**Практическое занятие № 3**

**Работа и энергия. Законы сохранения**

**Цель занятия**

Знакомство с понятиями импульса материальной точки и тела, работы, совершаемой при перемещении тела, с видами механической энергии тела, законами сохранения, а также формирование навыков решения задач по данной теме.

**Основные понятия и формулы**

Механическая энергия, характеризующая движение и взаимодействие тел, равна сумме кинетической *T* и потенциальной *U*энергий. Кинети-ческая энергия тела, движущегося поступательно:



зависит только от его массы и скорости. Значение кинетической энергии обусловлено выбором системы отсчета и не можит быть отрицательным. Кинетическая энергия изолированной частицы сохраняется.

Конкретный вид формулы для расчета потенциальной энергии *U* определяется характером силового поля. В частности, потенциальная энергия тела в поле силы тяжести и упруго-деформированной пружины рассчитывается как:



В консервативных системах выполняется закон сохранения механи-ческой энергии:



В замкнутых системах, в которых все силы, действующие со стороны внешних тел на каждое тело системы, взаимно уравновешиваются, имеют место три закона сохранения − закон сохранения энергии, закон сохра-нения импульса, закон сохранения момента импульса. Законы сохранения отражают свойства нашего пространства. В основе сохранения энергии лежит однородность времени, т. е. равнозначность всех моментов времени, а в основе законов сохранения импульса и его момента – однородность пространства и изотропия пространства, т. е. одинаковость свойств пространства во всех точках и по всем направлениям.

Для тела, находящегося в поле силы тяжести, закон сохранения энергии



удобнее рассматривать в форме, связывающей два разных момента времени:

.

Закон сохранения импульса до и после соударения для системы
из нескольких тел чаще используется не в полной векторной форме:

,

а в виде закона сохранения проекции импульса на ось, вдоль которой силы не действуют или они уравновешены:

.

В более общих случаях (при наличии в системе неконсервативных сил трения и неупругих соударений), когда в процессе совершения
работы *A* неконсервативными силами происходит уменьшение полной механической энергии системы, пользуются законом сохранения и превра-щения энергии:



Работа, совершаемая силой *F* на участке траектории от точки *1*
до точки *2*, определяется интегралом

.

Сила, действующая на тело, не совершает работу, если:

а) тело покоится;

б) сила перпендикулярна перемещению тела (α = 90°). Действие такой силы приводит к искривлению траектории движущегося тела.

Работа, совершаемая за единицу времени, – мощность *N* (часто используют обозначение *P*):



**Примеры решения типовых задач**

**Задача 3-1.** Снаряд, летевший с горизонтальной скоростью υ = 500 м/с, разрывается на два осколка. Масса одного осколка в два раза больше массы другого. Больший осколок падает по вертикали, а меньший летит под углом 30° к горизонту. Какова скорость меньшего осколка?

Решение.В данном случае силой тяжести по сравнению с силами, появляющимися при взрыве, сможем пренебречь, и поэтому будет выполняться закон сохранения импульса в векторной форме, который запишем в виде:

.

Левая часть уравнения соответствует импульсу системы до разрыва снаряда (сверху на рис. 3.1), правая часть – после (снизу на рис. 3.1).

**

Рис. 3.1. К задаче 3-1

С учетом того, что масса снаряда равна 3*m* – сумма масс осколков *m*и 2*m* (рис. 3.1), получим:



Те же соотношения будем иметь и при рассмотрении проекции векторного уравнения на горизонтальную ось:



**Задача 3-2.** Платформа с песком общей массой *M*= 2 т стоит на рельсах на горизонтальном участке пути. В песок попадает снаряд массой *m*= 8 кг и застревает в нем. Пренебрегая трением, определите, с какой скоростью будет двигаться платформа, если в момент попадания скорость снаряда равна υ = 450  и направлена сверху вниз под углом к горизонту α = 30°.

Решение.После соударения платформа начнет двигаться, причем ее скорость  будет направлена горизонтально (рис. 3.2).



Рис. 3.2. К задаче 3-2

В данном случае закон сохранения импульса в полной векторной форме неприменим, так как вдоль вертикальной оси действуют сила тяжести и сила реакции опоры. В момент соударения сила реакции опоры возрастает, т. е. силы перестают уравновешивать друг друга. Здесь справедлив закон сохранения проекций импульса на горизонтальную ось:



Откуда скорость совместного движения платформы с камнем



**Задача 3-3.** Пуля массой *m*= 12 г, летящая с горизонтальной скоростью , попадает в мешок с песком массой *M*= 10 кг, висящий на длинной нити, и застревает в нем. Определите высоту *h*,
на которую поднимается мешок, отклонившись после удара, и долю кинетической энергии, израсходованной на пробивание песка.

Решение.Решим задачу, используя законы сохранения энергии и импульса (рис. 3.3).



### Рис. 3.3. К задаче 3-3

В момент столкновения пули с мешком выполняется закон сохра-нения импульса:

,

из которого следует, что

.

На следующем этапе совместного подъема мешка с пулей выпол-няется закон сохранения энергии:

.

Откуда высота, на которую поднимается мешок после удара, равна

 м.

В процесс соударения энергия уменьшается, так как часть ее идет на пробивание песка. Разность исходной и конечной энергий



Таким образом, доля кинетической энергии, израсходованной
на пробивание песка:

.

**Задача 3-4.** Пуля, имеющая массу *m* = 0,01 кг, подлетает со скоростью  = 1200  к доске толщиной *d* = 0,04 м и, пробив ее, вылетает со скоростью  = 600 . Найдите среднюю силу сопротив-ления доски и работу этой силы.

Решение. В процессе столкновения пули с доской (рис. 3.4) кинетическая энергия системы уменьшается.



Рис. 3.4. К задаче 3-4

Таким образом, работа, совершаемая при пробивании доски, будет равна убыли кинетической энергии:

.

Так как эта работа связана с силой сопротивления соотношением

 Дж,

то силу сопротивления найдем следующим образом:

 Н.

**Задача 3-5.**C наклонной плоскости высотой *h* = 1 м и длиной *l*= 10 м скользит тело массой *m* = 1 кг. Найдите: кинетическую энергию *Т* и скорость тела υ у основания плоскости; расстояние *s*, пройденное телом по горизонтальной части пути до остановки. Коэффициент трения на всем пути примите постоянным и равным μ = 0,05.

Решение.На вершине наклонной плоскости тело обладает максимальной энергией, равной . Эта энергия тратится на работу, совершаемую против сил трения на участках и*s* (рис. 3.5).



Рис. 3.5. К задаче 3-5

Работа сил трения определяется величиной силы трения, а последняя
зависит от величины силы реакции опоры *N* на данном участке. Как было показано в задаче 2-2, сила реакции опоры равна:

– на наклонной плоскости:

,

– на плоской поверхности:

.

Соответственно, силы трения на этих участках также будут раз-личны. В силу закона сохранения и превращения энергии справедливо соотношение



Кинетическая энергия *Т* тела у основания плоскости перейдет
в работу сил трения на плоском участке, поэтому

*Т* = μ*mgs*= *mgh* – μ*mg*cosα*l = mg*5 Дж.

Тогда расстояние

 м.

Для нахождения скорости тела у основания плоскости вновь воспользуемся законом сохранения энергии:





**Задача 3-6.** Тело массой  кг движется со скоростью  и нагоняет второе тело массой  кг, движущееся со скоростью  Найдите скорости тел после столкновения, если удар: а) упругий и центральный; 2) неупругий и центральный.

Решение.В случае упругого центрального соударения (рис. 3.6, *а*) выполняются как закон сохранения импульса, так и закон сохранения энергии:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| *а* | *б* |

Рис. 3.6. К задаче 3-6: *а* – упругий удар; *б* – неупругий удар



Скорости  и найдем путем решения системы уравнений:



В результате получим:





В случае неупругого центрального удара (см. рис. 3.6, *б*) шары слипаются и двигаются в дальнейшем совместно. Таким образом, имеет место только закон сохранения импульса:

.

Так как все векторы направлены в одну сторону:



**Задача 3-7.** Брусок массой *m* = 1 кг лежит на шероховатой горизонтальной плоскости (рис. 3.7). К нему прикреплена невесомая пружина, жесткость которой *k* = 40  Коэффициент трения между бруском и плоскостью μ = 0,8.



Рис. 3.7. К задаче 3-7

Какую работу необходимо совершить, чтобы равномерно перемес-тить брусок из состояния покоя (пружина не деформирована) на расстоя-ние*l* = 2 м?

Решение. Заметим, что процесс совершения работы происходит
в два этапа. На первом этапе пружина растягивается под действием
силы , при этом совершаемая силой работа *А* идет на увеличение потен-циальной энергии. Только после этого брусок начинает перемещаться,
на что затрачивается работа *А*2. Условие равномерности перемещения говорит о том, что результирующее ускорение равно нулю, а значит, сумма всех приложенных к телу сил (рис. 3.7) также равна нулю:

.

Следствием этого уравнения являются два соотношения:



и

.

Поскольку известна величина приложенной силы, по закону Гука рассчитаем максимальное удлинение пружины

,

а затем и работу *А*1, идущую на растяжение пружины:

.

Работу *А*2 по перемещению бруса, совершаемую силой *F* на пути *l*, вычислим по формуле

.

Искомая работа равна сумме работ *А*1 и*А*2:

 Дж.

**Задача 3-8.** Невесомая пружина жесткостью *k* и длиной *l* стоит вертикально на столе. С высоты *Н* над столом на нее падает небольшой груз массой *m* (рис. 3.8). Какую максимальную скорость будет иметь груз при своем движении вниз? Трением пренебречь.

Решение. После падения груза на пружину последняя начнет колебаться около положения нового равновесия, смещенного на некоторое расстояние  вниз, т. е. его высота от поверхности стола будет равна
(*l*– ). Величину  находим исходя из условия

,

которое справедливо после затухания колебаний.



Рис. 3.8. К задаче 3-8

Максимальной скоростью обладает груз в момент прохождения положения равновесия, поэтому первоначальную энергию груза и пру-жины*Е*1 сравним с их энергией *Е*2 именно в этот момент. Энергия *Е*1 –
это потенциальная энергия груза, равная . Пружина в этот момент не деформирована, ее энергия равна нулю.

В момент прохождения грузом положения нового равновесия энергия *Е*2 складывается из потенциальной энергии груза , кинетической энергии груза  и потенциальной энергии сжатой пружины . По закону сохранения энергии в силу того, что трением можно пренебречь, эти энергии должны быть равны (*Е*1 = *Е*2) или

.

Используя полученное ранее соотношение , найдем искомую скорость:

.

**Вопросы и задания для самостоятельного решения**

3.1. Какие системы называются замкнутыми? Приведите примеры таких систем.

3.2. Какие свойства пространства и времени лежат в основе законов сохранения?

3.3. В чем заключается закон сохранения импульса? В каких систе-мах он выполняется?

3.4. Тело брошено под углом к горизонту. Сохраняется ли при этом  импульс тела и проекция импульса тела на какие-либо направления?

3.5. Как космонавту, находящемуся автономно в открытом космосе, вернуться на космический корабль без посторонней помощи?

3.6. Что характеризует механическая энергия, и из чего она склады-вается?

3.7. Чем определяются кинетическая и потенциальная энергии тела?

3.8. Как определяется работа силы?

3.9. Всегда ли сила, действующая на тело, совершает работу?

3.10. Какие силы называются консервативными? Приведите примеры консервативных и неконсервативных сил.

3.11. Какова связь между силой и потенциальной энергией?

3.12. В чем заключается закон сохранения механической энергии? Для каких систем он выполняется?

3.13. В чем заключается физическая сущность закона сохранения
и превращения энергии? Почему он является фундаментальным законом природы?

3.14. Чем отличается абсолютно упругий удар от абсолютно неупругого?

3.15. Какие законы сохранения выполняются при абсолютно упругом и абсолютно неупругом соударениях?

3.16. Две частицы с массами *m*1 и *m*2 движутся навстречу друг другу во взаимно перпендикулярных направлениях по гладкой горизонтальной плоскости со скоростями υ1 и υ2. Определите величину кинетической энергии частиц после их абсолютно неупругого удара.

3.17. Две частицы с массами *m*1 = 1 кг и *m*2 = 2 кг движутся навстречу друг другу во взаимно перпендикулярных направлениях
по гладкой горизонтальной плоскости со скоростями υ1 = 3 
иυ2= 2  Определите количество тепла, выделившееся после их абсо-лютно неупругого удара.

3.18. Три одинаковых тела массой *m* = 50 г расположены на горизонтальной плоскости вдоль одной линии. С крайним телом соударяется такое же тело, движущееся со скоростью υ = 20  вдоль линии, на которой расположены тела. Определите кинетическую энергию системы тел после всех соударений, считая соударения тел абсолютно неупругими.

3.19. Два тела массами  4 кг и  6 кг движутся навстречу друг другу с относительной скоростью υ = 10 . Определите количество тепла, выделившегося при абсолютно неупругом соударении этих тел.

3.20. По горизонтальным рельсам движется платформа массой *М* = 200 кг со скоростью υ = 10  На нее вертикально падает камень массой *m* = 50 кг и движется в дальнейшем вместе с платформой. Определите скорость совместного движения платформы с камнем и количество теплоты, выделившееся при соударении.

3.21. Снаряд, летевший горизонтально со скоростью υ = 400 , разорвался на две равные половины. Начальная скорость одной половины снаряда после разрыва равна υ1 = 200  и направлена вертикально вниз. Определите величину и направление скорости второй половины снаряда.

3.22. Снаряд, падавший под углом α = 30° к горизонту со скоростью υ = 1000 , разорвался на две равные половины. Начальная скорость одной половины снаряда направлена вертикально вниз и также равна υ1= 1000 . Определите величину и направление скорости второй половины снаряда.

3.23. Ядро, падавшее вертикально вниз со скоростью υ = 200 , разорвалось на два осколка. Первый осколок, масса которого составляет 40 % массы ядра, полетел в горизонтальном направлении со скоростью υ1 = 500 . Определите величину и направление скорости второго осколка.

3.24. Снаряд разорвался в верхней точке траектории на высоте *h* на две равные части. Скорость снаряда в момент взрыва равна υ. Один осколок упал на землю под местом взрыва через время *t*. Найдите направление и величину скорости второго осколка.

3.25. Две частицы с массами *m*и 2*m*, имеющие импульсы *p*и  движутся во взаимно перпендикулярных направлениях. После соударения частицы обмениваются импульсами. Определите потерю механической энергии при соударении.

3.26. Движущееся тело массой *m*1 ударяется о неподвижное тело массой *m*2. Считая удар неупругим и центральным, найдите, какая часть первоначальной кинетической энергии переходит при ударе в тепло.

3.27. Идеально гладкий шар *А*, движущийся со скоростью υ0, одновременно сталкивается с двумя такими же, соприкасающимися между собой шарами *В* и *С* (рис. 3.9). Удар является абсолютно упругим. Определите скорости шаров после столкновения.



Рис. 3.9. К задаче 3.27

3.28. На гладкий клин массой *М*, который может скользить лишь горизонтально, падает шарик массой *m*. Шарик упруго ударяется о грань, образующую угол α = 45° к горизонту. Скорость шарика непосредственно перед ударом равна υ0 и направлена вертикально вниз (рис. 3.10). Найдите скорость клина после удара. Трением пренебречь.



Рис. 3.10. К задаче 3.28

3.29. Клин массой *m*1 находится на абсолютно гладкой горизон-тальной поверхности. Брусок массой *m*2 первоначально расположен
на клине на высоте *h* (рис. 3.11). Брусок отпускают, и он начинает скользить по поверхности клина. Трение между бруском и клином отсутствует. Определите скорость бруска после соскальзывания с клина.



Рис. 3.11. К задаче 3.29

3.30. Частица массой *m*1 налетела со скоростью υ на неподвижную частицу массой *m*2. Считая удар упругим и центральным, определите скорость частицы *m*2 после удара и долю первоначальной кинетической энергии, переданной второму телу при ударе.

3.31. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный
на невесомом, жестком стержне, и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от центра шара до точки подвеса стержня *l*= 1 м. Найдите скорость υ пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол α = 10°.

3.32. Боек свайного молота массой *m*1= 500 кг падает с некоторой высоты на сваю массой *m*2= 100 кг. Найдите КПД удара бойка, считая удар неупругим. Изменением потенциальной энергии сваи при ее углуб-лении пренебречь.

3.33. Молот массой *m*= 10 кг, двигаясь со скоростью υ = 3 м/с, ударяет по железному изделию, лежащему на наковальне. Масса наковальни вместе с изделием *M*= 110 кг. Считая удар абсолютно неупругим, определите энергию, расходуемую на ковку (деформацию) изделия. Чему равен КПД процесса ковки при данных условиях?

3.34. Тело скользит сначала по наклонной плоскости, составляющей угол α = 80° с горизонтом, а затем по горизонтальной поверхности. Найдите коэффициент трения на всем пути, если известно, что тело прохо-дит по горизонтальной поверхности то же расстояние, что и по наклонной плоскости.

3.35. Тело массой *m*= 3 кг начинает скользить по наклонной плоскости высотой *h*= 0,5 м и длиной склона *l*= 1 м и приходит к основанию наклонной плоскости со скоростью υ = 2,45 . Найдите коэффициент трения μ тела о плоскость и количество теплоты *q*, выде-ленное при трении.

3.36. В тело массой *m*1= 1 кг, лежащее на горизонтальной поверх-ности, попадает пуля массой *m*2= 0,01 кг и застревает в нем. Скорость пули направлена горизонтально и равна υ = 700 . Определите путь, пройденный телом до остановки, и работу по торможению тела, совершенную при этом силами трения. Коэффициент трения между телом и поверхностью μ = 0,05.

3.37. Шар массой *m*= 1,8 кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы *M*. В результате прямого упругого удара шар потерял η = 0,36 своей кинетической энергии *Т*1. Определите массу большего шара.

3.38. Для забивки сваи массой *m*= 100 кг используется копер, подъемная часть которого массой *M*= 400 кг падает с высоты *h*= 1,5 м. Найдите среднюю силу сопротивления грунта, если в результате одного удара свая уходит в землю на глубину *s*= 0,05 м. Cчитайте удар между сваей и падающим грузом абсолютно неупругим.

3.39. Пуля массой *m*= 10–2 кг, летевшая горизонтально со скоростью υ = 600 м/с, ударилась в свободно подвешенный деревянный брусок массой *M*= 5 кг и застряла в нем, углубившись на *s*= 0,1 м. Найдите силу сопротивления дерева движению пули.

3.40. Небольшое тело начинает скользить без трения с вершины сферы вниз (рис. 3.12). На какой высоте *h* над центром сферы тело отделится от ее поверхности и полетит свободно? Радиус сферы равен *R*.



Рис. 3.12. К задаче 3.40

3.41. Математический маятник представляет собой деревянный шар массой *m*1, подвешенный на нити длиной *l*. Пуля массой *m*2, летящая горизонтально, попадает в шар и застревает в нем. При какой минимальной скорости пули шар сможет сделать полный оборот в верти-кальной плоскости?

3.42. Два небольших тела, отношение масс которых равно  одновременно начинают соскальзывать без трения с противоположных концов внутрь полусферы радиусом *R*. Найдите высоту, на которую поднимутся тела после абсолютно неупругого соударения.

3.43. Брусок массой *M* = 1,5 кг лежит на горизонтальной поверхности. В него попадает пуля, летящая горизонтально, и пробивает его. Масса пули *m* = 9 г, скорость перед ударом υ1 = 800 м/с, а после вылета из бруска υ2 = 150 м/с. Какой путь пройдет брусок до остановки, если коэффициент трения между бруском и поверхностью μ = 0,2. Смещением бруска во время удара пренебречь.

3.44. Пуля летит с некоторой начальной скоростью. Она пробивает доску толщиной *d* = 3,6 см и продолжает полет со скоростью, состав-ляющей 0,8 начальной. Какой максимальной толщины доску она может пробить?

3.45. Резерфорд наблюдал, что при любом столкновении с ядрами меди α-частица с энергией *Е*1 = 5 МэВ отлетает назад с энергией
*Е*2 = 3,9 МэВ. Вычислить по этим данным отношение масс ядра меди
и α-частицы.

3.46. На горизонтальной поверхности лежат два тела массами
*m*1 и *m*2, соединенные пружиной жесткости *k*. Определите минимальную горизонтальную постоянную силу, которую надо приложить ко второму телу, чтобы сдвинуть первое тело. Коэффициент трения между телами и горизонтальной поверхностью равен μ.

3.47. Два груза массами *m* и *М* связаны невесомой пружиной друг с другом (рис. 3.13). С какой силой *F* надо надавить на груз *m*, чтобы в процессе колебаний груз *М* оторвался от стола?



Рис. 3.13. К задаче 3.47

3.48. Тело массой *m* упало с высоты *h*на чашу пружинных весов. Массы чаши и пружины пренебрежимо малы, жесткость пружины *k*. Определите максимальное сжатие пружины.

3.49. Груз массой *m* = 1 кг падает на чашу весов с высоты *h* = 10 см. Каковы показания весов *F* в момент удара, если после успокоения качаний чаша опускается на *x*0 = 0,5 см?

3.50. С какой скоростью двигался вагон массой *m* = 20 т, если
при ударе о стенку каждый буфер сжался на *х*0 = 10 см? Жесткость пружины каждого буфера *k* = 1 МН/м.

3.51. Акробат прыгает на сетку с высоты *h* = 8 м. На какой пре-дельной высоте над полом надо натянуть сетку, чтобы акробат не ударился о пол при прыжке? Известно, что сетка прогибается на *х*0 = 0,5 м, если акробат прыгает на нее с высоты *h*1 = 0,5 м.

3.52. При выстреле из пружинного пистолета вертикально вверх пуля массой *m* = 20 г поднялась на высоту *h* = 5 м. Определите жесткость
пружины пистолета *k*, если она была сжата на *s* = 10 см. Массой пружины пренебречь.

3.53. Пружина жесткостью *k* = 104  сжата силой *F* = 2 ⋅ 102 Н. Определите работу внешней силы, дополнительно сжимающей пружину еще на Δ*l* = 1 см.

3.54. Гиря, положенная на верхний конец пружины, сжимает ее
на Δ*l* = 2 мм. На сколько сожмет пружину та же гиря, упавшая на конец пружины с высоты *h* = 5 см?

3.55. Резиновый мяч массой *m* = 0,1 кг двигается горизонтально и ударяется о неподвижную вертикальную стенку. За время Δ*t* = 0,01 с мяч сжимается на Δ*l* = 1,37 см, такое же время Δ*t* затрачивается на восстанов-ление первоначальной формы мяча. Найдите среднюю силу, действующую на стенку во время удара.

3.56. Тело *m* падает с высоты *Н* на стоящую вертикально на полу пружину жесткостью *k* и длиной *l*. Определите максимальную скорость тела, наибольшую силу давления на пол.

3.57. В детском пистолете шарик кладут на пружину, укрепленную внутри ствола. Пружину сжимают на длину Δ*l* = 5 см, а потом отпускают, направив ствол вертикально вверх. Шарик отрывается от пружины в тот момент, когда она полностью распрямится. Шарик взлетает на высоту *Н* = 0,5 м. Какое максимальное ускорение приобрел шарик? Трением, сопротивлением воздуха и массой пружины пренебречь.

3.58. Льдина площадью поперечного сечения *S* = 1 м2 и высотой *Н* = 0,4 м плавает в воде. Какую работу надо совершить, чтобы полностью погрузить льдину в воду? Плотность льда ρл = 900 

3.59. В озере плавает плоская льдина массой *m* = 100 кг и площадью *S* = 0,2 м2. Какую работу надо свершить, чтобы полностью утопить льдину? Плотность льдины ρл = 900 

3.60. Резиновый шарик радиусом *R* = 15 мм и массой *m* = 5 г погружен в воду на глубину *h* = 30 см. Когда шарик отпустили,
он выпрыгнул из воды на высоту *Н* = 10 см. Определите величину механической энергии, перешедшей в тепло.