

**Задачи для самостоятельного решения по теме  
практического занятия 12**

**Указание.** Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава 11, § 54 и [3]: глава 3, § 4 (см. прилагаемый список литературы).

1. Найдите объем тела, ограниченного поверхностями  $z = 6 - x^2 - y^2$ ,  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  (рис. 1).

**Ответ:**  $\frac{32}{3}\pi$ .

2. Найдите массу и координаты центра масс половины однородного шара радиуса  $R$  (плотность  $\mu = \text{const}$ ), рис. 2.

**Ответ:**  $m = \frac{2}{3}\pi\mu R^2$ ,  $x_c = 0$ ,  $y_c = 0$ ,  $z_c = \frac{3}{8}R$ .

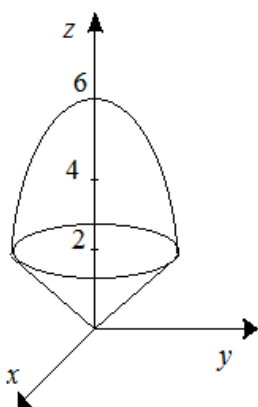


Рис. 1

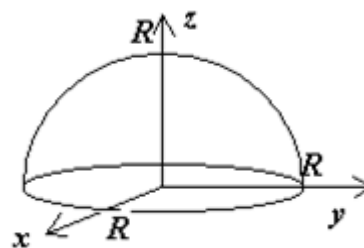


Рис. 2

3. Найдите массу и координаты центра масс половины шара радиуса  $R$ , рис. 8.8, если плотность пропорциональна расстоянию от центра шара  $\mu = k r$ .

**Ответ:**  $m = \frac{\pi k R^4}{2}$ ,  $x_c = 0$ ,  $y_c = 0$ ,  $z_c = 0,4R$ .

4. Найдите массу шара радиуса  $R$ , с переменной плотностью  $\mu = r$ , где  $r$  – расстояние от центра.

**Ответ:**  $m = \pi R^4$ .

5. Найдите массу шара радиуса  $R$ , если его плотность  $\mu = ar^2$ , где  $a$  – некоторая постоянная,  $r$  – расстояние от центра.

**Ответ:**  $m = \frac{4a\pi R^5}{5}$ .

6. Вычислите объем тела, ограниченного заданными поверхностями.

а)  $z = x^2 + y^2$ ,  $x + y = 1$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $z \geq 0$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{6}$

б)  $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ ,  $\frac{9z}{2} = x^2 + y^2$ .

**Ответ:**  $\frac{171\pi}{16}$ .