**Практическое занятие № 5**

**Элементы механики жидкостей и газов**

**Цель занятия**

Знакомство с основными представлениями механики жидкостей
и газов и формирование навыков решения задач по данной теме.

**Основные понятия и формулы**

Гидростатическое давление*p* столба жидкости плотностью ρ на глубине *h* рассчитывается по формуле

*p*=ρ*gh*.

Выталкивающая сила Архимеда, действующая на тело, погруженное в жидкость, равна

*FA*=ρ*gV*,

где*V* – объем жидкости, вытесненной телом, *g* – ускорение свободного падения.

Уравнение неразрывности для стационарного течения жидкости:

ρυ*S*= const; ρ1υ1*S*1 *=* ρ2υ2*S*2,

где*S* – площадь поперечного сечения трубки тока, υ – скорость жидкости.

Уравнение Бернулли для стационарного течения идеальной несжимаемой жидкости



где*p*− статическое давление, − гидростатическое давление жидкости на глубине *h*, − динамическое давление (скоростной напор). Скорость истечения жидкости из отверстия может быть найдена по формуле Торричелли:

,

где*h* – расстояние от отверстия до поверхности жидкости.

Сила внутреннего трения между слоями текущей жидкости может быть рассчитана по формуле

гдеη− динамическая вязкость жидкости, Δυ/Δ*x*− градиент скорости, *S* – площадь соприкасающихся слоев.

Формула Стокса для расчета силы сопротивления, действующей
на шарик радиуса *r*, движущийся в вязкой среде:

*F* = 6 πηυ*r*.

Характер движения жидкости (газа) определяется безразмерным числом Рейнольдса:

,

где*D*− величина, характеризующая линейные размеры тела, обтекаемого жидкостью (газом), − скорость течения. Отношение  называется кинематической вязкостью.

При ламинарном движении объем жидкости (газа), протекающий
за время *t* через капиллярную трубку, радиусом *r* и длиной *l*, под дейст-вием разности давлений  на концах трубки определяется формулой Пуазейля:

.

**Примеры решения типовых задач**

**Задача 5-1.** Для определения плотности неизвестной жидкости однородное тело подвесили на динамометре в этой жидкости, а затем в вакууме и в воде (рис. 5.1). Оказалось, что тело, находясь в жидкости, растягивает пружину динамометра с силой *Т*ж = 1,66 Н, в вакууме – с силой *Т* = 1,8 Н, а в воде – с силой *Т*0 = 1,6 Н. Найдите плотности жидкости ρж и тела ρт.

Решение. Силы, действующие на подвешенное тело, указаны
на рис. 5.1, причем силы Архимеда, действующие только в жидкости *FА*
и в воде , определяются соотношениями:

,

гдеρж и ρ0 – плотности жидкости и воды, *V* – объем подвешенного тела. Условия равновесия тела во всех трех средах приводят к системе уравнений:





# Рис. 5.1. К задаче 5.1

Здесь учтено, что масса тела связана с его плотностью соотношением *m* = ρт*V*.

Решив данную систему уравнений, получим следующие соотно-шения:

.

**Задача 5-2.** В дне цилиндрического сосуда имеется круглое отверстие диаметром *d* = 1 см. Диаметр сосуда *D* = 0,5 м. Найдите зависимость скорости υ понижения уровня воды в сосуде от высоты
*h* этого уровня. Найдите численное значение этой скорости для высоты *h* = 0,2 м.

Решение. Обозначим *S*1 = π*D*2/4 − площадь поперечного сечения сосуда и υ− скорость течения воды в нем (искомая скорость понижения уровня воды в сосуде); *S*2 = π*d*2/4 − площадь поперечного сечения отверстия и *u* – скорость вытекания воды из отверстия. Используя уравнение Бернулли

,

получим соотношение, связывающее скорости и высоту:

.

В силу уравнения неразрывности



скорость*u* заменим соотношением

,

и тогда

.

Решая полученное уравнение, для скорости υ будем иметь

.

При *h* = 0,2 м численное значение скорости равно υ = 8⋅10−4 м/с.

**Задача 5-3.** Пробковый шарик радиуса *r* = 5 мм всплывает в сосуде, заполненном касторовым маслом. Плотность пробки ρп = 0,2⋅103 кг/м3, плотность касторового масла ρ = 0,9⋅103 кг/м3. Чему равны динамическая
и кинематическая вязкости касторового масла в условиях опыта, если шарик всплывает с постоянной скоростью υ = 3,5 см/с?

Решение. При равномерном движении шарика вверх сила Архи-меда*FA*, также направленная вверх, уравновешивается силой тяжести *mg* и силой сопротивления Стокса *F*, причем:



Итак, имеем соотношение

,

из которого находим динамическую вязкость:

Па⋅с,

а затем и кинематическую вязкость:

м2/с.

**Задача 5-4.** В боковую поверхность цилиндрического сосуда радиусом *R* = 2 см вставлен горизонтальный капилляр внутренним радиусом *r* = 1 мм и длиной *l* = 2 см. В сосуд налито касторовое масло, имеющее динами-ческуювязкость η = 1,2 Па⋅с и плотность ρ = 0,9⋅103 кг/м3. Найдите зависимость скорости υ понижения уровня касторового масла в сосуде
от высоты *h* этого уровня над капилляром. Определите численное значение этой скорости при *h* = 26 см.

Решение. Скорость понижения уровня касторового масла в сосуде зависит от скорости протекания масла через капилляр. Объем масла, протекающего за время *t* через капилляр, определим по формуле
Пуазейля:

.

Разность давлений на концах капилляра в данном случае обусловлена гидростатическим давлением слоя жидкости:

Δ*р* = ρ*gh*.

С другой стороны, указанный объем связан со скоростью протекания υ1 масла через капилляр:

.

Сравнивая эти соотношения, для скорости υ1 имеем

.

Из уравнения неразрывности струи следует:

,

поэтому окончательное выражение для скорости υ понижения уровня в сосуде имеет вид:

.

Численное значение υ при*h* = 26 см равно

υ = 3⋅10−5 м/с.

**Задача 5-5.** Стальной шарик (ρс = 7,7⋅103 кг/м3) падает в широ-
ком сосуде, заполненном трансформаторным маслом (η = 0,8 Па⋅с, ρм = 0,9⋅103кг/м3). Считая, что закон Стокса имеет место при Re ≤ 0,5, найдите предельное значение диаметра шарика.

Решение. Число Рейнольдса определяется соотношением

,

где*D* – характерный линейный размер, в качестве которого в данном случае должен быть взят диаметр шарика *d*, т. е. *d* = *D*. Для нахождения предельного значения диаметра шарика необходимо рассчитать установившуюся скорость υ шарика. Следуя задаче 5-3, для расчета скорости υ может быть получено соотношение

.

Учитывая, что *r* = *d*/2, окончательно получим

мм.

**Вопросы и задания для самостоятельного решения**

5.1. Какие вопросы изучаются в гидромеханике? Какими моделями пользуются в этом разделе?

5.2. Что такое давление? Как формулируется закон Паскаля?

5.3. Что является причиной возникновения выталкивающей силы Архимеда? Как она находится?

5.4. Что называют линией тока, трубкой тока?

5.5. Каков физический смысл уравнения неразрывности для стацио-нарного течения несжимаемой жидкости?

5.6. Как записывается уравнение Бернулли и следствием чего оно является?

5.7. Как находятся статическое давление, динамическое давление, гидростатическое давление?

5.8. К чему приводит наличие вязкости у реальных жидкостей?

5.9. Как определяются динамическая и кинематическая вязкости, и что они характеризуют?

5.10. Как зависит вязкость от температуры?

5.11. Чем отличается ламинарное течение жидкости от турбулентного?

5.12. Что характеризует число Рейнольдса, и как оно определяется?

5.13. Какие соотношения и каким образом могут быть использованы для расчета вязкости?

5.14. Каковы причины возникновения лобового сопротивления?

5.15. Как объясняется возникновение подъемной силы?

5.16. До какой высоты *h* нужно налить однородную жидкость в цилиндрический сосуд, чтобы сила, с которой жидкость будет давить на боковую поверхность сосуда, была равна силе давления на дно сосуда?

5.17. Вес тела в воде в три раза меньше, чем в воздухе. Чему равна плотность тела?

5.18. Какую силу необходимо приложить, чтобы удержать под водой парафиновый шар массой *m* = 9 кг? Плотность парафина составляет 0,9
от плотности воды.

5.19. В сосуд с водой вставлена трубка с площадью поперечного сечения *S* = 2 см2. В трубку налили *m* = 72 г масла. Плотность масла ρм = 900 кг/м3. Найдите разность уровней масла и воды.

5.20. Полый шар, наружный объем которого равен *V*, плавает наполовину погруженным в воду. Плотность воды равна ρ0, плотность материала шара ρш. Найдите объем полости шара *V*п.

5.21. Динамометр, к которому подвешен кусок сплава, состоящий из меди и серебра, показывает в воздухе *Т*1 = 2,71 Н, а в воде *Т*2 = 2,41 Н. Определите массу меди *m*м и серебра *m*с в этом куске. Плотность меди ρм = 8,9⋅103 кг/м3, серебра ρс = 10,5⋅103 кг/м3.

5.22. Полый шар из алюминия, находясь в воде, растягивает пружину динамометра с силой *Т*1 = 0,25 Н, а в бензине – с силой *Т*2 = 0,33 Н. Найдите объем полости, если плотность алюминия ρА = 2,7⋅103 кг/м3, бензина ρб = 0,7⋅103 кг/м3, воды ρ0 = 103 кг/м3.

5.23. Льдину толщиной $H=1,5 м$ вынесло из реки в океан. Насколько поднялась льдина над поверхностью воды по сравнению
с первоначальным уровнем? Плотность льда ρл = 0,8 г/см3, плотность пресной воды ρ0 = 1 г/см3, плотность соленой воды ρс = 1,03 г/см3.

5.24. Серебряная ложка в воде весит *P* = 2 $Н$. Определите ее объем *V*, если плотность серебра ρ = 10,5 г/см3, плотность воды ρ0 = 1 г/см3.

5.25. Сплошной металлический шарик радиусом *r*= 20 см был взвешен в воде, затем в некоторой жидкости. Разность показаний весов составила Δ*P* = 65,7 Н. Определите плотность жидкости, если плотность воды ρ0 = 1 г/см3.

5.26. Масляный гидравлический пресс имеет площадь левого поршня *S*1= 20 см2, правого *S*2= 100 см2. На какую высоту опустится левый поршень, если на него поставить гирю массой *m* = 1,5 кг? Плотность масла ρ = 0,9 г/см3

5.27. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью υ = 25 м/с? Плотность краски ρ = 800 кг/м3. Вязкостью краски и потерями пренебречь.

5.28. В бочку заливается вода со скоростью *Q* = 200 см3/с. На дне бочки образовалось отверстие площадью поперечного сечения *S* = 0,8 см2. Пренебрегая вязкостью воды, определите уровень воды, который установится в бочке.

5.29. Бак цилиндрической формы площадью основания *S*0 = 10 м2 и объемом *V* = 100 м3 заполнен водой. Пренебрегая вязкостью воды, Определите время, необходимое для полного опустошения бака, если на дне бака образовалось круглое отверстие площадью *s* = 8 см2.

5.30. В дне цилиндрического сосуда диаметром *D* проделано небольшое круглое отверстие диаметра *d*, через которое вытекает вода. Запишите зависимость скорости понижения уровня воды в сосуде от высоты этого уровня υ(*h*).

5.31. В бочку льется из шланга вода. Объем жидкости, поступающий из шланга за единицу времени, есть *Vt*.В дне бочки имеется круглое отверстие, из которого вода вытекает. При этом уровень жидкости в бочке остается неизменным. Считая бочку цилиндром, рассчитайте диаметр этого отверстия*d.*

5.32. Определите работу, которая затрачивается на преодоление трения при перемещении воды объемом *V*= 1,5 м3 в горизонтальной трубе от сечения с давлением *p*1 = 40 кПа до сечения с давлением *p*2 = 20 кПа.

5.33. Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром *d*= 7⋅10−5мм, если динамическая вязкость воздуха равна η = 1,2⋅10−5 Па ⋅ с?

5.34. Дождевая капля, свободно падая, движется к Земле с ускоре-нием. Но, достигнув предельной скорости, начинает двигаться равномерно. Подумайте, почему? Рассчитайте эту предельную скорость. Для простоты каплю считайте сферой, маcсу капли примите равной *m* = 5⋅10–7кг. Динамическая вязкость воздуха η = 1,2 ⋅10–5 Па ⋅ с.

5.35. Шарик всплывает с постоянной скоростью в жидкости, плот-ность которой в четыре раза больше плотности материала, из которого он изгтовлен. Определите отношение силы трения, действующей на всплы-вающий шарик, к его весу.

5.36. В некоторой жидкости всплывает с постоянной скоростью шарик. Плотность материала шарика в 3 раза отличается от плотности жидкости. Определите, во сколько раз сила сопротивления, действующая на шарик, больше действующей на него силы тяжести?

5.37. Смесь свинцовых дробинок (плотность ρс = 11,3⋅103 кг/м3) диаметром 4 и 2 мм одновременно опускают в широкий сосуд глубиной *h*= 1,5 м с глицерином (ρг = 1,26⋅103 кг/м3, динамическая вязкость η = 1,48 Па ⋅ с). Определите, на сколько больше времени потребуется дробинкам меньшего размера, чтобы достичь дна сосуда.

5.38. В боковую поверхность сосуда вставлен горизонтальный капилляр внутренним диаметром *d*= 2 мм и длиной *l*= 1,2 см. Через капилляр вытекает касторовое масло (ρ = 960 кг/м3, динамическая вязкость η = 0,99 Па ⋅ с), уровень которого в сосуде поддерживается постоянным на высоте *h*= 30 см выше капилляра. Определите время, которое требуется для протекания через капилляр *V* = 10 см3 масла.

5.39. В боковую поверхность сосуда вставлена горизонтальная трубка радиусом*r*и длиной *l*. В сосуде находится жидкость с динами-ческой вязкостью η. Уровень жидкости поддерживается постоянным. Какое время потребуется на то, чтобы из сосуда через трубку вытекла жидкость объемом *V*?

5.40. Труба рассчитана на потребление воды в объеме *V* = 500 л/ч. Рассчитайте предельное значение диаметра этой трубы *D*, при котором поток остается ламинарным.

5.41. C мостика, переброшенного через канал, по которому течет вода, опущена узкая изогнутая трубка, обращенная открытым концом навстречу течению. Вода в трубке поднимается на высоту *h*= 150 мм над уровнем воды в канале. Определите скорость υ течения воды.

5.42. Какова скорость υ истечения жидкости из отверстия в стенке сосуда, если высота уровня жидкости над отверстием *h* = 4,9 м? Вязкость жидкости не учитывать.

5.43. Цистерна наполнена водой (ρ0 = 103 кг/м3) и нефтью (ρн = 0,9⋅103 кг/м3). Какова будет вначале скорость υ истечения воды из отверстия в дне, если высота слоя воды *h*1= 1 м, а слоя нефти *h*2= 4 м? Вязкостью пренебречь.

5.44. Широкий сосуд с небольшим отверстием в дне заполнен водой (ρ0 = 103 кг/м3) и керосином (ρк = 0,8⋅103кг/м3). Пренебрегая вязкостью, найдите скорость вытекания воды, если толщина слоя воды *h*1= 30 см, а слоя керосина *h*2= 20 см.

5.45. На земле стоит цилиндрическая бочка высотой *H* = 1 м и диа-метром*D*= 70 см, доверху наполненная водой. На высоте *h*= 10 см
в боковой поверхности бочки пробито небольшое отверстие. На какое максимальное расстояние от бочки *L* будет бить струя воды?

5.46. Найдите скорость течения по трубе углекислого газа, если известно, что за полчаса через поперечное сечение трубы протекает *m* = 0,51 кг газа. Плотность газа примите равной ρ = 7,5 кг/м3. Диаметр трубы равен *d* = 2 см.

5.47. Считая, что ламинарность движения жидкости (или газа) в цилиндрической трубе сохраняется при Re ≤ 2000 (если при вычисле-
нииRe в качестве величины *D* возьмите диаметр трубы), покажите,
что условия задачи 5.46 соответствуют ламинарному движению. Кинема-тическую вязкость газа примите равной ν = 1,33⋅10–6м2/с. Газ считайте идеальной несжимаемой жидкостью.

5.48. В трубе с внутренним диаметром *d*= 3 см течет вода. Опреде-лите максимальный массовый расход *Qm*max воды при ламинарном течении.

5.49. При движении шарика радиусом *r*1 = 2,4 мм в касторовом масле ламинарное обтекание наблюдается при скорости . При какой скорости шарика радиусом *r*2 = 1 мм в глицерине обтекание станет турбулентным?

5.50. Латунный шарик диаметром *d*= 0,5 мм падает в глицерине. Определите: а) скорость  установившегося движения шарика; б) является ли при этой скорости обтекание шарика ламинарным?