(*циркуляция*) воздуха вокруг крыла (рис. 8.11). Причем, из-за специального профиля крыла и наличия *угла атаки* α, скорость воздушного потока над крылом оказывается больше, чем под крылом. В соответствии с уравнением Бернулли, давление в нижней части крыла оказывается больше, чем в верхней. В результате появляется сила, действующая на крыло, вертикальная составляющая которой называется *подъемной силой*. Горизонтальная составляющая представляет собой силу *лобового сопротивления* среды.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятий установившегося течения, несжимаемости и вязкости жидкости.
2. Сформулируйте модель идеальной жидкости.
3. Опишите различия ламинарного и турбулентного течений.
4. В чем заключается физическое содержание критерия Рейнольдса.
5. Какова природа сил трения при ламинарном и турбулентном режимах течения жидкости?

ЛЕКЦИЯ 9

ОСНОВЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКИ

9.1. Принцип относительности в механике. Преобразования Галилея

Основное положение аристотелевской механики, опирающееся на «очевидный» факт «самопроизвольной» остановки механического движения после прекращения поддерживающих его усилий, гласит примерно следующее: «Все тела пребывают в состоянии покоя, пока и поскольку действующие на них силы не выведут их из этого состояния». Здесь сразу возникает вопрос, относительно какой системы отсчета имеется в виду покой? Если принять этот «первый закон механики Аристотеля», то из него сразу следует вывод о существовании выделенной системы отсчета, движение или покой относительно которой имеет абсолютное значение.

Понадобилось около 2000 лет, чтобы Галилей осознал, что причиной остановки являются всегда действующие и направленные против движения силы трения, а в их отсутствие движение должно продолжаться сколь угодно долго. Этот логический вывод вошел в классическую механику в виде первого закона Ньютона: «Все тела пребывают в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения (относительно абсолютного пространства), пока и поскольку действующие на них силы не выведут их из этого состояния». Он, по-прежнему, выделяет состояние покоя, но из него логически следовала невозможность выделить преимущественную систему отсчета.

Таким образом, ответ на вопрос о зависимости наблюдаемых физических явлений от состояния движения оказался вовсе не очевиден. Наш повседневный опыт свидетельствует о том, что хотя наше восприятие природы и меняется в зависимости от нашего состояния движения, тем не менее, наблюдаемые нами явления узнаваемы. Эта узнаваемость обусловлена существованием инвариантов при переходе между различными подвижными системами отсчета. Если в пределах одной системы отсчета инварианты определяются законами сохранения, то выяснением меры независимости наблюдаемых явлений от состояния движения наблюдателя занимается *теория относительности*. Она состоит из совокупности постулатов, определяющих основные инварианты, и правил, позволяющих связать физические величины, измеряемые движущимися друг относительно друга наблюдателями (рис. 9.1).

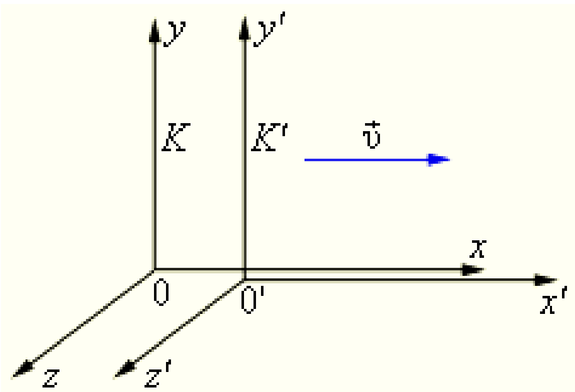

Рис. 9.1

В классической механике мера независимости явлений от системы отсчета была сформулирована в форме *принципа относительности Галилея* (ПОГ) (или *механического принципа относительности*): *законы динамики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета.*

Математическое содержание ПОГ заключается в инвариантности законов динамики относительно *преобразований Галилея*, которые позволяют вычислить координаты движущегося тела в одной инерциальной системе (K), если заданы координаты этого тела в другой инерциальной системе (K'). В частном случае, когда система K' движется со скоростью υ вдоль положительного направления оси x системы K (рис. 1), *преобразования Галилея имеют вид*:

$$x = x' + \upsilon t, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'.$$

(Предполагается, что в начальный момент оси координат обеих систем совпадают.)

Из преобразований Галилея следует *классический закон преобразования скоростей* $\vec{u} \leftrightarrow \vec{u}'$ при переходе от одной системы отсчета к другой:

$$u_x = u'_x + \upsilon, \quad u_y = u'_y, \quad u_z = u'_z.$$

Ускорения тела во всех инерциальных системах оказываются одинаковыми:

$$a_x = a'_x, a_y = a'_y, a_z = a'_z.$$

Из этих соотношений следует, что законы Ньютона не меняют своего вида при переходе от одной инерциальной системы к другой.

Согласно ПОГ наблюдатель O в системе K видит на своих часах то же самое время t, что и наблюдатель O' в системе K', $t' = t$. Кроме того, из *преобразований Галилея* следует равенство размеров одного и того же объекта, измеряемых наблюдателями из K и K' . Сразу подчеркнем, что в этих выводах безотчетно используются слова «видит», «наблюдает», «измеряет», которые требуют точного определения процедур измерений времени и расстояний. Пока это не сделано, нет никаких оснований считать, что часы и линейки удаленных, движущихся друг относительно друга наблюдателей показывают одно и то же. Эти вопросы стали предметом рассмотрения теории относительности Эйнштейна.

Здесь мы ограничимся *специальной теорией относительности* (СТО), которая решает упомянутые вопросы для частного случая, когда скорость относительного движения наблюдателей постоянна. Более сложным случаем ускоренного относительного движения занимается *общая теория относительности*.

9.2. Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца

К началу XX века было доказано, что скорость распространения электромагнитных волн в любой инерциальной системе отсчета имеет одно и то же значение, равное скорости света в вакууме. Это противоречило галилеевской кинематике, согласно которой электромагнитная волна, распространяющаяся в системе отсчета K' (рис. 1) в положительном направлении оси x' со скоростью c, в системе K должна распространяться со скоростью $c + \upsilon$, а не c. Соответственно уравнения Максвелла, описывающие электромагнитные волны, оказались не инвариантны относительно преобразований Галилея. Физики оказались перед выбором: или неверны уравнения Максвелла, или в общем случае неверны преобразования Галилея.

Эксперименты вынудили физиков отказаться от веры в истинность преобразований Галилея и заменить их преобразованиями Лоренца, относительно которых инвариантны уравнения электродинамики. Выбор в пользу уравнений Максвелла становится очевидным, если учесть, что неотъемлемой частью практически всех механических процессов и способов их наблюдения являются процессы электромагнитной природы.

В основе специальной теории относительности, пришедшей на смену классической, лежат два принципа, или постулата, сформулированные Эйнштейном в 1905 г.

1. *Принцип относительности: все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой.* Таким образом, принцип относительности классической механики обобщается на все процессы природы, в том числе и на электромагнитные. Этот обобщенный принцип называют принципом относительности Эйнштейна.

2. *Принцип постоянства скорости света: скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.* Скорость света в СТО занимает особое положение. Это предельная скорость передачи всех взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую.

Преобразования Лоренца, которые привели к болезненному отказу от классических представлений об абсолютном пространстве и времени, имеют вид

$$K' \to K \qquad\qquad K \to K'$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + \upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y = y', \\ z = z', \\ t = \dfrac{t' + \upsilon x'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}; \end{cases} \qquad \begin{cases} x' = \dfrac{x - \upsilon t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ y' = y, \\ z' = z, \\ t' = \dfrac{t - \upsilon x/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{cases}$$

$$\beta = \upsilon / c.$$

Отсчет времени опирается на элементарное понятие одновременности. Время t наступления события в данной точке системы K определяется по одновременному с его наступлением показанию часов. Для этого достаточно иметь в каждой точке системы K эталонные часы. Длительность процесса определяется промежутком времени между началом и концом процесса. Если же события происходят в разных точках системы отсчета, то для измерения промежутков времени между ними в этих точках необходимо иметь *синхронизованные часы.*

Эйнштейновское определение процедуры синхронизации часов основано на независимости скорости света в пустоте от направления распространения. Пусть из точки A в момент времени t_1 по часам А отправляется короткий световой импульс (рис. 9.2). Пусть время прихода импульса в B и отражения его назад на часах B есть t'. Наконец, пусть отраженный сигнал возвращается в A в момент t_2 по часам A. Тогда по *определению часы* в A и B идут синхронно, если $t' = (t_1 + t_2) / 2$.

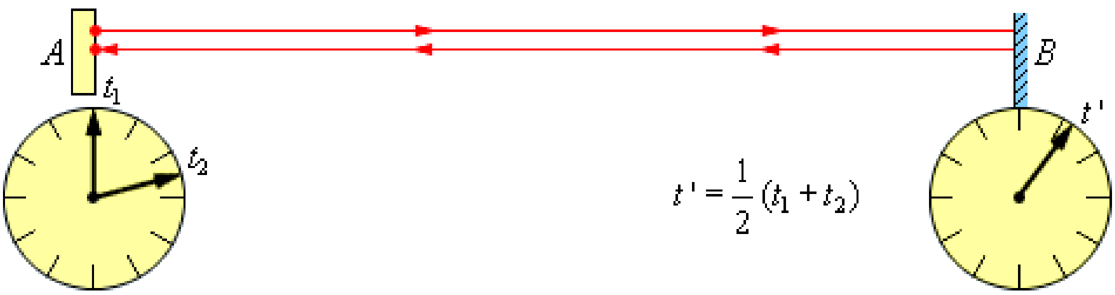

Рис. 9.2

Существование единого мирового времени, не зависящего от системы отсчета, которое принималось как очевидный факт в классической физике, эквивалентно неявному допущению о возможности синхронизации часов с помощью сигнала, распространяющегося с бесконечно большой скоростью.

9.3. Относительность одновременности

Одним из важнейших следствий из преобразований Лоренца я *относительности одновременности*. Пусть, например, в двух разных точк K' ($x'_1 \neq x'_2$) *одновременно* с точки зрения наблюдателя в K' ($t'_1 = t'_2 = t'$) прои
Согласно преобразованиям Лоренца, наблюдатель в системе K будет иметь

$$x_1=\frac{x_1'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad x_2=\frac{x_2'+\upsilon t'}{\sqrt{1-\beta^2}}\Rightarrow x_1\neq x_2,$$

$$t_1=\frac{t_1'+\upsilon x_1'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}},\quad t_2=\frac{t_2'+\upsilon x_2'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\Rightarrow t_1\neq t_2.$$

Следовательно, в системе K эти события, *оставаясь пространственно разобщенными,* оказываются *неодновременными*. Более того, знак разности t_2-t_1 определяется знаком выражения $\upsilon(x'_2-x'_1)$, поэтому в одних системах отсчета первое событие может предшествовать второму, в то время как в других системах отсчета, наоборот, второе событие предшествует первому. Этот вывод СТО *не относится* к событиям, связанным *причинно-следственными связями*, когда одно из событий является физическим следствием другого. Можно показать, что в СТО не нарушается *принцип причинности*, и порядок следования причинно-следственных событий одинаков во всех инерциальных системах отсчета.

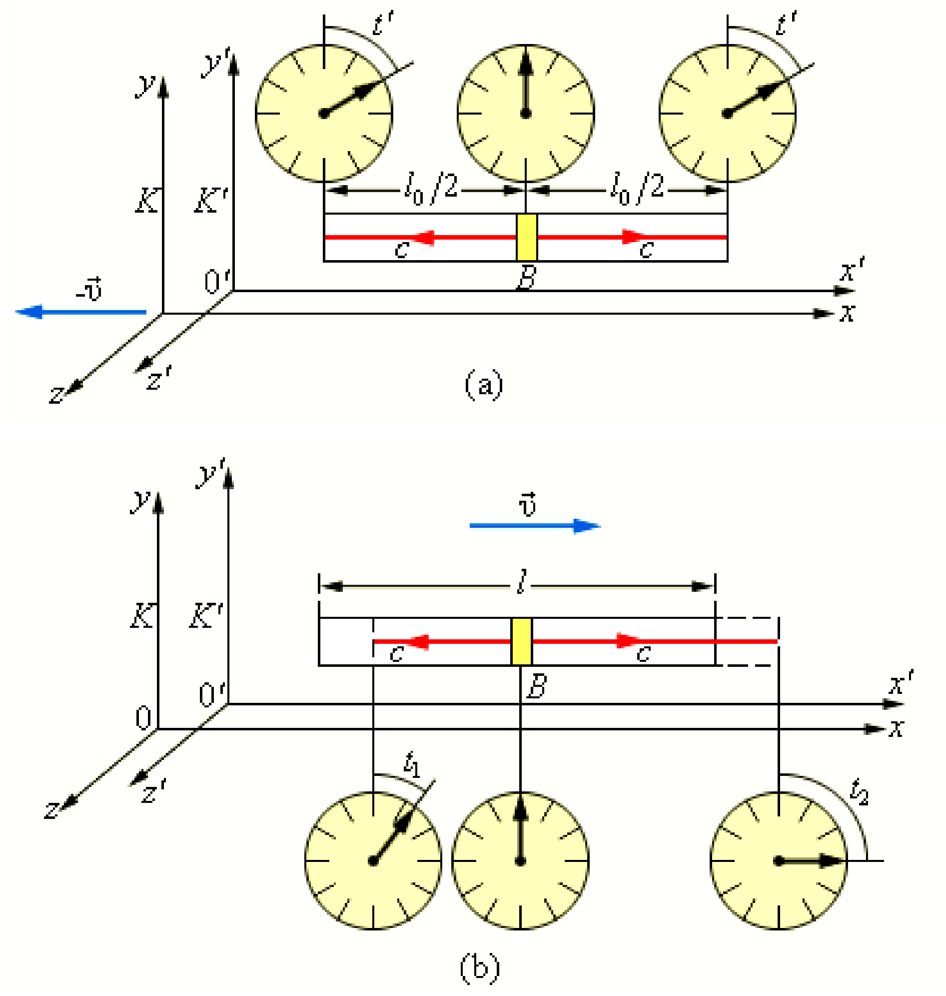

Рис. 9.3

Относительность одновременности пространственно-разобщенных событий можно проиллюстрировать на следующем примере. Пусть в системе отсчета K' вдоль оси x' неподвижно расположен длинный жесткий стержень (рис. 9.3). В центре стержня находится импульсная лампа B, а на его концах установлены двое *синхронизованных часов* (см. рис. 9.3), система K' движется вдоль оси x системы K со скоростью υ. В некоторый момент времени лампа посылает короткие световые импульсы в направлении концов стержня. В силу равноправия обоих направлений свет в системе K' дойдет до концов стержня одновременно, и часы, закрепленные на концах стержня, покажут одно и то же время t'. Относительно системы K концы стержня движутся со скоростью υ так, что один конец движется навстречу световому импульсу, а другой конец свету приходится догонять. Так как скорости распространения световых импульсов в обоих направлениях одинаковы и равны c, то, с точки зрения наблюдателя в системе K, свет раньше дойдет до левого конца стержня, чем до правого.

Контрольные вопросы

1. В чем различие физического и математического содержания классического релятивистского принципов относительности?
2. В чем заключаются эйнштейновские процедуры синхронизации часов и измерений временных и пространственных интервалов?
3. В чем заключается относительность понятия одновременности событий СТО?

ЛЕКЦИЯ 10

10.1. Относительность промежутков времени и длин

Если в разных точках системы отсчета K расположить синхронизованные часы, то можно дать определение понятия одновременности событий, происходящих в пространственно-разобщенных точках этой системы: *события одновременны, если синхронизованные часы показывают одинаковое время.* В разных точках системы отсчета K', движущейся с некоторой скоростью υ в положительном направлении оси x системы K, также можно расположить синхронизованные часы. Теперь интервал времени между двумя событиями можно измерять как по часам в системе K, так и по часам в системе K'.

Пусть, например, в некоторой точке x' системы K' происходит процесс длительностью $\tau_0 = t'_2 - t'_1$ (собственное время), где t'_1 и t'_2 – показания часов в K' в начале и конце процесса. Длительность τ этого процесса в системе K будет равна

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \upsilon x'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{t'_1 + \upsilon x'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Таким образом, промежуток времени между двумя событиями зависит от системы отсчета, то есть является *относительным*. Собственное время τ_0 всегда меньше, чем промежуток времени между этими же событиями, измеренный в любой другой системе отсчета. Этот эффект, называется *релятивистским замедлением времени*, и, в согласии с постулатом о равноправии инерциальных систем, является взаимным.

Аналогичным образом, можно показать, что из преобразований Лоренца вытекает релятивистский эффект *лоренцева сокращение длины*

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где l – длина стержня в системе K, а l_0 – длина стержня в системе K', относительно которой он покоится.

По определению под длиной отрезка в некоторой инерциальной системе отсчета понимается расстояние между его концами, зафиксированными по часам этой же системы в один и тот же момент времени. Длина стержня оказывается наибольшей в той системе отсчета, в которой стержень покоится. Движущиеся относительно наблюдателя тела сокращаются в направлении своего движения.

10.2. Интервал между двумя событиями и его инвариантность

Наряду с установлением относительного характера промежутков времени и расстояний вторым важным результатом СТО является введение новых инвариантных физических величин, которые не изменяются при переходе от одной системы отсчета к другой. Вместо двух инвариантов классической теории относительности (промежутков времени и длины) появились два новых инварианта СТО. Во-первых, это скорость света в вакууме, которая приобрела абсолютный характер. Во-вторых – инвариант, который отражает абсолютный характер связи между пространством и временем. Это так называемый пространственно-временной интервал между событиями, определяемый соотношением

$$s_{12} = \sqrt{c^2 t_{12}^2 - l_{12}^2},$$

где t_{12} – промежуток времени между событиями в некоторой системе отсчета, l_{12} – расстояние между точками, в которых происходят рассматриваемые события, в той же системе отсчета.

10.3. Релятивистский закон сложения скоростей

С помощью операции дифференцирования из формул преобразований Лоренца можно найти, что при движении вдоль оси x:

$$u_x = \frac{u'_x + \upsilon}{1 + \dfrac{\upsilon}{c^2} u'_x}, \; u_y = 0, \; u_z = 0.$$

Здесь

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, \; u_x = \frac{dx}{dt}.$$

При $\upsilon << c$ релятивистские формулы переходят в формулы классической механики:

$$u_x = u'_x + \upsilon, \quad u_y = 0, \quad u_z = 0.$$

Если в системе K' вдоль оси x' распространяется со скоростью $u'_x = c$ световой импульс, то для скорости u_x импульса в системе K получим

$$u_x = \frac{c + \upsilon}{1 + \upsilon / c} = c, \; u_y = 0, \; u_z = 0.$$

Таким образом, в системе отсчета K световой импульс также распространяется вдоль оси x со скоростью c, что согласуется с постулатом об инвариантности скорости света.

10.4. Основной закон релятивистской динамики материальной точки

Чтобы сделать законы механики инвариантными относительно преобразований Лоренца, пришлось пересмотреть уравнений классической механики. В основу такого пересмотра Эйнштейн положил требование выполнимости законов сохранения импульса и энергии в замкнутых системах. В результате оказалось необходимым переопределить импульс. А именно, в СТО *релятивистский импульс* тела записывается в виде

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Закон сохранения суммарного релятивистского импульса выполняется во всех инерциальных системах, связанных преобразованиями Лоренца. При $\beta \to 0$ релятивистский импульс переходит в классический.

Масса m, входящая в выражение для импульса, является фундаментальной характеристикой частицы, не зависящей от выбора инерциальной системы отсчета, которая называется *массой покоя*. Входящая в определение *релятивистского импульса* величина $m\big/\sqrt{1-\beta^2}$ называется *релятивистской массой*.

Основной закон релятивистской динамики материальной точки сохраняет классическую форму:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

где имеется в виду релятивистский импульс частицы:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Так как релятивистский импульс не пропорционален скорости частицы, скорость его изменения не будет прямо пропорциональна ускорению. И отсюда следует вывод о существовании связи между массой и энергией.

10.5. Закон взаимосвязи массы и энергии

Рассмотрим случай одномерного движения вдоль оси x в системе K под действием постоянной силы F. Можно показать, что ускорение уменьшается с ростом скорости по закону

$$a = \frac{F}{m}\left(1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Как и в механике Ньютона, определим кинетическую энергию через работу. Чтобы разогнать частицу массы m из состояния покоя до скорости υ под действием постоянной силы F, эта сила должна совершить работу

$$A = \int F dx = \int F\upsilon dt = \int \frac{ma\upsilon dt}{\left(1 - \upsilon^2 / c^2\right)^{3/2}}.$$

Поскольку $adt = d\upsilon$, окончательно можно записать

$$E_{\text{к}} = A = \int_0^{\upsilon} \frac{m\upsilon d\upsilon}{\left(1 - \upsilon^2 / c^2\right)^{3/2}}.$$

Вычисление этого интеграла приводит к следующему выражению для кинетической энергии:

$$E_{\text{к}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}} - mc^2.$$

Эйнштейн интерпретировал первый член в правой части этого выражения

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \upsilon^2 / c^2}}$$

как *полную энергию* движущийся частицы, а второй член, как энергию покоя

$$E_0 = mc^2.$$

Кинетическая энергия $E_{\text{к}}$ в релятивистской динамике определяется, как разность между полной энергией E тела и его энергией покоя:

$$E_{\text{к}} = E - E_0.$$

Рис. 10.1 иллюстрирует изменение кинетической энергии частицы в зависимости от ее скорости для частиц, подчиняющихся релятивистскому (a) и классическому (b) законам. Согласно принципу соответствия при $\upsilon << c$ оба закона совпадают.

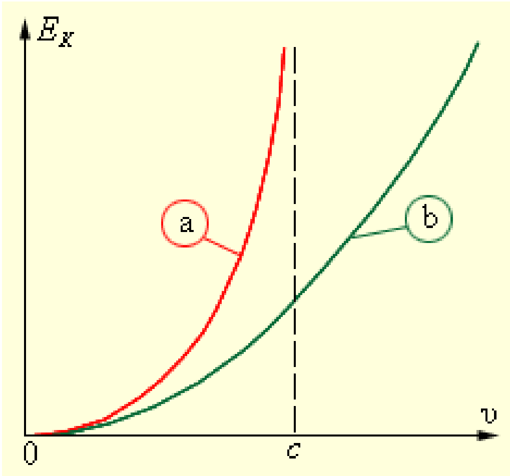

Рис. 10.1

Чрезвычайно важным выводом релятивистской механики был вывод о том, что находящаяся в покое масса m содержит огромный запас энергии. Т.е. массу можно считать «замороженной» энергией. Это утверждение получило разнообразные практические применения, включая использование ядерной энергии. Если масса частицы или системы частиц уменьшилась на Δm, то при этом должна выделиться энергия $\Delta E = \Delta mc^2$.

Чтобы возникло ощущение масштабов этого явления в макромире, рассмотрим такой пример. При взрыве 1 т тринитротолуола высвобождается энергия $4{,}2 \cdot 10^9$ Дж. При взрыве мегатонной бомбы выделится энергия $4{,}2 \cdot 10^{15}$ Дж. Соответствующая этой громадной энергии масса $m = E/c^2$ оказывается равной всего 46 г. Таким образом, при взрыве ядерной мегатонной бомбы масса ядерной «взрывчатки» должна уменьшится примерно на 50 г. Полная первоначальная масса водородной бомбы, эквивалентной по мощности 1 мегатонне тринитротолуола, примерно в 1000 раз больше и составляет около 50 кг.

10.6. Законы сохранения релятивистской массы, энергии, импульса

Соотношение между массой и энергией позволяет глубже понять закон сохранения энергии. Вообще говоря, внутренняя потенциальная энергия тела и потенциальная энергия тела в поле консервативных сил являются частью энергии покоя тела. Однако обычно в СТО потенциальную энергию тела не включают в его полную энергию и рассматривают отдельно. Таким образом, закон сохранения энергии и массы в СТО гласит: *сумма энергии покоя, кинетической и потенциальной энергий тела сохраняется*.

Используя определения релятивистского импульса и полной энергии, легко получить соотношение

$$E^2 = E_0^2 + p^2c^2,$$

позволяющее установить связь между энергией покоя и скоростью частицы, не имеющей массы покоя. Из нее следует, что

$$dE/dp = pc^2/E = \frac{p\sqrt{1-\beta^2}}{m} = \upsilon.$$

Если частица движется со скоростью света, то $dE = cdp$, т.е. $E = pc + \mathrm{const}$, где $\mathrm{const} = E_0$ и, следовательно, $E - E_0 = pc$. С другой стороны $E^2 - E_0^2 = p^2c^2$, и с учетом предыдущего $E + E_0 = pc$. Следовательно, энергия покоя частицы, движущейся со скоростью света, должна равняться нулю. И, наоборот, из $E^2 = m^2c^4/(1-\beta^2)$ следует $1-\beta^2 = m^2c^4/E^2$, т.е. если масса покоя частицы равна нулю, то она должна двигаться со скоростью света.

Можно показать, что при переходе из одной инерциальной системы отсчета в другую существует инвариант, связывающий энергию и импульс системы. Этим инвариантом является длина 4-вектора энергии-импульса, которая равна энергии покоя частицы $mc^2 = \sqrt{E^2 - p^2c^2}$, или сама масса покоя m. Подчеркнем, что если энергия и импульс представляют собой величины, сохраняющиеся в пределах одной системы отсчета по отдельности, то при переходе от одной системы отсчета к другой сохраняется длина 4-вектора энергии-импульса.

10.7. Границы применимости классической механики

При малых скоростях движения ($\upsilon \ll c$) формулы СТО переходят в классические соотношения: $l \approx l_0$ и $\tau \approx \tau_0$. Таким образом, классические представления, лежащие в основе механики Ньютона и сформировавшиеся на основе многовекового опыта наблюдения над медленными движениями, в специальной теории относительности соответствуют предельному переходу при $\beta = \upsilon / c \to 0$. В этом проявляется принцип соответствия.

Контрольные вопросы

1. В чем заключаются эффекты релятивистского замедления времени и лоренцева сокращения длины?