## Лекция 1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ ТЕОРИИ НАДЁЖНОСТИ. КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ НАДЁЖНОСТИ

Надежность - это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, хранения и транспортирования (ГОСТ 27.002-89).

Надёжность является комплексным свойством, которое в зависимости от назначения объекта и условий его применения может включать безотказность, долговечность, ремонтопригодность и сохраняемость или определённое сочетание этих свойств.

*Безотказность* - свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течении некоторого времени или наработки.

Долговечность - свойство объекта сохранять работоспособное состояние до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Ремонтопригодность - свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость - свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способности объекта выполнять требуемые функции в течении и после хранения и (или) транспортирования.

Надёжность является одним из самых важных параметров техники. Её показатели необходимы для оценки качества техники, её эффективности, живучести, риска. Надёжность зависит от многих внешних и внутренних факторов и оценивается многими критериями и показателями. Это привело к появлению в теории надёжности большого числа различных терминов и определений. Далее приведены некоторые из них, часто применяемые на практике и в теории.

Элемент - объект, обладающий рядом свойств, внутреннее строение которого значения не имеет. В теории надёжности под элементом понимают элемент, узел, блок, имеющий показатель надёжности, самостоятельно учитываемый при расчёте показателя надёжности системы. Понятия элемента и системы трансформируются в зависимости от решаемой задачи. Например, полупроводниковое реле (ППР-2) при оценке его надёжности рассматривается как система, состоящая из элементов - транзисторов, диодов, резисторов и т.п. При оценке надёжности блока усиления и разрешения БМ 9П148 полупроводниковое реле является элементом системы.

Система - совокупность связанных между собой элементов, обладающая свойством, отличным от свойств отдельных её элементов.

Структура системы - взаимосвязи и взаиморасположение составных частей системы, её устройство. Обычно понятие структура связывают с её графическим отображением. В зависимости от связей между элементами различают следующие виды структур: последовательные, параллельные, с обратной связью, сетевые и иерархические.

Процесс - это набор состояний системы, соответствующий упорядоченному (непрерывному или дискретному) изменению некоторого параметра, определяющего характеристики (свойства) системы. Процесс изменения системы во времени называется динамикой.

Технический объект в процессе функционирования может находится в различных состояниях, оцениваемых численными показателями. Исправность - состояние объекта, при котором он соответствует всем установленным нормативно-технической документацией (НТД). Работоспособность - состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции, сохраняя значения основных параметров, установленных НТД. Основные характеризуют параметры функционирование объекта при выполнении поставленных задач.

Понятие исправности шире, чем понятие работоспособности. Работоспособный объект обязан удовлетворять лишь тем требованиям НТД, выполнение которых обеспечивает нормальное применение объекта по назначению. Таким образом, если объект неработоспособен, то это свидетельствует о его неисправности. С другой стороны, если объект неисправен, то это не означает, что он неработоспособен.

Предельное состояние - состояние объекта, при котором его применение по назначению недопустимо или нецелесообразно. Для некоторых объектов предельное состояние является последним в его функционировании, т.е. объект снимается с эксплуатации, для других объектов - определённой фазой жизненного цикла, требующей проведения ремонтно-восстановительных работ.

В связи с этим, объекты могут быть:

*невосстанавливаемые*, для которых работоспособность в случае возникновения отказа не подлежит восстановлению;

восстанавливаемые, работоспособность которых может быть восстановлена, в том числе и путем замены.

В ряде случаев один и тот же объект в зависимости от особенностей, этапов эксплуатации или назначения может считаться восстанавливаемым или невосстанавливаемым.

*Наработка* - продолжительность или объем работы объекта, измеряемые единицами времени, числом циклов, километрами пробега и т.п.

*Наработка до отказа* - наработка от начала эксплуатации до возникновения первого отказа.

Наработка между отказами - наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа.

Время восстановления работоспособного состояния - продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта.

Резервированием называют способ повышения надёжности путем включения резервных единиц, способных в случае отказ основного устройства выполнять его функции. Этот метод обладает большими возможностями получения заданных уровней надёжности и имеет широкое практическое применение.

Резервирование можно разделить на следующие группы:

*общее* - резервирование системы, при котором параллельно включаются идентичные системы;

*раздельное* - резервирование системы путем использования отдельных резервных устройств;

комбинированное - резервирование, при котором в одной и той же системе применяются общее и раздельное резервирование.

Главными способами включения резервных устройств при отказах основных являются следующие:

*постоянное*, при котором резервные объекты соединены с основными в течении всего времени работы;

*замещением*, при котором резервные объекты замещают основные только после отказа последних.

При этом в обоих случаях резервные объекты находятся в трех режимах работы:

*нагруженном*, при котором резервные объекты находятся в тех же условиях, что и основные;

*ненагруженном*, при котором резервные объекты не включены и не могут отказывать;

облегчённом, при котором резервные объекты включены, но работают не на полную нагрузку, т.е. их надёжность в резервном состоянии выше, чем в рабочем. Однако отказ элементов возможен.

## 2. КРИТЕРИИ И ПОКАЗАТЕЛИ НАДЁЖНОСТИ

Критерием называется признак, по которому оценивается надёжность (например, вероятность безотказной работы P(t), интенсивность отказов  $\lambda(t)$ , средняя наработка на отказ T). Показателем надёжности называется численное значение критерия. Например, вероятность безотказной работы в течении 1000 часов равна 0,95, т.е. P(1000)=0,95. Показатели задаются в технических требованиях на изделие, рассчитываются в процессе проектирования, оцениваются в процессе испытаний и эксплуатации технического объекта.

Надёжность является сложным физическим свойством, поэтому не существует одного обобщенного критерия и показателя, который бы достаточно полно характеризовал надёжность техники. Только комплекс критериев позволяет оценить надёжность сложной технической системы. Выбор критериев зависит от типа технического объекта, его назначения и требуемой полноты оценки надёжности.

Между показателями надёжности существуют однозначные математические зависимости в виде формул. Поэтому при разработке комплекса показателей надёжности нельзя их задавать в виде равенств. Например, нельзя формулировать требования к надёжности в таком виде: вероятность безотказной работы в течении 150 часов должна быть равна 0,97, а среднее время безотказной работы T=650 часов. Такие требования могут оказаться противоречивыми.

## 2.1. КРИТЕРИИ НАДЁЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Отказ элемента является событием случайным, а время  $\xi$  до его восстановления - случайной величиной. Основной характеристикой надёжности элемента является функция распределения продолжительности его безотказной работы  $F(t) = P(\xi < t)$ , определённая при  $t \ge 0$ . На её основе могут быть получены следующие показатели надёжности невосстанавливаемого элемента:

P(t) - вероятность его безотказной работы в течение времени t;

Q(t) = 1 - P(t) - вероятность отказа в течение времени t;

 $T_{1}$  - среднее время безотказной работы (средняя наработка до отказа);

f(t) - плотность распределения времени безотказной работы;

 $\lambda(t)$  - интенсивность отказа в момент времени t;

 $\Lambda(t)$  - функция ресурса;

 $t_{\gamma}$  -  $\gamma$ -процентный ресурс - наработка, в течении которой элемент не достигает состояния отказа с вероятностью  $\frac{\gamma}{100}$ .

Вероятность безотказной работы.

Вероятность безотказной работы - это вероятность того, что технический объект не откажет в течении времени t или что время  $\xi$  работы до отказа технического объекта больше времени его функционирования t:

$$P(t) = P(\xi > t). \tag{1}$$

Вероятность безотказной работы является убывающей функцией времени, обладающей следующими свойствами:

$$0 \le P(t) \le 1$$
,  $P(0) = 1$ ,  $P(+\infty) = 0$ .

По статистическим данным об отказах, полученным из опыта эксплуатации, P(t) определяется следующей статистической оценкой:

$$P^*(t) = \frac{N(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0},$$
(2)

где  $N_0$  - общее число образцов, находящихся на испытании, N(t) - число исправно работающих образцов в момент времени  $t,\ n(t)$  - число отказавших образцов в течении времени t.

Вероятность безотказной работы, как критерий надёжности, обладает следующими достоинствами:

характеризует надёжность во времени, являясь интервальной оценкой; определяет многие важные показатели техники, например эффективность, живучесть, риск; сравнительно просто вычисляется и определяется по статистическим данным об отказах техники;

достаточно полно характеризует надёжность невосстанавливаемых объектов.

Основной недостаток этого критерия - ограниченность применения.

Плотность распределения времени безотказной работы (частота отказов).

Плотность распределения времени безотказной работы f(t) - это плотность распределения случайной величины  $\xi$ . Она наиболее полно характеризует надёжность техники в конкретный момент времени (точечная характеристика). По ней можно определить любой показатель надёжности невосстанавливаемой системы.

Статистически f(t) определяется отношением числа отказавших образцов техники в единицу времени к числу испытуемых образцов при условии, что отказавшие образцы не восполняются исправными:

$$f^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \Delta t}, \tag{3}$$

где  $n(t,t+\Delta t)$  - число отказавших образцов за промежуток времени  $[t,t+\Delta t]$ ,  $N_0$  - число образцов, первоначально поставленных на испытания.

Так как f(t) = Q'(t) = -P'(t), то для малых значений  $\Delta t$  имеем

$$f^*(t) = \frac{P(t) - P(t + \Delta t)}{\Delta t}.$$

Пусть N(t) - число исправно работающих образцов к моменту времени  $t,\ N(t+\Delta t)$  - число образцов, исправно работающих к моменту  $t+\Delta t$  . Поскольку

$$P(t) = \frac{N(t)}{N_0}, \quad P(t + \Delta t) = \frac{N(t + \Delta t)}{N_0},$$

TO

$$f^*(t) = \frac{N(t) - N(t + \Delta t)}{N_0 \Delta t},$$

что совпадает с выражением (3), т.к.  $N(t) - N(t + \Delta t) = n(t, t + \Delta t)$ .

Интенсивность отказов.

Интенсивностью отказов называется отношение плотности распределения к вероятности безотказной работы объекта:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. (4)$$

Статистически интенсивность отказов есть отношение числа отказавших образцов техники в единицу времени к среднему числу образцов, исправно работающих на интервале  $[t,t+\Delta t]$ :

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_{\tilde{n}\tilde{o}}\Delta t},\tag{5}$$

где  $N_{\tilde{n}\tilde{o}}(t) = \frac{N(t) + N(t + \Delta t)}{2}$  - среднее число исправно работающих образцов на интервале  $[t, t + \Delta t]$ . Соотношение (5) для малых  $\Delta t$  следует непосредственно из (2) и (3).

На основе определения интенсивности отказов (4) имеет место равенство

$$\lambda(t) = -\frac{P'(t)}{P(t)}. (6)$$

Интегрируя (6), получим

$$\int_{0}^{t} \lambda(t)dt = -\ln P(t),$$

или

$$P(t) = e^{-\int_{0}^{t} \lambda(t)dt}.$$

Интенсивность отказов  $\lambda(t)$  является основным показателем надёжности элементов сложных систем. Это объясняется следующими обстоятельствами:

надёжность многих элементов можно оценить одним числом, т.к. интенсивность отказа элементов - величина постоянная; по известной интенсивности  $\lambda(t)$  наиболее просто оценить остальные показатели надёжности как элементов, так и сложных систем;

 $\lambda(t)$  обладает хорошей наглядностью;

интенсивность отказов нетрудно получить экспериментально.

Опыт эксплуатации сложных систем показывает, что изменение интенсивности отказов  $\lambda(t)$  большого количества объектов описывается U-образной кривой (рис.1).

Время можно условно разделить на три характерных участка:

- 1. Период приработки.
- 2. Период нормальной эксплуатации.
- 3. Период старения объекта.

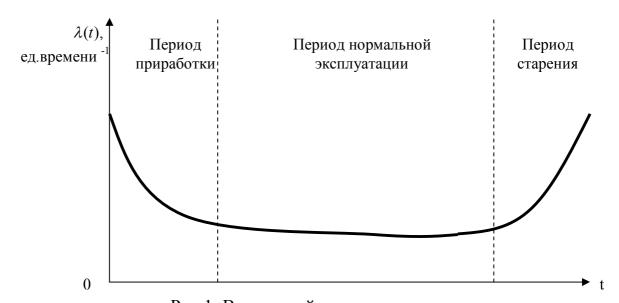


Рис.1. Вид кривой интенсивности отказов

Период приработки объекта имеет повышенную интенсивность отказов, вызванную приработочными отказами, обусловленными дефектами производства, монтажа и наладки. Иногда с окончанием этого периода связывают гарантийное обслуживание объекта, когда устранение отказов производится изготовителем. В период нормальной эксплуатации интенсивность отказов практически остается постоянной, при этом отказы носят случайный характер и появляются внезапно, прежде всего из-за случайных изменений нагрузки, несоблюдения условий эксплуатации, неблагоприятных внешних факторов Именно И Т.Π. ЭТОТ период

соответствует основному времени эксплуатации объекта. Возрастание интенсивности отказов относится к периоду старения объекта и вызвано увеличением числа отказов из-за износа, старения и других причин, связанных с длительной эксплуатацией.

Среднее время безотказной работы.

Средним временем безотказной работы  $T_I$  называется математическое ожидание времени безотказной работы технического объекта:

$$T_1 = M(\xi). (7)$$

По статистическим данным об отказах  $T_1$  определяется следующей зависимостью:

$$T_1^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i \,, \tag{8}$$

где  $N_0$  - число испытываемых образцов,  $t_i$  - время безотказной работы i-го образца.

Как математическое ожидание случайной величины с плотностью f(t), среднее время безотказной работы вычисляется по формуле:

$$T_1 = \int_0^\infty t f(t) dt \,. \tag{9}$$

Интегрируя (9) по частям, получим

$$T_1 = \int_0^\infty tf(t)dt = -\int_0^\infty tP'(t)dt = -tP(t)\Big|_0^\infty + \int_0^\infty P(t)dt.$$

Первое слагаемое равно нулю, поэтому выражение для  $T_I$  будет иметь вид:

$$T_1 = \int_0^\infty P(t)dt \ . \tag{10}$$

Среднее время безотказной работы является интегральным показателем надёжности. Его основное достоинство - высокая наглядность. Недостаток этого показателя в том, что он, будучи интегральным, характеризует надёжность техники длительного времени работы.

Между показателями надёжности существуют следующие зависимости:

$$P(t) = \overline{F}(t) = 1 - F(t), \tag{11}$$

$$P(t) = e^{-\int_{0}^{t} \lambda(t)dt} = e^{-\Lambda(t)}, \qquad (12)$$

$$f(t) = -P'(t), \tag{13}$$

$$P(t) = \int_{t}^{\infty} f(t)dt = \int_{0}^{\infty} f(x+t)dx, \qquad (14)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)},\tag{15}$$

$$T_1 = \int_0^\infty P(t)dt = \int_0^\infty tf(t)dt, \qquad (16)$$

$$\Lambda(t) = -\ln P(t) = \int_{0}^{t} \lambda(x) dx, \qquad (17)$$

$$P(t_{\gamma}) = \frac{\gamma}{100}.\tag{18}$$

**Пример 1.** В результате проведения испытаний в течении 800 часов полупроводниковых диодов в количестве  $N_0$ =100 были получены следующие данные об отказах (табл.1).

Таблица 1. Исходные данные об отказах

Интервал,	0-100	100-	200-	300-	400-	500-	600-	700-
час		200	300	400	500	600	700	800
Количество								
отказавших	1	2	1	3	2	2	1	3
элементов								
$n(t,t+\Delta t)$								

Необходимо вычислить показатели надёжности: P(t), f(t),  $\lambda(t)$ ,  $T_1$ .

**Решение.** Будем иметь в виду, что достоверно неизвестен момент отказа на промежутке времени  $\Delta t$ . Поэтому будем предполагать, что отказы происходят в середине этого промежутка, т.е. в моменты времени t=50, 150,

250, 350 и т.д. На первом интервале произошел один отказ, тогда согласно формуле (2) вероятность безотказной работы будет:

$$P(50) = \frac{N_0 - n(100)}{N_0} = \frac{100 - 1}{100} = 0,99$$
.

На втором участке произошло 2 отказа, а всего за два периода длины  $\Delta t$  - 3 отказа. Тогда

$$P(150) = \frac{N_0 - n(200)}{N_0} = \frac{100 - 3}{100} = 0.97$$
.

Вычисления значений f(t) произведем по формуле (3):

$$f(50) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \Delta t} = \frac{1}{100 \times 100} = 10^{-4} \div \dot{a} \tilde{n}^{-1},$$

$$f(150) = \frac{2}{100 \times 100} = 2 \cdot 10^{-4} \div \dot{a} \tilde{n}^{-1}.$$

В данном случае число отказов на промежутке длины  $\Delta t$  не суммируется с числом отказов на предыдущих участках, т.к. функция f(t) является точечной.

Вычислим значения  $\lambda(t)$  , воспользовавшись выражением (5). На первом участке произошел один отказ, при этом в начале участка число исправных образцов  $N(0)=N_0=100$  , а в конце участка  $N(100)=N_0-1=99$  . Тогда

$$\lambda(50) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_{\tilde{n}\tilde{o}}\Delta t} = \frac{1}{\frac{100 + 99}{2} \times 100} = 1.01 \cdot 10^{-4} \div \tilde{a}\tilde{n}^{-1}.$$

Аналогично на втором участке

$$\lambda(150) = \frac{2}{\frac{99 + 97}{2} \times 100} = 2,03 \cdot 10^{-4} \div \hat{a}\tilde{n}^{-1}$$

и т.д.

Вычислим среднее время безотказной работы по формуле (8):

$$T_1 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} t_i = \frac{1 \cdot 50 + 2 \cdot 150 + 1 \cdot 250 + 3 \cdot 350 + 2 \cdot 450 + 2 \cdot 550 + 1 \cdot 650 + 3 \cdot 750}{15} = 437 \div \tilde{a}\tilde{n}.$$

Значения P(t), f(t),  $\lambda(t)$ ,  $T_1$  для остальных временных интервалов представлены в табл. 2. В данном случае испытания закончены при отказе 15 из 100 полупроводниковых диодов.

Таблица 2. Результаты определения	P(t),	f(t),	$\lambda(t)$ .
-----------------------------------	-------	-------	----------------

Интервал,	0	100	200	300	400	500-	600-	700
час	-100	-200	-300	-400	-500	600	700	-800
P(t)	0,99	0,97	0,96	0,93	0,91	0,89	0,88	0,85
f(t) 10 <sup>-4</sup> ,час <sup>-1</sup>	1	2	1	3	2	2	1	3
$\lambda(t) 10^{-4}, \text{vac}^{-1}$	1,01	2,03	1,04	3,17	2,20	2,22	1,12	3,47

Очевидно, что полученный результат существенно ниже действительного значения среднего времени безотказной работы как математического ожидания случайной величины.

## 2.2. КРИТЕРИИ НАДЁЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Показателями надёжности восстанавливаемых элементов и систем могут быть также показатели надёжности невосстанавливаемых элементов. Это имеет место в тех случаях, когда система, в состав которой входит элемент, является неремонтируемой по условиям её работы (необитаемый космический аппарат, аппаратура, работающая в агрессивных средах, самолет в процессе полета, отсутствие запчастей для ремонта и т.п.). Надёжность восстанавливаемых объектов оценивается следующими показателями:

- T среднее время работы между отказами (средняя наработка на отказ);  $T_{\hat{a}}$  среднее время восстановления;
- $\omega(t)$  параметр потока отказов;
- $K_{\tilde{A}}(t)$  функция готовности вероятность того, что система исправна в момент времени t;

 $K_{\ddot{I}}(t)$  - функция простоя - вероятность того, что в момент времени t система неисправна и восстанавливается;

 $K_{\tilde{A}}$  - коэффициент готовности - вероятность того, что система будет исправной при длительной эксплуатации (стационарный режим);

 $\hat{E}_{\ddot{I}}$  - коэффициент простоя - вероятность того, что система будет неисправной при длительной эксплуатации.

Рассмотрим подробнее эти показатели.

Среднее время работы между отказами и среднее время восстановления.

Среднее время между отказами T определяется отношением средней суммарной наработки к среднему числу отказов при длительной работе объекта. Среднее время восстановления  $T_{\hat{a}}$  определяется отношением среднего суммарного времени восстановления к среднему числу восстановлений при длительной работе объекта.

По статистическим данным среднее время между отказами вычисляется по формуле:

$$T^* = \frac{1}{N_0} \sum_{i=1}^{N_0} t_i \,, \tag{19}$$

где - время между отказами -го образца, полученное при условии, что испытания ведутся с восстановлением отказавших образцов техники или их заменой. В этом случае число испытываемых образцов  $N_0$  остается постоянным.

Определение среднего времени восстановления будет рассмотрено ниже.

Параметр потока отказов.

Параметром потока отказов  $\omega(t)$  называется производная (скорость изменения) среднего числа отказов объекта в момент t.

Статистически параметр потока отказов определяется как отношение числа отказавших образцов техники в единицу времени к числу образцов,

поставленных на испытание при условии, что отказавшие образцы заменяются исправными или отремонтированными:

$$\omega^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N_0 \Delta t},\tag{20}$$

где  $n(t,t+\Delta t)$  - число отказавших образцов за промежуток времени  $[t,t+\Delta t]$ ,  $N_0$  - число образцов, первоначально поставленных на испытания.

Параметр потока отказов обладает следующими свойствами:

в случае экспоненциального закона времени работы объекта с параметром  $\lambda$  и мгновенного восстановления  $\omega(t) \equiv \lambda$ ;

при мгновенном восстановлении предел, к которому стремится параметр потока отказов при  $t \to \infty$ , равен величине, обратной среднему времени безотказной работы, т.е.  $\lim_{t \to \infty} \omega(t) = \frac{1}{T}$ ;

при мгновенном восстановлении параметр потока отказов и плотность распределения времени до отказа связаны следующим интегральным уравнением Вольтера второго рода:

$$\omega(t) = f(t) + \int_{0}^{t} \omega(\tau) f(t-\tau) d\tau.$$

Это уравнение устанавливает зависимость между показателями надёжности восстанавливаемой и невосстанавливаемой техники. Оно позволяет определить по статистическим данным об отказах восстанавливаемой техники в процессе её эксплуатации показатели надёжности невосстанавливаемой техники.

Функция готовности и функция простоя.

Функцией готовности  $K_{\tilde{A}}(t)$  называется вероятность того, что восстанавливаемая система исправна в момент времени t.

Функцией простоя  $K_{I}(t)$  называется вероятность того, что в момент времени t система находится в отказовом состоянии (в ремонте).

Приведем основные зависимости между введенными показателями:

$$K_{\tilde{A}}(t) + K_{\tilde{I}}(t) = 1,$$
 (21)

$$K_{\tilde{A}} = \frac{T}{T + T_{\hat{A}}}, \quad \hat{E}_{\tilde{I}} = \frac{\dot{O}_{\hat{A}}}{\dot{O} + \dot{O}_{\hat{A}}}, \qquad (22)$$

$$\hat{E}_{\tilde{A}} = \lim_{t \to \infty} K_{\tilde{A}}(t), \quad K_{\tilde{I}} = \lim_{t \to \infty} K_{\tilde{I}}(t)$$

Данные показатели являются наиболее важными для восстанавливаемых элементов и систем.