

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 11**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава 11, § 54 и [3]: глава 3, § 4 (см. прилагаемый список литературы).

1. Вычислите интеграл $\iiint_V (x^4 + 2x^2y^2 + y^4) dx dy dz$, где область V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, $z = 1$, $x^2 + y^2 = 1$.

Ответ: $\frac{\pi}{3}$.

2. Вычислите интеграл $\iiint_V y dx dy dz$, если область интегрирования V ограничена поверхностями $y = \sqrt{x^2 + z^2}$, $y = 1$.

Ответ: $\frac{\pi}{4}$.

3. Вычислите интеграл $\iiint_V \frac{xy}{\sqrt{z}} dx dy dz$, если область интегрирования V расположена в первом октанте и ограничена поверхностями $4z^2 = x^2 + y^2$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$.

Ответ: $\frac{4}{9}$.

4. Вычислите интеграл $\iiint_V \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz$, если область интегрирования V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 - 4y = 0$, $z = 4 - x^2$, $z = 0$.

Ответ: $32 \frac{32}{35}$.

5. Вычислите интеграл $\iiint_V \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz$, если область интегрирования V ограничена поверхностями $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$, $z = \frac{x^2 + y^2}{9}$.

Ответ: $42 \frac{3\pi}{4}$.

6. Вычислите интеграл $\iiint_V (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$, переходя к сферическим координатам,

если область интегрирования V ограничена поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $z \geq 0$.

Ответ: $\frac{64}{5}\pi$.

7. Вычислите интеграл $\iiint_V \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy dz$, переходя к сферическим координатам, если

область интегрирования V ограничена поверхностями $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{15}}$.

Ответ: 0.

8. Вычислите интеграл $\iiint_V xyz dx dy dz$, переходя к сферическим координатам, если об-

ласть интегрирования V лежит в первом октанте и ограничена поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$.

Ответ: $\frac{1}{48}$.

9. Вычислите интеграл $\iiint_V (yz + zx) dx dy dz$, переходя к сферическим координатам, если

область интегрирования V лежит в первом октанте и ограничена поверхностью $y = x$, $x = 0$, $z = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Ответ: $\frac{1}{15}$.

10. Вычислите интеграл $\iiint_V (x^2 + y^2 - z^2) dx dy dz$, переходя к сферическим координатам,

если область интегрирования V ограничена поверхностями $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Ответ: $\frac{31}{15}\pi$.