

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 14**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава X, § 49 и [3]: глава 2, § 6 (см. прилагаемый список литературы).

1. $y''' = \frac{1}{x}, y(1) = 1, y'(1) = 2, y''(1) = -2$. **Ответ:** $y = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{7x^2}{4} + 5x - \frac{9}{4}$.

2. $y'' = \arcsin x$.

Ответ: $y = \frac{x^2}{2} \arcsin x + \frac{3x}{4} \sqrt{1-x^2} + \frac{1}{4} \arcsin x + c_1 + c_2 x$.

3. $y''' = 27e^{3x} + 120x^3$. **Ответ:** $y = e^{3x} + x^6 + c_1 + c_2 x + c_3 x^2$.

4. $y''^2 - 1 = 0$. **Ответ:** $y = x^2/2 + c_1 x + c_2$.

5. $y' = xy'' + y'^2$. **Ответ:** $y = \frac{c_1}{2} x^2 + c_1^2 x + c_2, y = -x^3/12 + c$.

6. $e^{y''} + y'' = x$.

Ответ: $x = e^t + t, y = e^{2t} \frac{2t-3}{4} + e^t \frac{t^2 + 2c_1 - 2}{2} + \frac{t^3}{6} + c_1 t + c_2$.

7. $y'' = 1 - y'^2$. **Ответ:** $y = \ln |e^{2x} + c_1| - x + c_2$.

8. $(1+x^2)y'' + y'^2 + 1 = 0$. **Ответ:** $y = (1+c_1^2) \ln |x+c_1| - c_1 x + c_2$.

9. $y''^2 + y'^2 = 1$. **Ответ:** $y = \sin(c_1 + x) + c_2 x + c_3$.

10. $y'' = 1 + \frac{x(y' - x)}{1-x^2}, y(0) = 1, y(1) = 1/2$. **Ответ:** $y = \frac{x^2}{2} - \frac{2}{\pi} \arcsin x + 1$.

11. $y''^2 = y'$. **Ответ:** $y = \frac{1}{12}(x - c_1)^3 + c_2$.

12. $yy'' + y'^2 = 1, y(0) = 1, y'(0) = 1$. **Ответ:** $y = x + 1$.

13. $y'y^2 + yy'' - y'^2 = 0, y(0) = 1, y'(0) = 2$. **Ответ:** $y = \frac{3e^{3x}}{2 + e^{3x}}$.

14. $(1+y'y)y'' = (1+y'^2)y', y(0) = 1, y'(0) = 1$. **Ответ:** $y = e^x$.

$$15. \frac{y''}{y'} - \frac{2yy'}{1+y^2} = 0.$$

$$\text{Ответ: } \operatorname{arctg} y = c_1 x + c_2.$$

$$16. y'' = 2yy'.$$

$$\text{Ответ: } y = \sqrt{c_1} \operatorname{tg}(\sqrt{c_1} x + c_2).$$

$$17. yy''' - y'y'' = 0.$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{\sqrt{c_1}} \ln |y + \sqrt{y^2 + c_2^2}| = x + c_3.$$

$$18. yy'' - y'^2 = \frac{yy'}{\sqrt{1+x^2}}.$$

$$\text{Ответ: } \ln |y| = c_1(x^2 + x\sqrt{1+x^2} + \ln |x + \sqrt{1+x^2}|) + c_2.$$

$$19. xyy'' - xy'^2 - yy' = 0.$$

$$\text{Ответ: } y = c_2 e^{(c_1/2)x^2}.$$

$$20. x^2 yy'' = (y - xy')^2.$$

$$\text{Ответ: } y = c_2 x e^{-c_1/x}.$$