

**Задачи для самостоятельного решения по теме  
практического занятия 15**

**Указание.** Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава 12, § 57 и [3]: глава 4, § 3 (см. прилагаемый список литературы).

Вычислите поверхностные интегралы 1-го рода.

1.  $\iint_{\Sigma} \left( \frac{1}{2}x + y + \frac{1}{3}z \right) d\sigma$ , где  $\Sigma$  - часть плоскости  $3x + 9y + z = 3$ , расположенная в первом октанте.

**Ответ:**  $\frac{11\sqrt{91}}{108}$ .

2.  $\iint_{\Sigma} x d\sigma$ , где  $\Sigma$  - полусфера  $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$ .

**Ответ:** 0.

3.  $\iint_S \frac{d\sigma}{(1+x+z)^3}$ ,  $S$  - часть плоскости  $x + y + z = 1$ , заключённая в первом октанте.

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{3}}{8}$ .

4.  $\iint_S (x^2 + y^2) d\sigma$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ .

**Ответ:**  $\frac{8}{3}\pi a^4$ .

5.  $\iint_S \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma$ ,  $S: x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{8}\pi^2 a^3$ .

6.  $\iint_S (xy + yz + xz) d\sigma$ ,  $S: x^2 + y^2 = z^2$ ,  $x^2 + y^2 = 4y$ ,  $(z > 0)$ .

**Ответ:**  $\frac{1024\sqrt{2}}{15}$ .

7. Найдите массу, распределённую на части поверхности гиперболического параболоида  $2az = x^2 - y^2$ , вырезанную цилиндром  $x^2 + y^2 = a^2$ , с плотностью  $\rho(M) = k|z|$ , где  $k > 0$  - коэффициент пропорциональности.

**Ответ:**  $\frac{8ka^3}{15}(\sqrt{2} + 1)$ .