

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 9**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава IX, § 43-44 и [2]: глава 11, § 3 (см. прилагаемый список литературы).

1. Найти частные производные данных функций:

а) $z = \frac{x}{y^3} + \frac{y}{x^3} - \frac{1}{6x^2y}$

Ответ: $z'_x = \frac{1}{y^3} - \frac{3y}{x^4} + \frac{1}{3x^3y}$, $z'_y = -\frac{3x}{y^4} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{6x^2y^2}$.

б) $u = t^5 \sin^3 z$

Ответ: $u'_t = 5t^4 \sin^3 z$, $u'_z = 3t^5 \sin^2 z \cos z$

в) $z = x^2 \cos 2xy - y^2 \sin(x+y)$

Ответ: $z'_x = 2x \cos 2xy - 2y x^2 \sin 2xy - y^2 \cos(x+y)$,

$z'_y = -2x^3 \sin 2xy - 2y \sin(x+y) + y^2 \cos(x+y)$.

г) $u = x^y + (xy)^z + z^{xy}$

Ответ: $u'_x = yx^{y-1} + y^z z x^{z-1} + yz^{xy} \ln z$, $u'_y = x^y \ln x + x^z z y^{z-1} + xz^{xy} \ln z$,

$u'_z = (xy)^z \ln(xy) + xy z^{xy-1}$.

2. Вычислить приближённо:

а) $1,04^{2,03}$

Ответ: 1,08.

б) $\sqrt{(1,04)^2 + (3,01)^2}$

Ответ: 3,185.

в) $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$

Ответ: -0,03.

3. Для данных функций найти требуемую частную производную:

а) $z = 4x^3 + 3x^2y + 3xy^2 - y^3$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

Ответ: $24x + 6y$.

$$\text{б) } z = xy + \sin(x + y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

$$\text{Ответ: } -\sin(x + y).$$

$$\text{в) } z = \ln \operatorname{tg}(x + y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{4 \cos 2(x + y)}{\sin^2 2(x + y)}.$$

$$\text{г) } z = \operatorname{arctg} \frac{x + y}{1 - xy}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$\text{Ответ: } 0.$$

$$\text{д) } z = x^2 \ln(x + y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

$$\text{Ответ: } \frac{x(x + 2y)}{(x + y)^2}.$$

$$\text{е) } z = \sin(x + \cos y), \quad \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y}.$$

$$\text{Ответ: } \sin y \cos(x + \cos y).$$

4. Найти dz и d^2z от следующих функций:

$$\text{а) } z = x^2 y - x y^2 + 7.$$

$$\text{Ответ: } dz = (2xy - y^2)dx + (x^2 - 2xy)dy, \quad d^2z = 2y dx^2 + 4(x - y)dx dy - 2x dy^2$$

$$\text{б) } z = xy - \frac{y}{x}$$

$$\text{Ответ: } dz = \left(y + \frac{y}{x^2}\right)dx + \left(x - \frac{1}{x}\right)dy, \quad d^2z = -\frac{2y}{x^3}dx^2 + 2\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)dx dy.$$

$$\text{в) } z = \ln \sqrt{x^2 + y}$$

$$\text{Ответ: } dz = \frac{2x dx + dy}{2(x^2 + y)}, \quad d^2z = \frac{(2y - 2x^2)dx^2 - 4x dx dy - dy^2}{2(x^2 + y)^2}.$$