

**Задачи для самостоятельного решения по теме  
практического занятия 7**

**Указание.** Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава 13, § 67 и [3]: глава 1, § 4 (см. прилагаемый список литературы).

1. Разложите функцию  $f(x) = \begin{cases} 0, & -3 < x \leq 0 \\ x, & 0 < x < 3 \end{cases}$  в ряд Фурье.

**Ответ:**  $f(x) = \frac{3}{4} - \frac{6}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{3}\right) - \frac{3}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{3}\right).$

2. Разложите функцию  $f(x) = |x|$ ,  $x \in (-1,1)$  в ряд Фурье.

**Ответ:**  $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n+1)\pi x}{(2n+1)^2}.$

3. Разложите функцию  $f(x) = |\cos x|$ ,  $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  в ряд Фурье.

**Ответ:**  $f(x) = \frac{2}{\pi} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\cos 2nx}{4n^2 - 1}.$

4. Разложите функцию  $f(x) = 1 - x$ ,  $x \in (0,1)$

а) в ряд Фурье по синусам,

**Ответ:**  $f(x) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{\sin(n\pi x)}{n}$

б) в ряд Фурье по косинусам,

**Ответ:**  $f(x) = \frac{1}{2} + \frac{4}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)x$

5. Разложите функцию  $f(x) = \frac{x}{2}$ ,  $x \in (0, 2\pi)$  в ряд Фурье по синусам.

**Ответ:**  $f(x) = \frac{\pi}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n}.$

6. Разложите функцию  $f(x) = \begin{cases} 6, & 0 < x < 2 \\ 3x, & 2 < x < 4 \end{cases}$  в ряд Фурье.

**Ответ:**  $f(x) = \frac{15}{2} + \frac{12}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x}{2}\right) - \frac{6}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin\left(\frac{n\pi x}{2}\right).$

7. Разложите функцию  $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ ,  $x \in (0, 2\pi)$  в ряд Фурье по синусам.

**Ответ:**  $f(x) = \frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \sin nx}{(2n-1)(2n+1)}.$