Формы представления и передачи информации. Кодирование информации Системы счисления

Формы представления и передачи информации

Информацию можно представлять и обрабатывать по-разному. Для устного и письменного общения люди пользуются той или иной знаковой системой, которая содержит конечное число символов: буквы алфавита (латинские или национальные), цифры, знаки препинания, математические знаки и т.д. и т.п.

Компьютер тоже пользуется знаковой системой, которая состоит всего из двух цифр двоичной системы счисления: 1 и 0.

Кодирование - это представление символов одного алфавита символами другого.

0 и 1 - это 1 бит информации или 1 двоичный разряд. 1 байт - это 8 бит (8 двоичных разрядов). В компьютере 1 байт является наименьшей единицей информации, что соответствует одному знаку в командной строке (цифре, букве, специальному символу или пробелу)

Измерения в байтах		
ГОСТ 8.417-2002		
Название	Символ	Степень
байт	Б	2^{0}
килобайт	КБ	2^{10}
мегабайт	МБ	2^{20}
гигабайт	ГБ	2^{30}
терабайт	ТБ	2^{40}
петабайт	ПБ	2^{50}
эксабайт	ЭБ	2^{60}
зеттабайт	ЗБ	2^{70}
йоттабайт	ЙБ	2^{80}

Таким образом:
1 КБ = 2^{10} Б = 1024 Б
1 МБ = 2^{10} КБ = 1024 КБ = 2^{20} Б
1 ГБ = 2^{10} МБ = 1024 МБ = 2^{30} Б
1 ТБ = 2^{10} ГБ = 1024 ГБ = 2^{40} Б
1 ПБ = 2^{10} ТБ = 1024 ТБ = 2^{50} Б
1 ЭБ = 2^{10} ПБ = 1024 ПБ = 2^{60} Б
1 ЗБ = 2^{10} ЭБ = 1024 ЭБ = 2^{70} Б
1 ЙБ = 2^{10} ЗБ = 1024 ЗБ = 2^{80} Б

Системы счисления

Определения

Система счисления – это способ записи **чисел** с помощью специальных знаков – **цифр**.

Числа:

123, 45678, 1010011, CXL

Цифры:

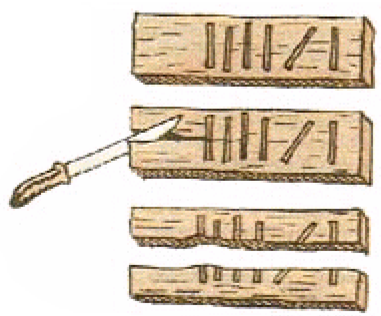
0, 1, 2, …   I, V, X, L, …

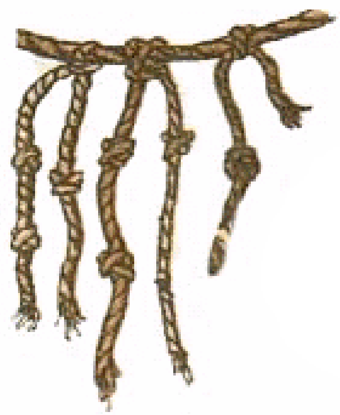
Типы систем счисления:

- **позиционные** – значение цифры зависит от ее места *(позиции)* в записи числа;
- **непозиционные** – не зависит…

Непозиционные системы

Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, …)





Римская:

I – 1 (палец), **V** – 5 (раскрытая ладонь, 5 пальцев),
X – 10 (две ладони), **L** – 50,
C – 100 (*Centum*), **D** – 500 (*Demimille*),
M – 1000 (*Mille*)

Римская система счисления

Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна**!) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично* непозиционная!)

Примеры:

MDCXLIV = 1000 + 500 + 100 – 10 + 50 – 1 + 5 = 1644

2389 = 2000 + 300 + 80 + 9

M M **CCC** **LXXX** **IX**

2389 = M M C C C L X X X I X

Римская система счисления

Недостатки:

- для записи **больших чисел** (>3999) надо вводить новые знаки-цифры (**V̲, X̲, L̲, C̲, D̲, M̲**)
- как записать дробные числа?
- как выполнять арифметические действия:

  CCCLIX + CLXXIV =?

Где используется:

- номера глав в книгах:

ГЛАВА V.

Изслѣдованіе истоковъ Желтой рѣки. (прод.).

Свѣдѣнія о тангутахъ камъ и голыкъ. — Нашъ обратный путь. — Охота за горными баранами. — Опасная случайность. — Вновь на тибетскомъ плато. — Мѣстность по р. Джагынъ-голъ. — Развѣдочныя

- обозначение веков: «***Пираты XX века***»
- циферблат часов

Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)

а҃	в҃	г҃	д҃	є҃	ѕ҃	з҃	и҃	ѳ҃
аз	ве́ди	глаго́ль	добро́	есть	зело́	земля́	и́же	фита́
1	2	3	4	5	6	7	8	9
і҃	к҃	л҃	м҃	н҃	ѯ҃	ѻ҃	п҃	ч҃
и	ка́ко	лю́ди	мысле́те	на́ш	кси	ом	поко́й	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
р҃	с҃	т҃	у҃	ф҃	х҃	ѱ҃	ѡ҃	ц҃
рцы	сло́во	тве́рдо	ук	ферт	хер	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

Позиционные системы

Позиционная система: значение цифры определяется ее позицией в записи числа.

Десятичная система:
первоначально – счет на пальцах
изобретена в Индии, заимствована арабами, завезена в Европу

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Основание (количество цифр): **10**

сотни **десятки** **единицы**

2 1 0 **разряды**

Позиционная формула

$$3\ 7\ 8 = 3\cdot 10^2 + 7\cdot 10^1 + 8\cdot 10^0$$

300 70 8

Другие позиционные системы:

- **двоичная**, восьмеричная, **шестнадцатеричная** (информатика)
- двенадцатеричная (1 фут = 12 дюймов, 1 шиллинг = 12 пенсов)
- двадцатеричная (1 франк = 20 су)
- шестидесятеричная (1 минута = 60 секунд, 1 час = 60 минут)

Позиционные СС

число	**1**	**2**	**2**	**3**	**.**	**0**	**3**
номер разряда, i	*3*	*2*	*1*	*0*		*-1*	*-2*

Вес разряда $\boldsymbol{p_i = s^i}$

i – номер разряда
s – основание системы счисления

$$x = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_2 s^2 + a_1 s^1 + a_0 s^0 + a_{-1} s^{-1} + \ldots$$

$$s = 4 \quad x = +2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 4^{-2} = 107.1875$$

$$1 \cdot 4^3$$

$$1223.04_4 = 107.1875_{10}$$

$$s = 10 \quad x = 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1 + 0 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} = 1223.03$$

Позиционные системы счисления

q – основание с.с. = числу цифр

$a_n a_{n-1} \ldots a_0 \ldots a_m$ – число записанное цифрами с.с. может быть представлено *позиционной формулой:*

$a_n a_{n-1} \ldots a_0 \ldots a_m = a_n \cdot q^n + \ldots + a_n \cdot q^n + a_0 + a_m \cdot q^{-1} \ldots a_m \cdot q^{-m}$

Двоичная система счисления

Двоичная система счисления

- 200 год до н. э. – Индия - *Пингала*
- XI век –Китай – книга Перемен - *Шао Юн*
- 1605 г. – Англия - *Френсис Бэкон*
- XVII век –Германия - *Лейбниц*
- 1854 –Англия- *Джордж Буль*
- 1937 –США - *Клод Шеннон*
- 1937 –Bell Labs (международная лаборатория, США) - *Джордж Штибиц*

Правила перевода

1. Разделить десятичное число на 2. Получится частное и остаток.

2. Частное опять разделить на 2. Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньшим 2.

3. Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет двоичной записью исходного десятичного числа.

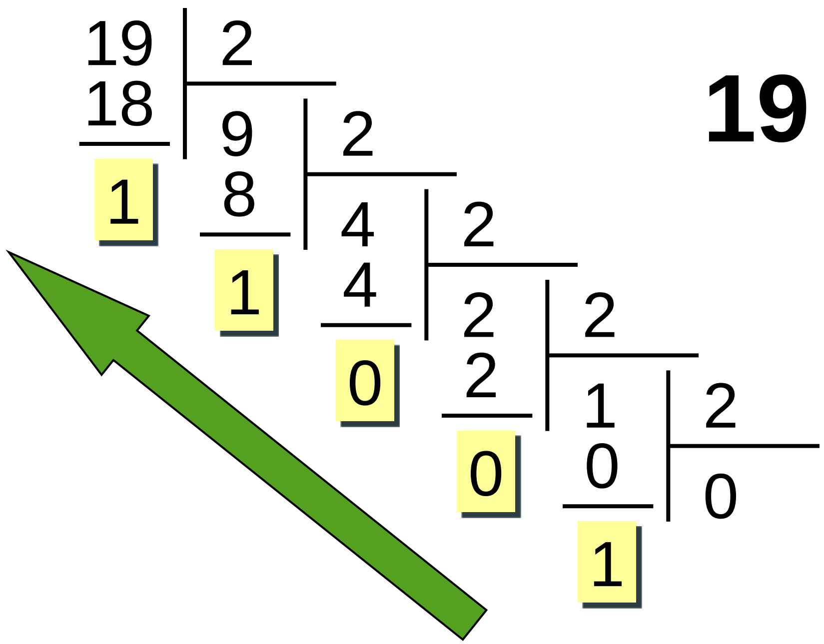
Перевод целых чисел

Двоичная система:

Алфавит: 0, 1

Основание (количество цифр): **2**

10 → 2



$$19 = 10011_2$$

система счисления

2 → 10

4 3 2 1 0 **разряды**

$$10011_2 = 1\cdot2^4 + \cancel{0}\cdot2^3 + \cancel{0}\cdot2^2 + 1\cdot2^1 + 1\cdot2^0$$

$$= 16 + 2 + 1 = 19$$

Арифметические операции

сложение

$0+0=0 \quad 0+1=1$

$1+0=1 \quad 1+1=\mathbf{1}0_2$

$1 + 1 + 1 = \mathbf{1}1_2$

перенос

$$\begin{array}{r} 1\,0\,1\,1\,0_2 \\ +\,1\,1\,1\,0\,1\,1_2 \\ \hline 1\,0\,1\,0\,0\,0\,1_2 \end{array}$$

вычитание

$0-0=0 \quad 1-1=0$

$1-0=1 \quad \mathbf{1}0_2-1=1$

заем

$$\begin{array}{r} 0\;\;1\;\;1\;\;10_2\;\;0\;\;10_2\;\;\;\;\;\; \\ \cancel{1}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\cancel{0}\,\cancel{1}\,0\,1_2 \\ -\quad 1\,1\,0\,1\,1_2 \\ \hline 0\,1\,0\,1\,0\,1\,0_2 \end{array}$$

Плюсы и минусы двоичной системы

- нужны технические устройства только с **двумя устойчивыми состояниями** (есть ток / нет тока, намагничен/ не намагничен и т.п.);
- **надежность** и помехоустойчивость двоичных кодов;
- выполнение операций с двоичными числами для компьютера намного проще, чем с десятичными.

Примечание: 0 - напряжение 0.4В-0.6В

1 - напряжение 2.4В-2.7В

- простые десятичные числа записываются в виде **бесконечных** двоичных дробей;
- двоичные числа имеют **много разрядов;**
- запись числа в двоичной системе **однородна**, то есть содержит только нули и единицы; поэтому человеку сложно ее воспринимать.

?

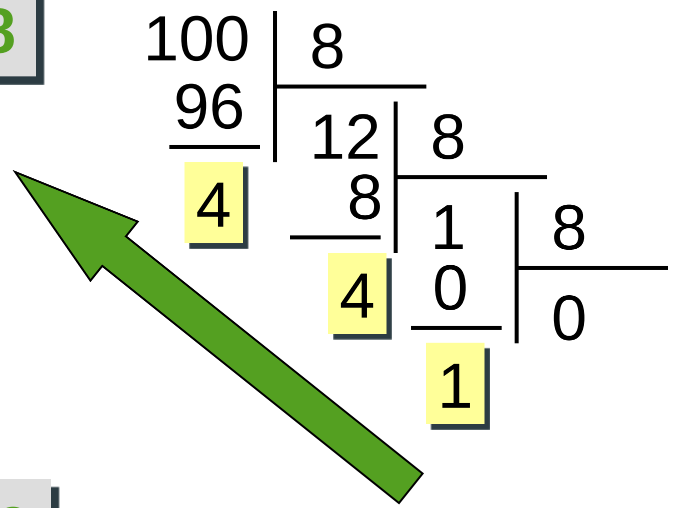
Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система

Основание (количество цифр): **8**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

10 → 8



$$100 = 144_8$$

система счисления

8 → 10

2 1 0 **разряды**

$$144_8 = 1 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0$$

$$= 64 + 32 + 4 = 100$$

Способы перехода между системами счисления, основания которых есть степени двойки.

Для того, чтобы осуществить переход от системы с основанием 2^n к системе с основанием 2^m, необходимо:

1. Сопоставить каждой цифре числа n–разрядное двоичное число, получив его полный двоичный код.
2. Разбить число на группы длиной m.
3. Сопоставить каждой группе цифру m-разрядной системе счисления.
4. Для реализации этого алгоритма рекомендуется заранее составить таблицы представления цифр двоичными числами.

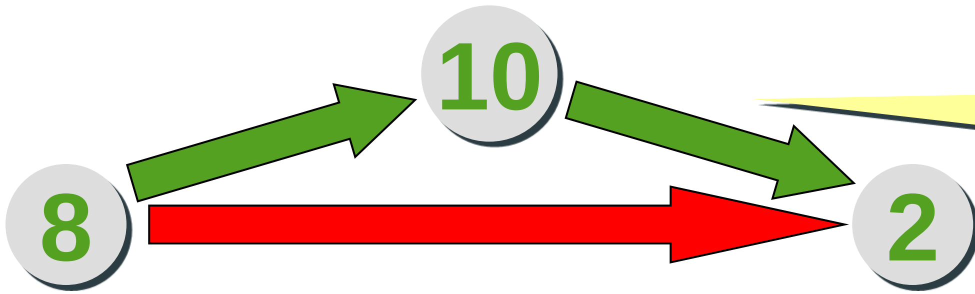
Таблица восьмеричных чисел: $2^n = 2^3$

Каждой цифре сопоставляется 3-х разрядное двоичное число

X_{10}	X_8	X_2
0	0	000
1	1	001
2	2	010
3	3	011

X_{10}	X_8	X_2
4	4	100
5	5	101
6	6	110
7	7	111

Перевод в двоичную и обратно



- трудоемко
- 2 действия

$$8 = 2^3$$

Каждая восьмеричная цифра может быть записана как три двоичных (*триада*)!

$$1725_8 = \underbrace{001}_{1}\ \underbrace{111}_{7}\ \underbrace{010}_{2}\ \underbrace{101}_{5}{}_2$$

Перевод из двоичной системы

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на триады, начиная справа:

$$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$$

Шаг 2. Каждую триаду записать одной восьмеричной цифрой:

$$001\ 001\ 011\ 101\ 111_2$$

1	1	3	5	7

Ответ: $1001011101111_2 = 11357_8$

Шестнадцатеричная системы счисления

Шестнадцатеричная система

Основание (количество цифр): **16**

Алфавит: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

A	B	C	D	E	F
10	11	12	13	14	15

10 → 16

$$
\begin{array}{r|l}
107 & 16 \\
\underline{96} & \\
11 & 6
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
6 & 16 \\
\underline{0} & \\
6 & 0
\end{array}
$$

11 → B

$$107 = 6B_{16}$$

система счисления

16 → 10

2 1 0 **разряды**

C

$$1C5_{16} = 1\cdot16^2 + 12\cdot16^1 + 5\cdot16^0$$

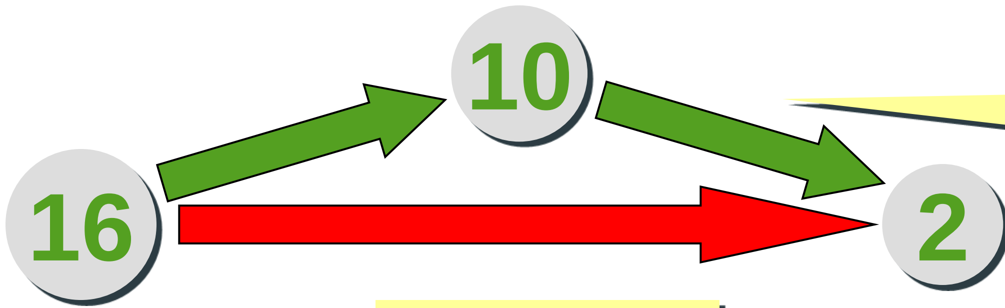
$$= 256 + 192 + 5 = 453$$

Таблица шестнадцатеричных чисел $2^n = 2^4$

X_{10}	X_{16}	X_2
0	0	0000
1	1	0001
2	2	0010
3	3	0011
4	4	0100
5	5	0101
6	6	0110
7	7	0111

X_{10}	X_{16}	X_2
8	8	1000
9	9	1001
10	A	1010
11	B	1011
12	C	1100
13	D	1101
14	E	1110
15	F	1111

Перевод в двоичную систему



- трудоемко
- 2 действия

$16 = 2^4$

! **Каждая шестнадцатеричная цифра может быть записана как четыре двоичных (*тетрада*)!**

$$7F1A_{16} = \underbrace{0111}_{7}\ \underbrace{1111}_{F}\ \underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{1010}_{A}{}_2$$

Перевод из двоичной системы

$$1001011101111_2$$

Шаг 1. Разбить на тетрады, начиная справа:

$$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$$

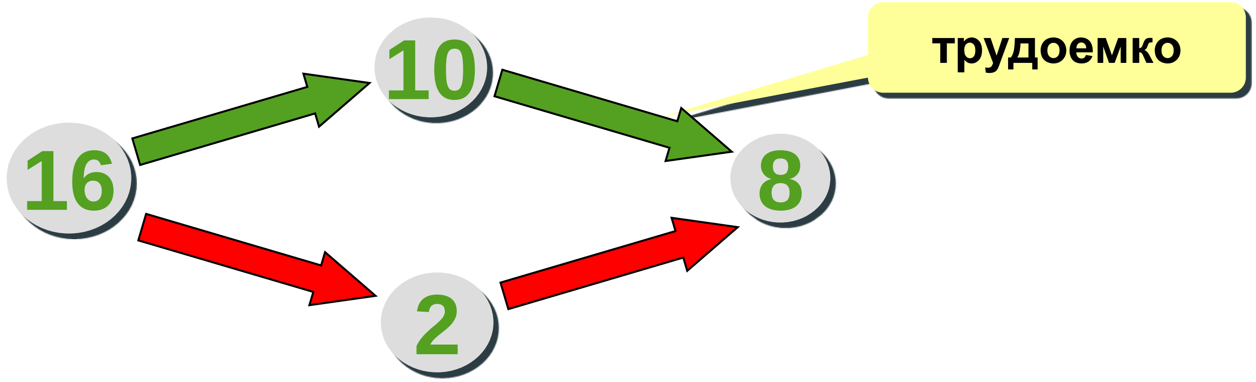
Шаг 2. Каждую тетраду записать одной шестнадцатеричной цифрой:

$$0001\ 0010\ 1110\ 1111_2$$

1 2 E F

Ответ: $1001011101111_2 = 12EF_{16}$

Перевод в восьмеричную и обратно



Шаг 1. Перевести в двоичную систему:

$$3DEA_{16} = 11\ 1101\ 1110\ 1010_2$$

Шаг 2. Разбить на триады:

$$011\ 110\ 111\ 101\ 010_2$$

Шаг 3. Триада – одна восьмеричная цифра:

$$3DEA_{16} = 36752_8$$

Таблица кодов систем счисления

Двоично-шестнадцатеричная таблица

16-я	2-я	16-я	2-я
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

тетрады

Двоично-восьмеричная таблица

8-я	2-я
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

триады

Домашнее задание

- Научиться самостоятельно получать таблицы соотношения 3-хразрядных двоичных кодов 8-м цифрам, и 4-х разрядных – 16-м цифрам

  $352_{10} \to ?_2 \to ?_8 \to ?_{16}$

  $101011_2 \to ?_{10}$

  $264_8 \to ?_2 \to ?_{10}$

  $1FC_8 \to ?_2 \to ?_{10}$

- Какое минимальное основание должна иметь С.С., если в ней могут быть записаны числа

  312? 1012? 6720? 790?

  1000? 3440? 2F1? A19?

Арифметические операции в разных системах счисления

Правило сложения

- При сложении двух чисел в позиционной с.с. суммируются цифры в соответствующих позициях
- Если сумма цифр больше или равна значению основания, то основание вычитается из полученной суммы, остаток пишется в текущей позиции, а единица переходит в старший разряд

Арифметические операции: сложение

сложение

$$0+0=0 \quad 0+1=1$$

$$1+0=1 \quad 1+1=10_2$$

перенос

$$1+1+1=11_2$$

$$\begin{array}{r} 10110_2 \\ +\ 111011_2 \\ \hline 1010001_2 \end{array}$$

Арифметические операции: сложение

сложение

$$
\begin{array}{r}
156_8 \\
+\ 662_8 \\
\hline
1040_8
\end{array}
$$

$6 + 2 = 8 = 8 + 0$

1 в перенос

$5 + 6 + 1 = 12 = 8 + 4$

1 в перенос

$1 + 6 + 1 = 8 = 8 + 0$

1 в перенос

Подсчитать самостоятельно:

$$
\begin{array}{r}
353_8 \\
+\ 736_8 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
1353_8 \\
+\ 777_8 \\
\hline
\end{array}
$$

Арифметические операции: сложение

сложение

$$\begin{array}{r} A\ 5\ B_{16} \\ +\ \ C\ 7\ E_{16} \\ \hline 1\ 6\ D\ 9_{16} \end{array}$$

$$\begin{array}{rrrr} & 10 & 5 & 11 \\ + & 12 & 7 & 14 \\ \hline 1 & 6 & 13 & 9 \end{array}$$

A=10
B=11
C=12
D=13
E=14
F=15

$10=16$

1 в перенос

$11+14=25=16+9$

$5+7+1=13=D_{16}$

1 в перенос

$10+12=22=16+6$

Подсчитать самостоятельно:

$$
\begin{array}{r}
CBA_{16} \\
+\quad A59_{16} \\
\hline
\end{array}
$$

Правило вычитания

- При вычитании из большего числа меньшего происходит вычитание цифр в соответствующих позициях
- Если уменьшаемая цифра меньше вычитаемой, то происходит «заём» 1 из старшего разряда. 1 при переходе в младший разряд равна величине основания, она плюсуется к уменьшаемой цифре, затем происходит вычитание.

Арифметические операции: вычитание

вычитание

$0-0=0 \quad 1-1=0$

$1-0=1 \quad \color{red}{1}0_2-1=1$

заем

$$\begin{array}{cccccccc}
 & 0 & 1 & 1 & 10_2 & 0 & 10_2 & \\
 & \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{0} & \cancel{1} & 0 & 1_2 \\
- & & 1 & 1 & 0 & 1 & 1_2 & \\
\hline
 & \color{red}{0} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0_{\color{red}{2}}
\end{array}$$

Арифметические операции: вычитание

вычитание

$$
\begin{array}{r}
456_8 \\
-\ 277_8 \\
\hline
157_8
\end{array}
$$

заем

$(6 + 8) - 7 = 7$

заем

$(5 - 1 + 8) - 7 = 5$

$(4 - 1) - 2 = 1$

Подсчитать самостоятельно:

$$
\begin{array}{r}
662_8 \\
- \quad 156_8 \\
\hline
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
1156_8 \\
- \quad 662_8 \\
\hline
\end{array}
$$

Арифметические операции: вычитание

вычитание

$$
\begin{array}{r}
C\ 5\ B_{16} \\
-\ \ A\ 7\ E_{16} \\
\hline
1\ D\ D_{16}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rrr}
\bullet & \bullet & \\
12 & 5 & 11 \\
-\ 10 & 7 & 14 \\
\hline
1 & 13 & 13
\end{array}
$$

заем

заем

$(11+16)-14=13=D_{16}$

$(5 - 1)+16 - 7=13=D_{16}$

$(12 - 1) - 10 = 1$

Подсчитать самостоятельно:

$$\begin{array}{r} A\,5\,9_{16} \\ -\;1\,B\,A_{16} \\ \hline \end{array}$$