

**Задачи для самостоятельного решения по теме
практического занятия 6**

Указание. Кроме имеющихся материалов курса, Вы также можете использовать, например, материалы из учебников [1]: глава 13, § 67 и [3]: глава 1, § 4 (см. прилагаемый список литературы).

1. Разложите функцию $f(x) = x^2$, $x \in (-\pi, \pi)$ в ряд Фурье.

Ответ: $f(x) = \frac{\pi^2}{3} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\cos nx}{n^2}$.

2. Разложите функцию $f(x) = x \sin x$, $x \in (-\pi, \pi)$ в ряд Фурье.

Ответ: $f(x) = 1 - \frac{\cos x}{2} + 2 \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\cos nx}{n^2 - 1}$.

3. Разложите функцию $f(x) = \sin \frac{5}{6} x$, $x \in (-\pi, \pi)$ в ряд Фурье.

Ответ: $f(x) = \frac{36}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n \sin nx}{25 - 36n^2}$.

4. Разложите функцию $f(x) = \begin{cases} -x, & -\pi \leq x \leq 0 \\ \frac{x^2}{\pi}, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ в ряд Фурье.

Ответ: $f(x) = \frac{5\pi}{12} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3(-1)^n - 1}{\pi n^2} \cos nx - \frac{4}{\pi^2 (2n-1)^3} \sin(2n-1)x \right)$.

5. Разложите функцию $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ в ряд Фурье.

Ответ: $f(x) = \frac{\pi}{4} - \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2} + \frac{(-1)^{n-1}}{n} \sin nx \right)$.

6. Разложите функцию $f(x) = \begin{cases} \pi, & -\pi < x < 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$ в ряд Фурье.

Ответ: $f(x) = \frac{3\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left((-1)^n \frac{\sin nx}{n} + \frac{2}{\pi(2n-1)^2} \cos(2n-1)x \right)$.