Основные виды распределений непрерывных случайных величин

Равномерный закон распределения

Закон распределения непрерывной случайной величины называется *равномерным*, если на интервале, которому принадлежат все возможные значения случайной величины, плотность распределения сохраняет постоянное значение, т.е.

Найдем значение *c*, которое принимает *f*(*x*) при Из условия нормировки следует, что откуда . Таким образом,

(4.24)

График плотности для равномерного распределения непрерывной случайной величины *X* изображен на рис. 4.2.

Рис. 4.2

Функцию распределения непрерывной случайной величины *X*, распределенной по равномерному закону достаточно легко найти и она имеет следующий вид:

(4.25)

График *F*(*x*) изображен на рис. 4.3.

Рис. 4.3

Если случайная величина распределена равномерно на отрезке , тогда пишут ” .

Вероятность попадания равномерно распределенной случайной величины на интервал равна

(4.26)

Определим математическое ожидание и дисперсию равномерно распределенной случайной величины *X*. Согласно формуле (4.15),

. (4.27)

Согласно формуле (4.16),

(4.28)

Показательный закон распределения

Непрерывная случайная величина *X* имеет *показательный закон распределения*, если ее плотность вероятности имеет вид

(4.29)

где параметр распределения. В этом случае пишем ” .

В отличие от нормального распределения, показательный закон определяется только одним параметром . В этом его преимущество, так как обычно параметры распределения заранее не известны и их приходится оценивать приближенно.

График плотности $f(x)$ приведен на рис. 4.4.

Рис. 4.4

Найдем функцию распределения показательного закона:

Следовательно,

(4.30)

График $F(x)$ представлен на рис. 4.5.

Рис. 4.5

Теперь можно найти вероятность попадания показательно распределенной случайной величины в интервал (a, b):

. (4.31)

Значения функции можно найти из таблиц.

Математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $D(X)$ показательного распределения равны

. (4.32)

Пусть элемент (то есть некоторое устройство) начинает работать в момент времени $t_0 = 0$ и должен проработать в течение периода времени t. Обозначим за T непрерывную случайную величину – время безотказной работы элемента, тогда функция $F(t) = p(T < t)$ определяет вероятность отказа за время t. Следовательно, вероятность безотказной работы за это же время равна

(4.33)

Эта функция называется *функцией надежности*.

Часто длительность безотказной работы элемента имеет показательное распределение, то есть .

Следовательно, функция надежности в этом случае имеет вид:

Показательным законом надежности называют функцию надежности, определяемую равенством

(4.34)

где λ – интенсивность отказов.

Примеры для самостоятельного решения

1. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение показательного закона, заданного функцией распределения .

2. Автобусы некоторого маршрута идут с интервалом 5 минут. Найти вероятность того, что пришедшему на остановку пассажиру придется ожидать автобуса не более 2 минут.