ЛЕКЦИЯ № 3. Задачи надёжности электроснабжения

Теория надежности служит научной основой деятельности лабораторий, отделов, бюро и групп надежности на предприятиях, в проектных, научно-исследовательских и эксплуатационных организациях. Математический аппарат теории надежности основан на таких разделах современной математики, как теория вероятностей и математическая статистика, теория случайных процессов, теория массового обслуживания, математическая логика, теория графов, теория оптимизации, теория экспертных оценок, теория больших систем.

С проблемой надежности в электроэнергетике связаны следующие практические задачи [1]:

- статистическая оценка и анализ надежности действующего оборудования и установок;
- прогнозирование надежности оборудования и установок;
- нормирование уровня надежности;
- испытания на надежность;
- расчет и анализ надежности;
- оптимизация технических решений по обеспечению надежности при проектировании, создании и эксплуатации электротехнического оборудования, установок, систем;
- экономическая оценка надежности.

Теория надежности вводит в практику инженерного исследования количественные оценки, которые позволяют:

- устанавливать требования и нормативы надежности оборудования для установок и систем;

- сравнивать различные виды оборудования, установок и систем по их надежности;
- рассчитывать надежность установок по надежности их элементов;
- оптимизировать величину необходимого резерва и структуру технических объектов;
- выявлять наименее надежные элементы оборудования, установок и систем;
- оценивать сроки службы оборудования и установок.

Проблема анализа и расчета надежности систем электроснабжения (СЭС) и электроэнергетических систем (ЭЭС) связана с решением ряда теоретических и практических задач. Для этого необходимо:

- выбрать меру надёжности;
- дать математическое описание явлений, связанных с ненадежной работой оборудования и всей установки или системы в целом;
- разработать математическую модель взаимосвязи отдельных явлений, определяющих возникновение повреждений и нарушений работы установки и ее восстановление, как случайный процесс;
- дать предложения по учету надежности в моделях принятия технических решений в проектных и эксплуатационных задачах.

Основные результаты, получаемые в процессе анализа и решения задач надежности электроснабжения, используются в таких дисциплинах, как «Электрическая часть станций и подстанций», «Переходные процессы в электроэнергетических системах», «Экономика энергетики», «Релейная защита», «АСУ и оптимизация режимов энергосистем», «Организация и управление предприятиями энергетики», и ряде других специальных дисциплин.

1.2 Необходимые сведения из теории случайных событий

Для количественной оценки различных показателей надежности используют понятия случайного события, случайной величины и случайного процесса.

Под событием понимается всякий факт, который в результате опыта может произойти или не произойти. Например: отказ воздушной линии (ВЛ) при грозе; совпадение пиков сварочной нагрузки; отказ выключателя при отключении короткого замыкания; восстановление какого-либо элемента электрической сети за определенный промежуток времени; отказ действия релейной защиты (РЗ) при перегрузке и т.д. Такие события обладают какой-то степенью возможности: одни – большей, другие – меньшей. Чтобы качественно сравнивать между собой события по *степени их возможности*, нужно с каждым событием связать определенное число, которое тем больше, чем более возможно событие (его вероятность).

Пример. В распределительном пункте (РП) установлено пять автоматических выключателей. Нормальная работа потребителей обеспечивается при их исправном состоянии. При монтаже РП выключатели выбирались из партии объемом в 1000 штук, в которой было 950 исправных выключателей и 50 не исправных. Найти вероятность исправной работы РП.

Решение. Число элементарных событий $n = C_n^m$,

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Обозначим: событие A есть исправная работа РП, оно осуществляется если все выключатели выбраны из числа исправных.

Число элементарных событий, благоприятствующих событию A, равно $m = C_{950}^5$. Следовательно, $P(A) = \frac{m}{n} = C_{950}^5 \big/ C_{1000}^5 \approx 0{,}77$

При одновременном изучении двух или нескольких событий различают события совместные и несовместные.

События называются *несовместными*, если никакие два из них не могут появиться вместе, и, наоборот, события называются совместными, если они могут произойти одновременно. Пример совместного события – одновременный отказ двух и более элементов в один и тот же момент времени в относительно простой последовательной схеме. Если вероятность одного события не изменяется от того, произошло или не произошло другое событие, то такие события называются *независимыми*, и наоборот. Несколько событий образуют *полную группу событий*, если в результате опыта обязательно должно произойти хотя бы одно из них.

На основании введенных понятий формулируются следующие основные теоремы теории вероятностей, которые применяются при решении задач надежности электроснабжения.

Теорема сложения вероятностей. Суммой n событий называется сложное событие, заключающееся в появлении хотя бы одного из n. Вероятность суммы n несовместных, событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i),$$

где $A=\sum_{i=1}^{n}A_i$.

Следствие 1. Если появление хотя бы одного из n несовместных событий является достоверным событием A_n, то события A_i составляют полную группу несовместных событий, для которых выполняется соотношение

$$P(A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)=1$$

Следствие 2. Сумма вероятностей противоположных событий равна единице: $P(A)+P(\overline{A})=1$, $P(A)=1-P(\overline{A})$.

Если события A и B совместны (рис. 1.1), вероятность суммы этих событий выражается формулой $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$.

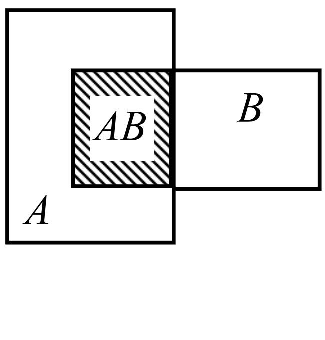


Рис.1.1. Иллюстрация совместности двух событий диаграммой Венна

Вероятность суммы любого числа событий выражается

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i} P(A_i) - \sum_{i,j} P\left(A_i A_j\right) + \sum_{i,j,k} P\left(A_i A_j A_k\right) - \ldots +$$
$$+ (-1)^{n-1} \sum P\left(A_i A_j \ldots A_n\right).$$

Теорема умножения вероятностей. Произведением n событий называется сложное событие, заключающееся в совместном проявлении всех n событий. Вероятность произведения независимых событий

$$P(A) = \prod_{i=1}^{n} P(A_i),$$

где $A = \prod_{i=1}^{n} A_i$.

Вероятность события A_1, вычисленная при условии, что произошло событие A_2 называется условной вероятностью события A_1 и обозначается $P\left(A_1 | A_2\right)$. Для зависимых событий A_1 и A_2

$$P\left(A_1 A_2\right) = P\left(A_1\right) \cdot P\left(A_2 | A_1\right) = P\left(A_2\right) \cdot P\left(A_1 | A_2\right)$$

В общем виде

$$P\left(A_1 A_2 \ldots A_n\right) = P\left(A_1\right) \cdot P\left(A_2 | A_1\right) \cdot P\left(A_3 | A_1 A_2\right) \cdot \ldots \cdot P\left(A_n | A_1 A_2 \ldots A_{n-1}\right)$$

Пример 1. Вероятность выхода из строя электрического прибора равна P. Для повышения надёжности в прибор поставлены m дублирующих ветвей. Определить, во сколько раз (k) увеличится надёжность прибора, если под надёжностью понимать вероятность безотказной работы.

Решение. Вероятность того, что откажут все параллельные ветви (событие A): $P(A)=\prod_{i=1}^{m} P_i = P^m$.

Вероятность того, что не откажет хотя бы одна из параллельных ветвей (событие B): $P(B)=1-P(A)=1-P^m$.

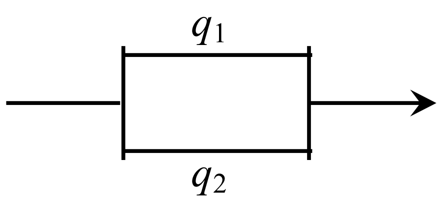
Надёжность одной ветви $R=1-P$

Искомая величина $k=\frac{P(B)}{R}=\frac{1-P^m}{1-P}$

Дополнение. При относительно малых вероятностях повреждений, которые характерны для элементов ЭЭС, например $P=0{,}01$

$$k_2=\frac{1-(0{,}01)^2}{1-0{,}01}=0{,}01,\ k_3=\frac{1-(0{,}01)^3}{1-0{,}01}=1{,}0101$$

Пример 2. Две цепи электроснабжения работают параллельно на общую нагрузку (рис. 1.3). Вероятность аварийного простоя



одной цепи $q_1=0{,}6\cdot 10^{-3}$, второй $q_2=0{,}8\cdot 10^{-3}$. Принимая аварийные состояния цепей независимыми, определить вероятность аварийного простоя двухцепной электропередачи для двух случаев: а) отказ электропередачи происходит при отказе одной из цепей (любой); б) отказ электропередачи происходит при отказе только обеих цепей.

Рис. 1.2. Схема питания

Решение. а) На основании теоремы сложения вероятностей

(логическая схема «или»)

$$q = q_1 + q_2 = 0{,}6 \cdot 10^{-3} + 0{,}8 \cdot 10^{-3} = 1{,}4 \cdot 10^{-3}.$$

б) На основании теоремы умножения вероятностей (логическая схема «и»)

$$q = q_1 \cdot q_2 = \left(0{,}6 \cdot 10^{-3}\right) \cdot \left(0{,}8 \cdot 10^{-3}\right) = 1{,}48 \cdot 10^{-6}$$

Дополнение. Вероятность безаварийной работы:

$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 = 0{,}9994 + 0{,}9992 - 0{,}9994 \cdot 0{,}9992 = 0{,}9999996$$

Пример 3. Питание потребителя осуществляется по одной цепи, состоящей из кабельной линии, трансформатора, выключателя (рис. 1.4.). Вероятность безотказной работы за время t для этих элементов: $P_{кл} = 0{,}7, P_{т} = 0{,}8, P_{в} = 0{,}9$. Отказ любого элемента приводит к перерыву питания, причем отказы взаимно независимы. Найти вероятность безотказной работы передачи.

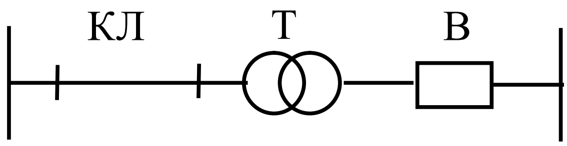


Рис. 1.3. Схема питания

Решение. Обозначим: $A_{кл}$ – безотказная работа линии, $A_{т}$– трансформатора, $A_{в}$ – выключателя, A – всей системы. По теореме умножения для независимых событий

$$P(A) = P(A_{кл}) \cdot P(A_{т}) \cdot P(A_{в}) = 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9 = 0{,}504.$$

Дополнение, Вероятность отказа этой системы:

$$P(B) = (1 - P_{кл}) + (1 - P_{т}) + (1 - P_{в}) - (1 - P_{кл})(1 - P_{т}) - (1 - P_{кл})(1 - P_{в}) - \\ - (1 - P_{т})(1 - P_{в}) + (1 - P_{кл})(1 - P_{т})(1 - P_{в}).$$

Формула полной вероятности. Пусть требуется определить вероятность некоторого события A, которое может произойти с одним из событий $H_1, H_2, ..., H_n$, образующих полную группу несовместных событий. Эти события будем называть гипотезами. В этом случае

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A|H_i).$$

Пример. Силовые трансформаторы изготавливаются тремя заводами, причем вероятность того, что трансформатор выпущен на первом заводе равна 0,2, на втором – 0,3, на третьем – 0,5. Вероятности того, что при определённых условиях работы трансформатор сохранит работоспособность в течение 25 лет, для первого, второго и третьего заводов соответственно равны: 0,9; 0,92; 0,808. Чему равна вероятность того, что поступивший для монтажа трансформатор сохранит работоспособность в течение 25 лет?

Решение. Этот трансформатор может оказаться с первого завода (событие H_1), со второго (H_2), с третьего (H_3). Интересующее нас событие A имеет вероятность

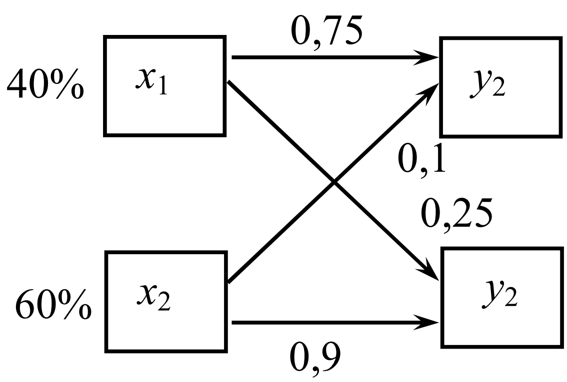
$$P(A) = \sum_{1}^{3} P(H_i) \cdot P(A|H_i) = 0{,}2 \cdot 0{,}9 + 0{,}3 \cdot 0{,}92 + 0{,}5 \cdot 0{,}803 = 0{,}86$$

Теорема гипотез (формула Байеса). Следствием теоремы умножения вероятностей и формулы полной вероятности является теорема гипотез, или формула Байеса. Пусть имеется полная группа несовместных гипотез $H_1, H_2, ..., H_n$. Вероятности этих гипотез до опыта известны и равны соответственно $P(H_1), P(H_2), ..., P(H_n)$.

Произведён опыт, в результате которого наблюдалось событие A. Требуется определить вероятности событий $H_1, H_2, ..., H_n$ после опыта. На основании теоремы умножения и формулы полной вероятности имеем

$$P(H_i) = \frac{P(H_i) \cdot P(A|H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i) \cdot P(A|H_i)}$$

Пример. Пропускная способность канала связи в системах телемеханики зависит от появления ошибки внутри канала (рис.1.5). На вход канала могут подаваться два сигнала x_1 и x_2. На выходе принимаются соответственно y_1 и y_2; 40 % времени канал занят передачей сигнала x_1 и 60% времени – сигнала x_2. Вероятность безошибочной передачи сигнала x_1 как y_1 равна 0,75.



Вероятность того, что входной сигнал x_1 будет ошибочно принят как y_2, равна 0,25. Аналогично, вероятность того, что сигнал, первоначально переданный как x_2 будет принят, как y_2 и y_1 равна соответственно 0,9 и 0,1. При заданных условиях получен выходной сигнал y_1. Какова вероятность того, что исходный сигнал был x_1?

Рис. 1.4. Схема канала связи

Решение. Вероятности гипотез:

$P(H_1) = 0{,}4,\ P(H_2) = 0{,}6.$

Условные вероятности события «получен входной сигнал y_1» равны: $P(y_1|H_1) = 0{,}75,\ P(y_1|H_2) = 0{,}25.$

По теореме Байеса

$$P(H_1|y_1) = \frac{P(H_1)P(y_1|H_1)}{P(H_1)P(y_1|H_1) + P(H_2)P(y_1|H_2)} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}75}{0{,}4 \cdot 0{,}75 + 0{,}6 \cdot 0{,}1} = 0{,}83$$

1.3 Случайные величины и законы их распределения

Случайной называется величина, которая в результате испытаний может принять то или иное значение, причем заранее неизвестно, какое именно.

Случайные величины могут быть дискретными и непрерывными. *Непрерывными* случайными величинами являются: время безотказной работы элементов, устройств, агрегатов, систем; время вынужденного простоя оборудования из-за отказов; уровень того или иного технического параметра и т.д. *Дискретными* случайными величинами являются: число неисправных элементов, устройств, агрегатов из общего числа находящихся в эксплуатации; число дефектных изделий в какой-либо партии продукции; количество повреждений элементов какого-либо оборудования в единицу времени и т.д.

Из-за невозможности указать, какое конкретное значение примет случайная величина в данном эксперименте, для ее характеристики применяются вероятности того, что она будет равна заданному значению или окажется в указанных пределах возможного значения. При этом используются понятия *числовых характеристик* распределений случайных величин.

Основные *числовые характеристики* случайных величин – *математическое ожидание* (*среднее значение*), *дисперсия*, *среднее квадратическое отклонение*, *мода*, *медиана*, *коэффициент вариации*.

Если задан ряд распределений вероятностей P_i для значений x_i случайной величины *X*, то математическое ожидание определяется по формуле

$$M(X) = m_x = \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i$$

Показателями, характеризующими степень рассеяния случайной величины около своего математического ожидания, являются дисперсия и среднее квадратическое отклонение:

$$D(X) = M(X - M(X))^2,\ D(X) = M(X^2) - (M(X))^2,\ \sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$

Для более полного описания случайных величин вводятся понятия функции распределения *F*(*x*) и плотности распределения *f*(*x*). *Функция распределения* определяет для каждого значения *x* вероятность того, что случайная величина *X* примет значение, меньшее *x*:

$$F(x) = P(X < x)$$

Плотность распределения непрерывной случайной величины – первая производная от функции распределения:

$$f(x)=F'(x),\ F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$$

Тогда математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины определятся как

$$M(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx,\ D(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} (x-M(x))^2 f(x)dx,$$

$$D(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx-(M(x))^2.$$

Пример. Энергосистема ограничивает промышленное предприятие в потреблении электрической мощности. При этом в течение года возможны дефициты в 5, 10 и 15 МВт с вероятностями соответственно 0,001, 0,0004 и 0,0002. Определить математическое ожидание недоотпуска электроэнергии промышленному предприятию за год.

Решение.

$$M[P]=\sum_{i=1}^{3} p_i x_i = 0{,}001\cdot 5+0{,}0004\cdot 10+0{,}0002\cdot 15=0{,}012\ \text{МВт}.$$

В году 8760 часов. $M[W]=8760\cdot M[P]=8760\cdot 0{,}012=105{,}12\ \text{МВт}\cdot\text{ч}.$