализован этот метод, различны. В данной работе мы рассмотрим использование алгоритма единственного деления.

Матрица собственных и взаимных проводимостей Y_y неособенная, т.е. ее определитель не равен нулю. Для всякой неособенной матрицы существует обратная. Обратной матрице Y_y является такая матрица $Y_y^{-1} = Z_y$, что произведение Z_y и Y_y равно единичной матрице. Матрицу Z_y называют матрицей собственных и взаимных сопротивлений узлов. Решение уравнений узловых напряжений с помощью обратной матрицы при напряжении базового узла $U_0=0$, определяется выражением

$$U = \sqrt{3}Z_y I \quad (3.1)$$

Если $U_0 \neq 0$, то решение уравнений узловых напряжений принимает следующий вид:

$$U = U_0 + \sqrt{3}Z_y I \quad (3.2)$$

где U_b - вектор-столбец, каждый элемент которого равен напряжению базового узла. Выражения (3.1) и (3.2) следуют из (2.9).

Рассмотрим вычисление обратной матрицы с помощью метода, основанного на последовательной перестановке элементов столбцов неизвестных и правых частей в системе линейных алгебраических уравнений.

При расчетах режимов неоднородных сетей переменного тока используем обратную действительную матрицу (2.12):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{G} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B} & \mathbf{G} \end{pmatrix}^{-1} \quad (3.3)$$

Активные и реактивные составляющие узловых напряжений определим из выражения, которое следует из (2.12):

$$\begin{pmatrix} U_a \\ U_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{a\bar{b}} \\ U_{r\bar{b}} \end{pmatrix} + \sqrt{3} \begin{pmatrix} \mathbf{G}_y & \mathbf{B}_y \\ -\mathbf{B}_y & \mathbf{G}_y \end{pmatrix}^{-1} * \begin{pmatrix} J_a \\ J_r \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

где $U_{a\bar{b}}$ и $U_{r\bar{b}}$ - векторы, каждый элемент которых равен $U_{a\bar{b}}$ или $U_{r\bar{b}}$, т. е. активной или реактивной составляющей U .

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЗАДАЧА 3.1. Определите напряжения в узлах по данным задачи 2.1. методом обратной матрицы Z_y .

Определим обратную матрицу:

$$Z_y = Y_y^{-1} = \begin{pmatrix} 16,8456 & -12,3001 \\ -12,3001 & 16,8456 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,1272 & 0,0928 \\ 0,0928 & 0,1272 \end{pmatrix}$$

Для этого воспользуемся программой MathCAD. MathCAD – это комплекс компьютерной алгебры, относящийся к [системам автоматизированного проектирования](#), отличается лёгкостью использования и применения. Основное его отличие от аналогичных программ (Maple, MuPAD, Mathematica) – это графический, а не текстовый режим ввода математических выражений. Для набора команд, функций, формул можно

использовать как [клавиатуру](#), так и кнопки на специальных [панелях инструментов](#). В любом случае формулы имеют привычный пользовательский вид. В целях сокращения объема учебного практикума не будем рассматривать внешний интерфейс программы, а сразу рассмотрим методику работы.

Внешний вид вычисленной обратной матрицы в программе MathCAD представлен на рис. 3.1. Для работы с матрицами в программе предусмотрена специальное меню – Matrix. Выбрав в ней пункт –Matrix or vector, вызовем окно для ввода матриц (рис. 3.2), в котором зададим нужное количество строк и столбцов. Для получения обратной матрицы служит пункт меню Inverse. Стоит отметить, что ввод формул начинается с задания переменной, а затем с ввода знака « := ». Это сделано для использования данной переменной в дальнейших вычислениях. Из интерфейса программы видно, что ввод формул интуитивно доступен и не требует дальнейших подробных инструкций.

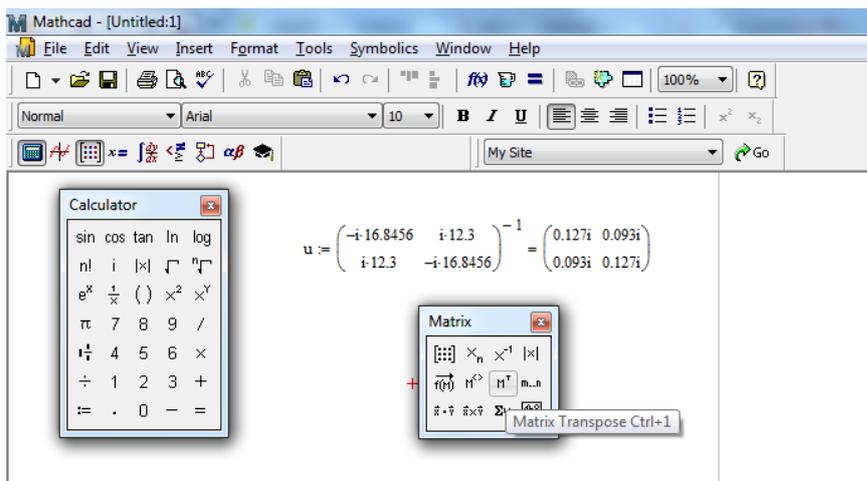


Рис.3.1. Внешний вид вычисленной обратной матрицы в программе MathCAD

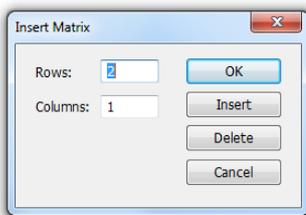


Рис. 3.2. Внешний вид окна для ввода матриц

Далее

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1272 & 0,0928 \\ 0,0928 & 0,1272 \end{pmatrix} * \sqrt{3} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,0928 \\ -0,1272 \end{pmatrix}$$

$$U_1 = -0,161\text{kV} \quad U_2 = -0,22\text{kV}$$

При сравнении полученных значений напряжений в узлах, со значениями полученными в задаче 2.1 видно, что они полностью совпадают. Следовательно задача решена верно.

ЗАДАЧА 3.2. Определите напряжения в узлах по данным задачи 2.2.методом обратной матрицы Z_y .

Найдем обратную матрицу полученную в примере 2.2:

$$\begin{pmatrix} -j0,1833 & j0,05 & j0,0333 \\ j0,05 & -j0,1792 & j0,0667 \\ j0,0333 & j0,0667 & -j0,1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} j7,49 & j4,015 & j5,172 \\ j4,015 & j9,576 & j7,724 \\ j5,172 & j7,724 & j16,874 \end{pmatrix}$$

Далее

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j7,49 & j4,015 & j5,172 \\ j4,015 & j9,576 & j7,724 \\ j5,172 & j7,724 & j16,874 \end{pmatrix} * \sqrt{3} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j8,959 \\ j13,378 \\ j29,227 \end{pmatrix}$$

Сравним полученные значения со значениями полученными в задаче 2.2. Несовпадения в десятых и сотых долях связана с округлением данных. Задача решена верно.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

ЗАДАЧА 3.3. Определите напряжения в узлах по данным задачи 2.3.методом обратной матрицы Z_y .

ЗАДАЧА 3.4. Определите напряжения в узлах по данным задачи 2.4.методом обратной матрицы Z_y .

ЗАДАЧА 3.5. Определите напряжения в узлах по данным задачи 2.5. методом обратной матрицы Z_y .

ЗАДАЧА 3.6. Определите напряжения в узлах по данным задачи 2.6. методом обратной матрицы Z_y .

Контрольные вопросы

1. При каком представлении активных элементов система уравнений узловых напряжений является линейной?

2. При каком представлении активных элементов система уравнений узловых напряжений является нелинейной?

3. Назовите основные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений узловых напряжений.

4. Поясните суть метода исключения Гаусса.

5. Поясните суть метода простой итерации.