#### ЧАСТЬ 1. ОПТИКА

# ЛЕКЦИЯ 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

#### 1.1. Свойства электромагнитных волн

Электромагнитные волны являются одним из наиболее важных типов волн, которые широко распространены на практике. Утверждение о электромагнитных ВОЛН является непосредственным существовании уравнений Максвелла: переменное следствием электрическое порождает магнитное поле, а изменяющееся магнитное поле, в свою очередь, ответственно за возникновение изменяющегося вихревого электрического поля. В результате этого возникает бесконечный процесс взаимного превращения полей, которые распространяются в пространстве. уравнений Максвелла следует, что векторы напряженностей  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ переменного электромагнитного поля и все их проекции на оси декартовых координат удовлетворяют в однородной, изотропной, непроводящей среде волновому уравнению

$$\Delta E = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}; \qquad \Delta H = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \tag{1.1}$$

где 
$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
 — оператор Лапласа, а  $\upsilon$  — скорость

распространения волны. Таким образом, переменное электромагнитное поле действительно распространяется в пространстве в виде волн, фазовая скорость которых зависит от параметров среды (диэлектрической и магнитной проницаемости) и определяется выражением:

$$\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}},\tag{1.2}$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные, c – скорость света в вакууме. В вакууме электромагнитная волна распространяется со скоростью света  $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8$  м/с (для вакуума  $\varepsilon = 1$  и  $\mu = 1$ ), а во всех других

средах – с меньшей скоростью:  $\upsilon < c$  (поскольку для среды  $\varepsilon \mu > 1$ ).

Поперечность электромагнитных волн. В электромагнитной волне колебания векторов напряженности  $\vec{E}$  переменного электрического поля и

напряженности  $\vec{H}$  переменного магнитного поля взаимно перпендикулярны перпендикулярной плоскости, вектору  $\vec{\mathbf{v}}$ скорости И лежат Иначе говоря, электромагнитные распространения волны. волны поперечные волны. Векторы  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{v}$  образуют правовинтовую систему. На рис. 1.1 изображена моментальная «фотография» плоской электромагнитной волны.

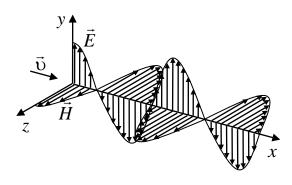


Рис.1.1

В электромагнитной волне векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются в одной фазе – они одновременно достигают максимальных значений и одновременно  $\vec{E}$  $\vec{H}$ обращаются нуль. Модули И соотношением В связаны  $\sqrt{\epsilon \epsilon_0 E} = \sqrt{\mu \mu_0 H}$ , которое справедливо любой бегущей ДЛЯ электромагнитной волны, независимо от формы ее волновых поверхностей.

Монохроматической волной называется электромагнитная волна одной определенной частоты v. В каждой точке электромагнитного поля монохроматической волны проекции векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  на оси координат инерциальной системы отсчета совершают гармонические колебания одинаковой частоты, равной частоте волны v. Например, в случае монохроматической плоской волны, распространяющейся вдоль положительного направления оси OX,

$$E_y = E_0 \cos(\omega t - kx + \varphi);$$
  $H_z = H_0 \cos(\omega t - kx + \varphi),$ 

где  $E_0$  и  $H_0$  – соответственно, амплитуды  $E_y$  и  $H_z$ ;  $\omega = 2\pi v$  – циклическая (круговая) частота волны;  $k = \frac{\omega}{\upsilon}$  – волновое число;  $\varphi$  – начальные фазы колебаний (они одинаковы, так как колебания электрического и магнитного векторов в электромагнитной волне происходят синфазно).

Энергия электромагнитной волны. Возможность обнаружения волн вдали от источника указывают на то, что они переносят энергию. Для характеристики переноса энергии вводится понятие интенсивности волны.

Интенсивностью электромагнитной волны называется физическая величина I, численно равная энергии  $\Delta W$ , переносимой электромагнитной волной за единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную направлению распространения волны:

$$I = \frac{\Delta W}{S \cdot \Delta t}.$$
 (1.3)

Найдем плотность энергии  $\omega$  электромагнитной волны. Очевидно, что в линейной изотропной среде она складывается из объемных плотностей  $\omega_{\rm эл}$  электрического и  $\omega_{\rm m}$  магнитного полей

$$\omega = \omega_{\mathfrak{I}} + \omega_{\mathcal{M}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}.$$
 (1.4)

Из соотношения между модулями векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  поля электромагнитной волны  $\sqrt{\epsilon\epsilon_0}E=\sqrt{\mu\mu_0}H$  следует, что объемная плотность энергии  $\omega$  электромагнитных волн:

$$\omega = \omega_{\mathfrak{I}, \Pi} + \omega_{M} = 2\omega_{\mathfrak{I}, \Pi} = \varepsilon \varepsilon_{0} E^{2} = \sqrt{\varepsilon \varepsilon_{0}} \sqrt{\mu \mu_{0}} EH \Rightarrow \omega = \frac{EH}{\upsilon}.$$
 (1.5)

Скорость переноса энергии бегущей монохроматической волны равна фазовой скорости этой волны  $\upsilon = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}}$ . Умножив плотность

энергии  $\omega$  на скорость  $\upsilon$ , получим *плотность потока энергии*  $U=\omega\upsilon=EH$  .

Введем *вектор плотности потока* электромагнитной энергии – вектор Умова-Пойнтинга, количественно характеризующий перенос энергии волнами:

$$\vec{U} = [\vec{E}\vec{H}]. \tag{1.6}$$

Направление вектора Умова-Пойнтинга совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен EH. Другими словами, вектор Умова-Пойнтинга  $\vec{U}$  направлен в сторону распространения электромагнитной волны, а его модуль равен энергии, переносимой волной за единицу времени через единичную площадку, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Следовательно, интенсивность электромагнитной волны равна модулю среднего значения

вектора Умова-Пойнтинга за период его полного колебания:  $I=|<\vec{U}>|$ . Интенсивность бегущей монохроматической волны:  $I=<\omega>\upsilon$ , где  $\upsilon-$  фазовая скорость волны,  $<\omega>-$  среднее значение объемной плотности энергии поля волны. Интенсивность плоской монохроматической волны пропорциональна квадрату амплитуды A колебаний вектора  $\vec{E}$  поля волны:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_0}{\mu \mu_0}} A^2. \tag{1.7}$$

*Примечание*: Под интенсивностью света, т.е. рассматриваемых в оптике электромагнитных волн, обычно понимают просто квадрат амплитуды колебаний вектора напряженности  $\vec{E}$  поля световой волны.

электромагнитных Видимый волн. радиоволны, рентгеновские лучи, у-лучи имеют одну и ту же природу – электромагнитные волны, различающиеся только длиной волны. Весь диапазон длин волн можно приближенно разделить на ряд областей, каждая из которых связана с определенным видом излучения и способом генерации волн. Классификация электромагнитных волн по длинам волн или частотам называется спектром электромагнитных волн. В таблице 1.1 приведены приближенные значения частот ДЛИН волн различных видов электромагнитных волн.

Диапазоны электромагнитных волн

Таблица 1.1

Частота, Гц	Диапазон волн	Длина волн, м
$10^3 - 10^{12}$	Радиоволны	$3 \cdot 10^5 - 3 \cdot 10^{-4}$
$10^{12} - 10^{14}$	Инфракрасное излучение	$3 \cdot 10^{-4} - 7,5 \cdot 10^{-7}$
$4 \cdot 10^{14} - 7,5 \cdot 10^{14}$	Видимый свет	$7.5 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$
$7.5 \cdot 10^{14} - 10^{17}$	Ультрафиолетовое излучение	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-9}$
$10^{17} - 10^{20}$	Рентгеновское излучение	$10^{-9} - 10^{-12}$
$10^{20} - 10^{23}$	γ-излучение	10 <sup>-12</sup> - 10 <sup>-15</sup>

Электромагнитные волны с низкими частотами ( $v < 10^3 \, \Gamma$ ц) генерируются переменными электрическими токами соответствующей частоты и не имеют практического значения. Радиоволны, используемые для радио и телевидения, генерируются при колебательных движениях зарядов в

колебательном контуре, присоединенном к антенне. Инфракрасные (ИК) волны, диапазон которых приникает к радиоволнам, возникает вследствие колебаний ионов кристаллических решеток, к которым подводится тепловая энергия. Очень узкий диапазон занимает видимый свет (от 400 до 750 нм). Видимый свет и ультрафиолетовое излучение генерируются возбужденными валентными электронами атомов за счет энергии, подводимой извне (свечение газонаполненной трубки под действием электрического тока). Рентгеновское излучение возникает при резком торможении потока электронов препятствиями. у-излучение испускается возбужденными атомными ядрами при радиоактивных превращениях и ядерных реакциях, а также при распаде частиц.

#### 1.2. Световые волны

Одним из важных разделов физики является *оптика* — учение о свете, то есть об электромагнитных волнах, воспринимаемых нашим глазом. Такие волны, распространяющиеся в вакууме (в воздухе), занимают узкий диапазон с длинами волн 400-750 нм. Установлено, что цветовое воздействие на глаз человека обусловлено *частотой* света. Монохроматическим называется свет одной определенной частоты. Так, световые волны с частотой  $0,4\cdot 10^{15}$  Гц (с длиной волны в вакууме 750 нм) воспринимаются как красный свет, а с частотой  $0,75\cdot 10^{15}$  Гц (с длиной волны в вакууме 400 нм) — как фиолетовый. Установлено, что световые волны, отличающиеся по длине волны менее чем на 2 нм, воспринимаются как одноцветные.

Основные законы оптики. Основные законы распространения света, законы отражения и преломления были сформулированы до того, как была выяснена волновая природа света. Кратко остановимся на них.

Закон прямолинейного распространения света: Свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

Закон независимости световых пучков. Эффект производимый отдельным пучком, не зависит от того, действуют ли одновременно другие пучки или они устранены.

Отражение и преломление света. Допустим, что луч света 1 падает на границу раздела двух оптических (прозрачных) сред под некоторым углом  $i_1$  к нормали к границе раздела (углом падения). В этом случае часть светового луча отражается (луч 2), а часть его (луч 3), изменив направление, проходит в другую среду (рис. 1.2). Описанное явление подчиняется трем законам:

- 1) Отраженный и преломленный лучи лежат в одной плоскости, проведенной через падающий луч и нормаль к границе раздела оптических сред. Эту плоскость называют плоскостью падения.
  - 2) Угол отражения равен углу падения, т.е.  $i'_1 = i_1$ .
- 3) Отношение синуса угла падения  $i_1$  к синусу угла преломления  $i_2$  есть величина постоянная, называемая относительным показателем преломления  $n_{21}$  (закон Снеллиуса):

$$\frac{\sin i_1}{\sin i_2} = n_{21}. (1.8)$$

Относительный показатель преломления равен показателю преломления второй среды относительно первой:  $n_{21} = n_2/n_1$ , где  $n_1 = c/v_1$  и  $n_2 = c/v_2$ . Из этих формул следует, что разные среды обладают разными показателями преломления n = c/v, так как скорость распространения света в разных средах различна. Показатель преломления среды всегда больше единицы, потому что  $\upsilon < c$ . Отсюда следует интересный вывод: *длина одной* и той же световой волны зависит от среды, в которой она *распространяется*. Следует учесть опытный факт, что частота света v = 1/T и период колебания световой волны T при переходе из одной среды в другую не меняются. Тогда, умножая и деля правую часть равенства n = c/v на период колебания волны T, получаем

$$n = cT/vT = \lambda_0/\lambda$$
 или  $\lambda = \lambda_0/n$ , (1.9)

где  $cT = \lambda_0$  и  $vT = \lambda$  — длина волны в вакууме и среде соответственно. Отсюда видно, что длина световой волны в среде меньше, чем в вакууме, так как n > 1.

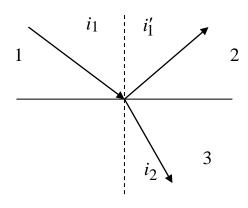


Рис. 1.2

Полное отражение. Если свет распространяется из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду, то угол преломления больше угла падения (согласно закона Снеллиуса). Угол падения, при котором угол преломления становится равным  $\pi/2$ , называется предельным углом  $i_{\rm пp}$ . Угол  $i_{\rm np}$  = arcsin  $n_{\rm 21}$ . Если  $i \geq i_{\rm np}$ , то интенсивности отраженной и падающей волны одинаковы, т.е. волна полностью отражается от поверхности раздела сред. Это явление называется *полным внутренним отражением*.

# Контрольные вопросы

- 1. Что такое электромагнитная волна. Какова скорость ее распространения в вакууме, в среде?
  - 2. Какими свойствами обладает электромагнитная волна?
  - 3. Как связаны вектора  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  и  $\vec{g}$ ?
- 4. Запишите волновое уравнение для векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  переменного электромагнитного поля. Что является его решением? Объясните его физический смысл.
- 5. Определите объемную плотность энергии электромагнитного поля. В чем заключается физический смысл вектора Умова-Пойнтинга? Чему он равен?
- 6. Что такое интенсивность электромагнитной волны? В чем она измеряется? Запишите формулу интенсивности электромагнитной волны.
- 7. Каковы виды электромагнитных волн? Перечислите способы их возбуждения.
- 8. Что такое свет, какова его природа с точки зрения волновой теории? Что такое монохроматический свет?
  - 9. Сформулируйте законы отражения и преломления света.
  - 10. Что такое полное внутреннее отражение?

#### Задачи

- 1. Какова скорость света в воде, если при частоте  $4,4\cdot 10^{14}$  Гц длина волны в ней равна 0,51 мкм?
- 2. Вода освещена светом с частотой  $6 \cdot 10^{14}$  Гц. Какова его частота и длина волны в воде? Показатель преломления воды -1,33.
- 3. Сейсмическая упругая волна, падающая под углом  $45^{\circ}$  на границу раздела между двумя слоями земной коры с различными свойствами испытывает преломление, причем угол преломления равен  $30^{\circ}$ . Во второй

среде волна распространяется со скоростью  $4.0~{\rm km/c}$ . В первой среде скорость волны должна быть равна...

Варианты ответа: 1) 2,8 км/с; 2) 7,8 км/с; 3) 1,4 км/с; 4) 5,6 км/с.

# ЛЕКЦИЯ 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

# 2.1. Интерференция световых волн

Все многообразие изученных свойств и законов распространения света, его взаимодействия с веществом показывает, что свет имеет сложную природу. Он представляет собой единство противоположных видов движения – корпускулярного (квантового) и волнового (электромагнитного). Т.е. в одних случаях он ведет себя как электромагнитная волна (интерференция, дифракция, поляризация), в других как поток особых частиц – фотонов (излучение и поглощение света, взаимодействие света с веществом).

Световые волны, согласно теории Максвелла, излучаются колебаниях электрических зарядов, происходящих по закону синуса или косинуса. В природе и технике часто приходится сталкиваться с излучением волн, создаваемых независимыми зарядами, колеблющимися в разных фазах. В результате мы сталкиваемся со сложением многих волн, явлением, которое называют интерференцией. В основе этого явления лежит установленный опытным путем принцип суперпозиции (наложения) волн, вследствие которого результирующее колебание в любой точке пространства равно векторной сумме колебаний, обусловленных каждой из волн в отдельности в этой же точке. Это означает, что волны не искажают друг друга, а просто складываются. Например, мы слышим без искажений звучание музыкальных инструментов в оркестре. Необходимым условием интерференции волн является их когерентность - согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют монохроматические волны - неограниченные в пространстве волны одной определенной и строго постоянной частоты, разность фаз колебаний которых не зависит от времени. Рассмотрим процесс наложения двух когерентных волн любой природы (механические, электромагнитные). Накладываясь друг на друга, две когерентные волны возбуждают в определенной точке пространства колебания одинакового направления. Векторы напряженностей электрического поля волн  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  совершают колебания вдоль одной прямой.

$$E_1 = E_{01}\cos(\omega t + \varphi_1); \quad E_2 = E_{02}\cos(\omega t + \varphi_2).$$
 (2.1)

Амплитуду результирующего колебания найдем, используя *метод* вращающегося вектора амплитуды (рис. 2.1). Пусть  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды складываемых колебаний.

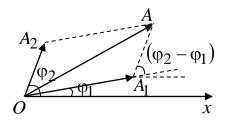


Рис. 2.1

По теореме косинусов  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos(\pi - (\phi_2 - \phi_1))$ ; так как  $\cos(\pi - \phi) = -\cos\phi$ , то  $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_2 - \phi_1)$ .

Следовательно, для векторов  $\vec{E}_1$  и  $\vec{E}_2$  амплитуда результирующего колебания в рассматриваемой точке зависит от  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ :

$$E^{2} = E_{01}^{2} + E_{02}^{2} + 2E_{01}E_{02}\cos(\varphi_{2} - \varphi_{1}). \tag{2.2}$$

Так как волны когерентны, то  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$  имеет постоянное во времени, но свое для каждой точки пространства, значение. Запишем последнее выражение через интенсивности волн. Установлено, что интенсивности I прямо пропорциональны квадрату амплитуды, т.е.  $I \propto A^2$ . Тогда интенсивность результирующей волны

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \tag{2.3}$$

Из этой формулы следует, что интенсивность результирующей волны в какой либо точке зависит от разности фаз налагающихся волн.

Интенсивность в случае синфазных колебаний. Если фазы  $\phi_1$  и  $\phi_2$  одинаковы или отличаются на четное число  $\pi$  и  $\cos(\phi_2 - \phi_1) > 0$ , то интенсивность результирующей волны больше суммы интенсивностей налагающихся волн:

$$I_{\text{max}} = \left(\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2}\right)^2.$$

$$I > I_1 + I_2$$
(2.4)

Интенсивность в случае противофазных колебаний. Если фазы  $\phi_1$  и  $\phi_2$  отличаются на нечетное число  $\pi$  и  $\cos(\phi_2 - \phi_1) < 0$ , то

$$I_{\min} = \left(\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2}\right)^2.$$

$$I < I_1 + I_2$$
(2.5)

В пространстве будет наблюдаться периодическое распределение интенсивностей: в одних местах волны усиливают друг друга, в других ослабляют. Геометрическое место точек, в которых происходит усиление или ослабление волн, соответственно называют интерференционным максимумом и интерференционным минимумом, а их совокупность носит название интерференционной картины.

Итак, интерференцией волн называют явление усиления и ослабления когерентных волн в определенных точках пространства при их наложении.

Для некогерентных волн разность начальных фаз  $(\varphi_2 - \varphi_1)$  непрерывно изменяется, поэтому среднее значение  $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 0$ , интенсивность результирующей волны всюду одинакова, равна I = 2I и интерференция не наблюдается. Для когерентных волн  $I_{\max} = 4I_1$ ;  $I_{\min} = 0$ .

Особенности интерференции световых волн. Для возникновения интерференции световых волн необходимо создать определенные условия. Действительно, при наложении световых волн, испускаемых двумя независимыми источниками, интерференция не происходит. В этом случае наблюдается суммирование интенсивностей световых волн. Причина этого заключается в том, что налагающиеся волны в данном случае некогерентны. Физическая природа световых волн, испускаемых двумя независимыми источниками, состоит в том, что атомы излучают световые волны независимо друг от друга. В каждом таком атоме процесс излучения конечен и длится короткое время  $\tau \approx 10^{-8}$  с. Разность фаз между излучениями двух независимых атомов изменяется при любом новом акте испускания света. Следовательно, волны, спонтанно излучаемые атомами любого источника, не когерентны и не являются монохроматическими.

Прерывистое излучение света атомами в виде отдельных коротких импульсов длительностью  $\tau \le 10^{-8}$  с, называется *волновым цугом*. Когерентность существует только в пределах одного цуга. Назовем *временем когерентности* —  $\tau_{\text{ког}}$  — среднюю продолжительность одного цуга. Очевидно, что время когерентности не может превышать времени излучения атома:  $\tau_{\text{ког}} < \tau$ .

Максимальная геометрическая разность хода, при которой еще возможна интерференция, определяется соотношением  $l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}}$  и называется *длиной когерентности*. Для обычных источников света время когерентности  $\tau_{\text{ког}} \sim 10^{-8}$  с, а длина когерентности  $l_{\text{ког}} \sim 3$  м. В действительности за счет ослабления волн длина когерентности составляет несколько см. Для сравнения, у лазеров  $\tau_{\text{ког}} \sim 10^2$  с,  $l_{\text{ког}} \sim 10^6$  м.

На четкость интерференционной картины влияют также размеры источников света. При достаточно больших размерах интерференционная картина даже исчезает. Это объясняется тем, что каждая точка источника дает свою интерференционную картину, не совпадающую с картинами интереференции от других его точек. Два источника, размеры и взаимное расположение которых позволяют наблюдать интерференцию, называются пространственно когерентными.

Условия интерференционных максимумов и минимумов.

Определим условия интерференционных максимумов и минимумов для когерентных световых волн распространяющихся в разных средах до момента их встречи. Когерентные световые волны получают методом разделения волны, излучаемой одним источником, на две части, которые после прохождения разных *оптических путей* накладываются друг на друга и интерферируют. *Оптическая длина пути* L — это произведение геометрической длины S пути световой волны в данной среде на показатель преломления n этой среды. Разность оптических длин проходимых волнами путей называется *оптической разностью хода*:  $\Delta = L_2 - L_1$ .

Пусть разделение на две когерентные волны происходит в определенной точке O. До точки M, в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления  $n_1$  прошла путь  $S_1$ , вторая – в среде с показателем преломления  $n_2$  прошла путь  $S_2$  (рис. 2.2).

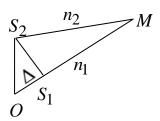


Рис. 2.2

Если в точке O фаза колебаний равна  $\omega t$ , то в точке M первая и вторая волна возбудят колебания

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left( t - \frac{S_1}{S_1} \right) \qquad x_2 = A_2 \cos \omega \left( t - \frac{S_2}{S_2} \right), \tag{2.6}$$

где  $\upsilon_1 = \frac{c}{n_1}$  и  $\upsilon_2 = \frac{c}{n_2}$  — фазовая скорость соответственно первой и второй волн. Разность фаз колебаний возбуждаемых волнами в точке M:

$$\delta = \omega \left( t - \frac{S_1}{v_1} \right) - \omega \left( t - \frac{S_2}{v_2} \right) = \omega \left( \frac{S_2}{v_2} - \frac{S_1}{v_1} \right) =$$

$$= \frac{2\pi v}{c} \left( S_2 n_2 - S_1 n_1 \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( S_2 n_2 - S_1 n_1 \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1).$$
(2.7)

Таким образом, связь между разностью фаз  $\delta$  и оптической разностью хода  $\Delta = L_2 - L_1$ , определяется выражением:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta. \tag{2.8}$$

Из этой формулы следует, что интенсивность будет *максимальной* во всех точках пространства, для которых  $\cos(\delta) = 1$ . Это возможно, если  $\delta = \pm 2m\pi$ , где m = 0, 1, 2... Отсюда находим *условие интерференционного максимума*:

$$\Delta = \pm 2\pi m \cdot \frac{\lambda_0}{2\pi} = \pm 2m \cdot \frac{\lambda_0}{2} = \pm m\lambda_0. \tag{2.9}$$

Bывод: Если оптическая разность хода равна целому числу длин волн в вакууме (четному числу полуволн), то колебания, возбуждаемые в точке M, совершаются в одинаковой фазе и будут усиливать друг друга, т.е. будет наблюдаться максимум интенсивности.

Очевидно, что интенсивность результирующей волны будет наименьшей во всех точках, для которых  $\cos(\delta) = -1$ , т.е. когда  $\delta = \pm (2m+1)\pi$ . Отсюда находим условие интерференционного минимума:

$$\Delta = \pm \left(2m + 1\right) \frac{\lambda_0}{2} \,. \tag{2.10}$$

Bывод: Если оптическая разность хода равна полуцелому числу длин волн в вакууме (нечетному числу полуволн), то колебания, возбуждаемые в точке M, будут происходить в противофазе, будут гасить друг друга и будет наблюдаться минимум интенсивности. Представим полученные результаты в таблице 2.1.

Δ	δ	Результат
$\Delta = \pm m\lambda_0 = 2m\frac{\lambda_0}{2}$ $(m = 0, 1, 2)$	$\delta = \pm 2m\pi$	максимум (колебания совершают- ся синфазно)
$\Delta = \pm (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$ $(m=0,1,2)$	$\delta = \pm (2m+1)\pi$	минимум (колебания совершают- ся в противофазе)

Условия интерференционных максимумов и минимумов Таблица 2.1

# 2.2. Интерференция света в тонких пленках

В природе часто можно наблюдать радужное окрашивание тонких пленок (масляные пленки на воде, мыльные пузыри, оксидные пленки на металлах), возникающие в результате интерференции света, отраженного верхней и нижней поверхностями пленки.

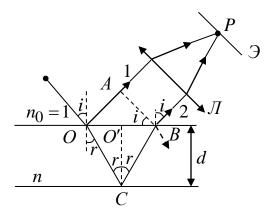


Рис. 2.3

Пусть на плоскопараллельную прозрачную пленку с показателем преломления n и толщиной d падает плоская монохроматическая волна. На поверхности пленки в точке O луч разделится на два: часть отразится от поверхностей пленки (луч 1), a частично преломится Преломленный луч дойдет до точки C, частично преломится в воздух, частично отразится и пойдет в точку B. Здесь он снова отразится и преломится, выходя в воздух под углом i (луч 2). Лучи 1 и 2 когерентны, если оптическая разность хода мала по сравнению с длиной когерентности падающей волны. Таким образом, интерференционная картина определяется оптической разностью хода между интерферирующими лучами от точки Oдо плоскости AB:

$$\Delta = n(|OC| + |CB|) - |OA| \pm \frac{\lambda_0}{2}, \qquad (2.11)$$

где наличие  $\frac{\lambda_0}{2}$  — обусловлено потерей полуволны при отражении света от границы раздела. При  $n > n_0$  потеря полуволны произойдет в точке O и  $\frac{\lambda_0}{2}$  будет иметь знак минус; если же  $n < n_0$ , то потеря полуволны произойдет в точке C и  $\frac{\lambda_0}{2}$  будет иметь знак плюс. Согласно рис. 2.3, в равностороннем треугольнике OCB:

$$|OC| = |CB| = \frac{d}{\cos r} \Rightarrow n(|OC| + |CB|) = \frac{2dn}{\cos r};$$

$$|OA| = OB \sin i = 2|OO'| \sin i = 2|OC| \sin r \sin i = 2d \frac{\sin r}{\cos r} \sin i = 2d \operatorname{tgr} \sin i.$$

Учтем закон преломления (закон Снеллиуса:  $\frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow n \sin r = \sin i$ ) и получим:

$$\Delta = \frac{2dn}{\cos r} - 2d \operatorname{tgr} \sin i = \frac{2dn}{\cos r} - 2d \operatorname{ntgr} \sin r.$$

$$\Delta = 2dn \left( \frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r} \right) = 2dn \left( \frac{1 - \sin^2 r}{\cos r} \right) = 2dn \cos r =$$

$$= 2dn \sqrt{1 - \sin^2 r} = 2d\sqrt{n^2 - n^2 \sin^2 r} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

С учетом потери полуволны для оптической разности хода между интерферирующими лучами окончательно получим выражение:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2}.$$
 (2.12)

Условие для интерференционного максимума:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$$

$$m = 0, 1, 2...$$
(2.13)

Условие для интерференционного минимума:

лимитируется длиной когерентности:  $2d\cos r < l_{\text{ког}}$ .

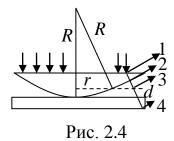
$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} \pm \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}.$$

$$m = 0, 1, 2...$$
(2.14)

Отметим, что максимумам интерференции в отраженном свете соответствуют минимумы в проходящем свете и наоборот (оптическая разность хода для проходящего и отраженного света отличается на  $\frac{\lambda_0}{2}$ ). Если пластинка освещается белым светом, то в отраженном и проходящем свете она имеет дополнительную окраску. Наибольшая толщина пластинки d, при которой еще возможно наблюдение интерференционных полос,

Рассматривая интерференцию света в тонких пленках, различают интерференционные равного наклона полосы равной Интерференционная картина определяется величинами d, n,  $\lambda_0$  и i. Для данных  $\lambda_0$ , d и n, каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называют полосами равного наклона. Они локализованы в бесконечности, поскольку отраженные лучи параллельны друг другу. Поэтому для их наблюдения используют собирающую линзу и экран, расположенный в фокальной плоскости линзы. Полосы равной *темпечения* таблюдаются при отражении параллельного пучка лучей (I = const) от тонкой прозрачной пленки, толщина d которой неодинакова в разных местах. Оптическая разность хода интерферирующих волн изменяется при переходе от одних точек на поверхности пленки к другим, в соответствии с изменением толщины d, так, что условия интерференции одинаковы в соответствующих одинаковой Поэтому точках, толщине пленки. рассматриваемая интерференционная картина и называется полосами равной толщины. Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности пленки.

Кольца Ньютона – классический пример полос равной толщины. Они наблюдаются при отражении света от воздушного зазора, образованного плоскопараллельной пластинкой и плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны.



Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы и частично отражается от верхней и нижней границы воздушного зазора между линзой и платиной (рис. 2.4) При наложении отраженных лучей (2) и (3) возникают полосы равной толщины, имеющие вид концентрических колец с центром в точке соприкосновения линзы с пластинкой.

В отраженном свете (с учетом потери  $\frac{\lambda_0}{2}$  при отражении) для тонких пленок оптическая разность хода интерферирующих лучей определяется выражением (2.12). При условии, что n=1 и i=0 (sin i=0) (свет падает нормально), для оптической разности хода справедливо соотношение:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2},$$

где d — толщина воздушного зазора.

Из рис. 2.4 следует, что

$$R^2 = (R-d)^2 + r^2 = R^2 - 2Rd + d^2 + r^2$$
,

Учтем, что d – мало, тогда

$$R^2 = R^2 - 2Rd + r^2 \Rightarrow 2Rd = R^2 - R^2 + r^2 \text{ M} \quad d = \frac{r^2}{2R},$$

где r — радиус окружности, всем точкам которой соответствует одинаковый зазор d, R — радиус кривизны выпуклой поверхности линзы. Тогда оптическая разность хода определяется выражением:

$$\Delta = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} \, .$$

Условие интерференционного максимума:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m\frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow \frac{r^2}{R} = (2m-1)\frac{\lambda_0}{2} = \left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_0}{2}.$$

Радиусы светлых колец Ньютона:

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3...).$$
 (2.15)

Условие интерференционного минимума:

$$\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow \frac{r^2}{R} = 2m\frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0.$$

Радиусы темных колец Ньютона.

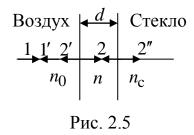
$$r = \sqrt{m\lambda_0 R} \ . \tag{2.16}$$

В центре находится темное пятно, соответствующее изменению фазы волны на  $\pi$  при отражении от нижней поверхности воздушного зазора. Если на линзу падает белый свет, то в отраженном свете наблюдается темное пятно, окруженное системой цветных колец, соответствующих интерференционным максимумам отражения света с различными значениями  $\lambda$ .

# 2.3. Применение интерференции света

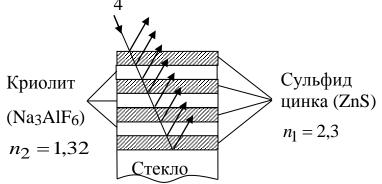
- 1. Явление интерференции применяется для подтверждения волновой природы света и для измерения длин волн. Знание оптической разности хода позволяет измерять длины световых волн с большой точностью.
- 2. Явление интерференции применяется для улучшения качества оптических приборов (просветление оптики) И получения покрытий. Прохождение высокоотражающих света через каждую преломленную поверхность линзы сопровождается потерей 4 % падающего потока. Если линз в объективе много, то число отражений велико, и поэтому велики потери светового потока. Интенсивность прошедшего ослабляется и светосила оптического прибора уменьшается. Для устранения указанных недостатков осуществляют просветление оптики. На свободные поверхности линз наносят тонкие пленки с показателем преломления, меньшим, чем у материала линзы. Толщину пленки d и показатели

преломления стекла  $n_{\rm CT}$  и пленки n подбирают таким образом, чтобы волны, отраженные от обеих поверхностей пленки, гасили друг друга (рис. 2.5)



Если выполняется условие  $n=\sqrt{n_{\rm CT}}$  и оптическая толщина пленки  $nd=\frac{\lambda_0}{4}$ , то в результате интерференции происходит гашение отраженных лучей: лучи 1' и 2' гасят друг друга. Так как добиться одновременного гашения всех длин волн невозможно, то это делается для наиболее восприимчивой глазом длины волны  $\lambda_0\approx 0{,}55$  мкм. Поэтому объективы с просветленной оптикой имеют синевато-красный оттенок.

Создание высокоотражающих покрытий стало возможным на основе многолучевой интерференции. Многолучевая интерференция используется в дифракционной решетке. Ее можно осуществить в многослойной системе чередующихся пленок с разным показателями преломления (но одинаковой оптической толщиной  $dn = \frac{\lambda_0}{4}$ ), нанесенных на отражающую поверхность.



На границе раздела пленок возникает большое число отраженных лучей, которые будут усиливаться, вследствие интерференции, что приведет к тому, что коэффициент отражения возрастет до 96 %. Подобные отражатели применяются в лазерной технике и для создания интерференционных светофильтров.

3. Явление интерференции лежит в основе устройства *интерферометров* – оптических приборов, с помощью которых можно пространственно разделить пучок света на 2 и более когерентных лучей и создать между ними оптическую разность хода. После сведения этих пучков

можно наблюдать интерференцию. Эти приборы позволяют с высокой точностью измерить показатели преломления различных прозрачных сред.

4. С помощью интерференции легко контролируется качество полированной поверхности оптических деталей: например, на плоскую поверхность накладывают шаблонную пластину и по интерференционной картине в слое между этими поверхностями можно судить о качестве поверхности (в случае неровной поверхности интерференционные полосы будут сильно искажены).

# Контрольные вопросы

- 1. В чем заключается принцип суперпозиции волн?
- 2. Что называется интерференцией?
- 3. Какие волны называются когерентными?
- 4. Что такое оптическая длина пути, оптическая разность хода лучей, разность фаз?
  - 5. Что такое когерентность, время и длина когерентности?
  - 6. Выведите условия минимума и максимума интерференции.
  - 7. Каковы особенности наблюдения интерференции света?
- 8. Чем обусловлена интерференция в тонких пластинах? Запишите выражение для оптической разности хода лучей в тонкой пластине, условие минимума и максимума интерференции лучей в тонкой пластине.
- 9. Что такое полосы равной толщины и полосы равного наклона? Где они локализованы?
- 10. Что такое кольца Ньютона? Чему равен радиус светлых и темных колец Ньютона в отраженном и проходящем свете?
- 11. В чем заключается суть просветления оптики? Где еще используется явление интерференции?

#### Задачи

1. Складываются два гармонических колебания с одинаковыми периодами. Результирующее колебание имеет максимальную амплитуду при разности фаз, равной...

Варианты ответа: 1) 0; 2)  $\pi$ ; 3)  $\pi/2$ ; 4)  $\pi/4$ 

2. Тонкая пленка, освещенная белым светом вследствие явления интерференции в отраженном свете имеет зеленый цвет. При уменьшении показателя преломления пленки ее цвет...

Варианты ответа: 1) станет синим; 2) станет красным; 3) не изменится.

- 3. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим нормально. При заполнении пространства между линзой и стеклянной пластинкой прозрачной жидкостью радиусы темных и светлых колец в отраженном свете уменьшились в 1,21 раза. Определите показатель преломления жидкости.
- 4. На мыльную пленку падает белый свет под углом  $30^{\circ}$  к поверхности пленки. При какой наименьшей толщине пленки отраженный свет будет окрашен в желтый цвет ( $\lambda = 600$  нм)? Показатель преломления мыльной воды -1,33.

# ЛЕКЦИЯ 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

# 3.1. Принцип Гюйгенса-Френеля

С интерференцией волн тесно связано другое важное явление – дифракция. Дифракцией называется огибание волнами препятствий. Дифракция зависит от соотношения размеров препятствия и длины волны. Она проявляется заметным образом, когда размеры препятствия и длины волны соизмеримы. Поэтому дифракция звуковых волн наблюдается легко. Например: звук хорошо слышен за углом дома, т.е. звук его огибает.

В случае света, длина волны  $\lambda$  которого много меньше размеров d препятствий, наблюдать дифракцию можно только на достаточно больших расстояниях l от преграды

$$l \ge \frac{d^2}{\lambda}.\tag{3.1}$$

На языке оптики дифракция означает проникновение света в область геометрической тени, т.е. любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики. Благодаря дифракции волны могут огибать препятствия, проникать через небольшие отверстия в экранах и т.д. Таким образом, *дифракция света* — это совокупность явлений, обусловленных волновой природой света и наблюдаемых при распространении света сквозь малые отверстия, вблизи границ непрозрачных тел.

Явление дифракции объясняется на основе явления интерференции волн и принципа Гюйгенса. Этот принцип формулируется следующим образом: всякая точка, до которой дошла волна, служит источником вторичных когерентных волн, а огибающая этих волн задает положение волнового фронта в следующий момент времени.

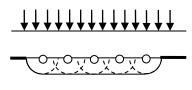


Рис. 3.1

Пусть плоская волна нормально падает на отверстие в экране (рис. 3.1). Согласно Гюйгенсу, каждая точка выделяемого отверстием участка волнового фронта служит источником вторичных когерентных волн. Если в

момент времени t, построить огибающую вторичных волн, то видно, что фронт волны заходит в область геометрической тени, т.е. волна огибает край отверстия. Принцип Гюйгенса — геометрический принцип. Он решает вопрос о направлении распространения волнового фронт, но не затрагивает вопроса об амплитуде, и, следовательно, об интенсивности световых волн, располагающихся за преградой. Френель дополнил принцип Гюйгенса идеей интерференции вторичных волн. Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, световая волна, возбуждаемая источником S, может быть представлена как результат суперпозиции когерентных вторичных волн, «излучаемых» фиктивными источниками. Такими источниками могут служить бесконечно малые элементы любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S. Обычно в качестве такой поверхности выбирают одну из волновых поверхностей, поэтому все фиктивные источники действуют синфазно. Учет амплитуд и фаз вторичных волн, позволяет найти амплитуду, а значит и интенсивность результирующей волны в любой точке пространства.

Пусть S — одна из волновых поверхностей света, распространяющегося от некоторого источника. Каждый элемент поверхности служит источников вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна величине элемента dS (рис. 3.2).

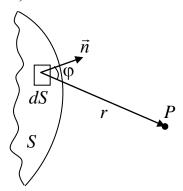


Рис. 3.2

Амплитуда сферической волны убывает с расстоянием r от источника по закону  $\frac{1}{r}$ . Следовательно, от каждого участка dS волновой поверхности в точку P приходит колебание:

$$d\xi = K \frac{a_0 dS}{r} \cos(\omega t - kx + \alpha_0), \tag{3.2}$$

где  $(\omega t + \alpha_0)$  — фаза колебания в месте расположения волновой поверхности S; k — волновое число; r — расстояние от элемента dS до точки  $P; a_0$  — амплитуда колебания в том месте, где находится элемент dS; K —

коэффициент пропорциональности, который бывает при увеличении угла  $\phi$  между нормалью n к dS и направлением от dS к точке P (K=0 при  $\phi=\frac{\pi}{2}$ ; K- max при  $\phi=0$ ).

Результирующее колебание в точке P представляет собой суперпозицию колебаний, взятых для всей волновой поверхности. Аналитическое выражение принципа Гюйгенса-Френеля:

$$\xi = \int_{S} K(\varphi) \frac{a_0}{r} \cos(\omega t - kx + \alpha_0) dS.$$
 (3.3)

# 3.2. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света

Долгое время вопрос, почему в однородной среде свет от точечного источника распространяется прямолинейно, оставался без ответа. Френель решил эту задачу, рассмотрев взаимную интерференцию вторичных волн и применив прием, получивший название метода зон Френеля. Найдем в произвольной точке M амплитуду световой волны, распространяющейся из точечного источника S монохроматического света (рис. 3.3). Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, действие источника S заменим действием воображаемых источников, расположенных на волновой поверхности  $\Phi$ .

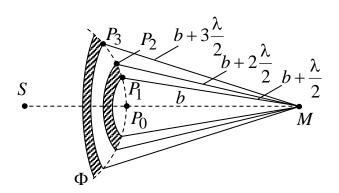


Рис. 3.3

Френель разбил волновую поверхность Ф на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до точки M отличались на  $\frac{\lambda}{2}$ , т.е.  $|P_1M|-|P_0M|=|P_2M|-|P_1M|=...=\frac{\lambda}{2}$ . Так как колебания от соседних зон проходят до точки M расстояния, отличающиеся на  $\frac{\lambda}{2}$ , то в точку M они

приходят в противофазе, и при наложении эти колебания будут взаимно ослаблять друг друга. Амплитуда результирующего колебания в точке M:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4, (3.4)$$

где  $A_1,\ A_2 \ldots$  – амплитуды колебаний, возбуждаемых 1-й, 2-й  $\ldots$  зонами.

Для оценки амплитуд колебаний найдем площади зон Френеля (рис. 3.4).

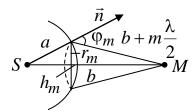


Рис. 3.4

Пусть внешняя граница m-й зоны выделяет на волновой поверхности сферический сегмент высотой  $h_m$ . Обозначим площадь этого сегмента  $\sigma_m$ . Площадь m-й зоны Френеля равна  $\Delta \sigma = \sigma_m - \sigma_{m-1}$ , где  $\sigma_{m-1}$  – площадь сегмента, выделяемого внешней границей (m-1)-й зоны.

Радиус m-й зоны найдем из рис. 3.4:

$$r_m^2 = a^2 - (a - h_m)^2 = \left(b + m\frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b + h_m)^2.$$
 (3.5)

Проведя элементарные преобразования и учитывая, что  $\lambda \leq a$  и  $\lambda \leq b$ , получим:

$$a^{2} - a^{2} + 2ah_{m} - h_{m}^{2} = b^{2} + bm\lambda + m^{2} \frac{\lambda^{2}}{4} - b^{2} - 2bh_{m} - h_{m}^{2}.$$

$$2ah_{m} = bm\lambda - 2bh_{m};$$

$$2ah_{m} + 2bh_{m} = bm\lambda;$$

$$2h_{m}(a+b) = bm\lambda.$$

Высота сферического сегмента  $h_m$  определяется выражением:

$$h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}. (3.6)$$

Площадь сферического сегмента и площадь m-й зоны Френеля соответственно равны

$$\sigma_{m} = 2\pi a h_{m} = \frac{2\pi a b m \lambda}{2(a+b)} = \frac{\pi a b \lambda m}{a+b}.$$

$$\Delta \sigma = \sigma_{m} - \sigma_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda m}{a+b} - \frac{\pi a b \lambda}{a+b} (m-1) = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}.$$
(3.7)

Выражение (3.7) не зависит от m, следовательно, построение зон Френеля разбивает волновую поверхность сферической волны на равновеликие зоны. Френель предположил, что действие отдельных зон в точке M тем меньше, чем больше угол  $\phi_m$  (рис. 3.4) между нормалью  $\vec{n}$  к поверхности зоны и направлением на точку M, т.е. действие зон постепенно убывает от центральной к периферической. Интенсивность излучения в направлении точки M уменьшается с ростом m вследствие увеличения расстояния от зоны до точки M. Следовательно,  $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$ 

Общее число зон Френеля, умещающихся на полусфере, очень велико. Например, при a = b = 10 см и  $\lambda = 0.5$  мкм (500 нм)

$$N = \frac{2\pi a^2}{\pi ab\lambda} (a+b) = 8 \cdot 10^5.$$

Принято приближенно считать, что амплитуда колебания  $A_m$  от некоторой m-й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон, т.е.

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \,. \tag{3.8}$$

Тогда выражение (3.4) можно записать в виде

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2}\right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2}\right) + \dots = \frac{A_1}{2}$$
 (3.9)

так как выражения, стоящие в скобках, согласно (3.9) равны нулю, а оставшаяся часть от амплитуды последней зоны пренебрежимо мала.

Таким образом, амплитуда результирующих колебаний в произвольной точке M определяется действием только половины центральной зоны Френеля. Следовательно, действие всей волновой поверхности на точку M сводится к действию ее малого участка, меньшего центральной зоны.

Найдем радиус внешней границы m-й зоны Френеля. Обратимся к формуле (3.5) и учтем, что  $h_m << a$ , тогда  $r_m^2 = 2ah_m$ . Подставим сюда значение высоты сферического сегмента  $h_m$  (3.6) и получим выражение для радиуса внешней границы m-й зоны Френеля:

$$r_m^2 = \frac{2abm\lambda}{2(a+b)} = \frac{ab}{a+b}m\lambda \quad \text{if} \quad r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}m\lambda}. \tag{3.10}$$

*Пример*: Рассчитаем радиус внешней границы 1-ой (центральной) зоны при  $a=b=10\,\mathrm{cm}$  и  $\lambda=500\,\mathrm{mm}$ .

$$r_m = \sqrt{\frac{0.1 \cdot 0.1}{0.1 + 0.1} \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 0.158 \text{ mm}.$$

Следовательно, распространение света от S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM, т.е. npsmonuneйнo. Таким образом, принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Зонные пластинки. Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждается экспериментально. Для этого используются зонные пластинки — стеклянные пластинки, на поверхности которых нанесены по принципу расположения зон Френеля прозрачные и непрозрачные кольца радиусами  $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b}} m \lambda$ . Если поместить зонную пластинку в строго определенном месте на расстоянии a от источника и расстоянии b от точки наблюдения, то для света с длиной волны  $\lambda$  она перекроет четные зоны и оставит свободными нечетные, начиная с центральной. В результате, результирующая амплитуда

$$A = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$$

должна быть больше, чем при полностью открытом волновом фронте. Опыт показывает, что зонная пластинка увеличивает освещенность в точке M, действуя подобно собирающей линзе.

# 3.3. Дифракция Френеля

Дифракцию разделяют на два типа: *дифракция Френеля* (или дифракция в сходящихся лучах) и *дифракция Фраунгофера* (или дифракция в параллельных лучах).

Дифракция Френеля наблюдается, когда на препятствие падает сферическая волна, а дифракционная картина наблюдается на экране, находящемся за препятствием на конечном расстоянии от него.

Пример 1: Дифракция на круглом отверстии (рис. 3.5).

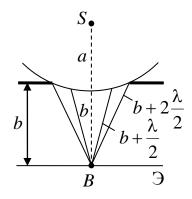


Рис.3.5

На пути сферической волны от источника S расположен экран с круглым отверстием, радиусом  $r_0$ . Дифракционная картина наблюдается на экране  $\mathcal F$  в точке  $\mathcal F$  в точке  $\mathcal F$  . Экран параллелен отверстию и находится на расстоянии от него. Разобьем открытую часть волновой поверхности на зоны Френеля. Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся, на открытой части волновой поверхности в плоскости отверстия.

Амплитуда результирующего колебания, возбуждаемого в точке B всеми зонами,

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2},\tag{3.11}$$

где  $\langle\!\langle +\rangle\!\rangle$  соответствует нечетным m, а  $\langle\!\langle -\rangle\!\rangle$  соответствует четным m.

Если отверстие открывает четное число зон Френеля, то в точке B наблюдается минимум интенсивности, а в центре будет темное пятно (рис. 3.6a). Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, то в точке B наблюдается максимум интенсивности, а в центре будет наблюдаться светлое пятно (рис. 3.6б).

Наименьшая интенсивность наблюдается, если открыты две зоны  $\Phi$ ренеля: их действия в точке B уничтожат друг друга из-за интерференции.

Максимальная интенсивность наблюдается, если открыта одна зона Френеля. В точке B амплитуда будет вдвое больше, чем в отсутствие непрозрачного экрана с отверстием:  $A = A_1$  (см. (3.4)). Интенсивность света будет больше соответственно в четыре раза.

Если диаметр отверстия велик, то амплитуда света от m-й зоны  $A_m << \frac{A_1}{2}$  и результирующая амплитуда  $A = \frac{A_1}{2}$ , т.е. такая же, как при полностью открытом волновом фронте. В данном случае дифракция не наблюдается, свет распространяется, как и в отсутствие круглого отверстия, прямолинейно.

Пример 2: Дифракция на диске (рис. 3.7)

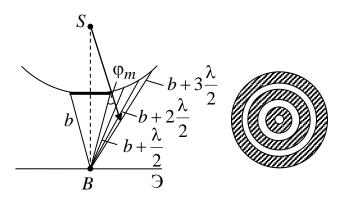


Рис. 3.7

На пути сферической волны от точечного источника S расположен непрозрачный диск. Дифракционная картина наблюдается в точке B экрана. Экран параллелен диску. Закрытый диском участок волнового фронта исключают из рассмотрения и зоны Френеля строят, начиная с краев диска.

Если диском закрывается m зон Френеля, то амплитуда результирующего колебания в точке B равна

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2}\right) + \dots$$
 или 
$$A = \frac{A_{m+1}}{2},$$
 (3.12)

так как выражения, стоящие в скобках, равны нулю. Следовательно, амплитуда результирующего колебания в точке B равна половине амплитуды, обусловленной первой открытой зоной Френеля. В точке B всегда наблюдается интерференционный максимум (светлое пятно) — nятно Пуассона. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами, а интенсивность в максимумах убывает с расстоянием от центра картины.

C увеличением размеров диска первая открытая зона Френеля удаляется от точки B и увеличивается угол  $\phi_m$  между нормалью  $\vec{n}$  к поверхности и направлением на точку B. В результате интенсивность центрального максимума с увеличением размера диска уменьшается. Если диск велик, то за ним наблюдается тень, а на границе — слабая дифракционная картина.

# 3.4. Дифракция Фраунгофера

Второй тип дифракции —  $\partial u \phi p a \kappa u u u$  Фраунго фера (или дифракция в параллельных лучах) наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения бесконечно удалены от препятствия, вызвавшего дифракцию. Практически, для этого нужно точечный источник света поместить в фокусе собирающей линзы, а дифракционную картину исследовать в фокальной плоскости второй собирающей линзы, установленной за препятствием.

Пример 1. Дифракция Фраунгофера на щели.

Пусть плоская монохроматическая волна падает нормально на щель шириной a (рис. 3.8). Параллельные пучки лучей, выходящие из щели в произвольном направлении  $\phi$  ( $\phi$  – *угол дифракции*), собираются линзой в точке B. Открытую часть волновой поверхности MN в плоскости щели разбивают на зоны Френеля, которые имеют вид полос, параллельных ребру M щели и проведены так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна  $\frac{\lambda}{2}$ . Таким образом, всего на ширине щели уместится  $N = \frac{\Delta}{\lambda/2}$  зон.

Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND, идущими от щели в произвольном направлении  $\phi$  ,  $B_0$ 

$$\Delta = NF = a\sin\varphi. \tag{3.13}$$

Тогда число зон Френеля, умещающихся на ширине щели

$$N = \frac{\Delta}{\lambda/2} = \frac{a\sin\phi}{\lambda/2}.$$
 (3.14)

Из выражения (3.13) вытекает, что число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели, зависит от угла ф. От числа зон Френеля зависит результат наложения вторичных волн. При интерференции света от каждой пары соседних зон Френеля амплитуда результирующих колебаний равна нулю, так как колебания от каждой пары соседних зон находятся в противофазе и взаимно гасят друг друга. Таким образом, если число зон Френеля четное, то

$$a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 1, 2, 3...)$$
 (3.15)

и в точке B наблюдается  $\partial u \phi p \alpha \kappa u u o h h h й минимум (полная темнота).$ 

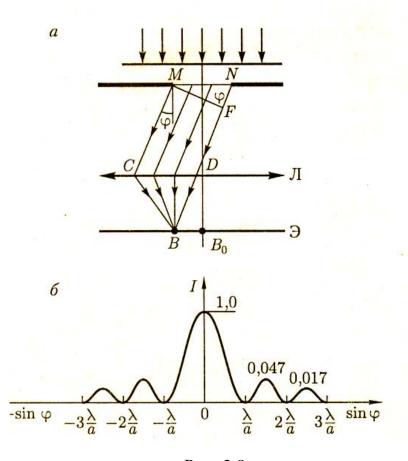


Рис. 3.8

Если число зон Френеля нечетное, то

$$a\sin\varphi = \pm(2m+1)\frac{\lambda}{2}$$
  $(m=1,2,3...)$  (3.16)

и наблюдается *дифракционный максимум*, соответствующий действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

В направлении  $\phi = 0$  щель действует как одна зона Френеля, и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью, т.е. в точке  $B_0$  наблюдается *центральный дифракционный максимум*.

Из условий (3.15) и (3.16) можно найти направления на точки экрана, в которых интенсивность света равна нулю  $(\sin \varphi = \pm \frac{m\lambda}{a})$  или максимальна  $(\sin \varphi = \frac{(2m+1)\lambda}{2a})$ . Можно также рассчитать зависимость распределения интенсивности на экране от угла дифракции - *дифракционный спектр*. Расчеты показывают, что интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как 1:0,047:0,017:0,0083..., т.е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме.

Положение дифракционных максимумов зависит от длины волны  $\lambda$ , поэтому рассмотренная дифракционная картина имеет место для монохроматического света. При освещении щели белым светом центральный максимум наблюдается в виде белой полоски (он общий для всех длин волн). Боковые максимумы радужно окрашены, так как условие максимума при любых m различно для разных  $\lambda$ . Справа и слева от центрального максимума наблюдаются максимумы первого (m=1), второго (m=2) и других порядков, обращенных фиолетовым краем к центру дифракционной картины. С уменьшением ширины щели центральный максимум расширяется, а с увеличением ширины щели дифракционные полосы становятся уже и ярче.

Пример 2. Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке.

Большое практическое значение имеет дифракция, наблюдаемая при одномерную дифракционную прохождении света через решетку. Дифракционной решеткой называется совокупность параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по промежутками. Постоянной (периодом) ширине непрозрачными дифракционной решетки d называется суммарная ширина щели a и непрозрачного промежутка между щелями:

$$d = a + b. (3.17)$$

Дифракционная картина на решетке определяется как результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей, т.е. в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Рассмотрим дифракцию от двух щелей дифракционной решетки. Плоская монохроматическая волна падает нормально к плоскости решетки

(рис. 3.9). Так как щели находятся на одинаковых расстояниях друг от друга, то разности хода лучей, идущих от двух соседних щелей, будут одинаковы для данного направления ф в пределах всей решетки:

$$\Delta = CF = (a+b)\sin\varphi = d\sin\varphi. \tag{3.18}$$

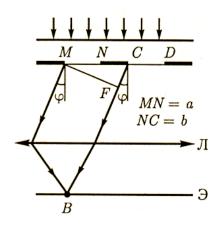


Рис. 3.9

В таблице 3.1 приведены условия наблюдения дифракции на двух щелях.

Таблица 3.1

Условия	Формула	Обоснование
Главные (прежние) минимумы	$a\sin\varphi = \pm m\lambda$ $m = 1, 2, 3$	В тех направлениях, в которых ни одна из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух и более щелях.
Дополнительные минимумы	$d\sin\varphi = \pm (2m+1)\frac{\lambda}{2}$ $m = 0,1,2$	Возникают вследствие взаимной интерференции световых лучей, посылаемых двумя щелями в направлениях, определяемых условием $d\sin \varphi = \pm \frac{\lambda}{2}; \frac{3\lambda}{2}; \frac{5\lambda}{2}$ Световые лучи гасят друг друга, т.е. возникают дополнительные минимумы
Главные максимумы	$d\sin\varphi = \pm m\lambda$ $m = 0,1,2$	В данных направлениях действие одной щели усиливает действие другой. $d \sin \varphi = \pm 0; \lambda; 2\lambda; 3\lambda$

Таким образом, полная дифракционная картина на двух щелях определяется из условий:

$$a\sin\varphi = \lambda, 2\lambda, 3\lambda$$
 ... (главные минимумы) (3.19)

$$d\sin\varphi = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$$
 ... (дополнительные минимумы) (3.20)

$$d \sin \varphi = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda \dots$$
 (главные максимумы). (3.21)

Между двумя главными максимумами располагается один дополнительный минимум. В случае N щелей между двумя главными максимумами располагается N-1 дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими весьма слабый фон. Условием главных минимумов является условие (3.19), условием главных максимумов – условие (3.21), а условием дополнительных минимумов

$$d\sin\varphi = \pm \frac{m'\lambda}{N},$$

$$m' \neq 0, N, 2N, \dots$$
(3.22)

где m' может принимать все целочисленные значения, кроме тех, при которых условие (3.22) переходит в условие главных максимумов (3.21).

Чем больше щелей в дифракционной решетке, тем больше световой энергии пройдет сквозь решетку, тем больше минимумов образуется между соседними главными максимумами, тем интенсивнее и острее будут максимумы. Так как модуль sinф не может быть больше единицы, то из (3.21) следует, что число главных максимумов определяется отношением периода решетки к длине волны. Максимальный порядок спектра, даваемый дифракционной решеткой:

$$m \le \frac{d}{\lambda} \,. \tag{3.23}$$

Дифракционная решетка как спектральный прибор. Положение главных максимумов в дифракционной решетке зависит от длины волны λ:

$$d\sin\varphi = \pm m\lambda$$
  $m = 0,1,2...$ 

Поэтому при пропускании белого света через решетку все максимумы кроме центрального (m=0) окрасятся в цвета спектра: фиолетовая область будет обращена к центру дифракционной картины, а красная – наружу.

Это свойство дифракционной решетки используется для исследования спектрального состава света (определения длин волн и интенсивностей всех монохроматических компонентов), т.е. дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор, предназначенный для разложения света в спектр и измерения длин волн.

#### Контрольные вопросы

- 1. Что такое дифракция? Каковы условия наблюдения дифракции?
- 2. В чем заключается принцип Гюйгенса? Какие дополнения внес Френель в этот принцип? Как звучит принцип Гюйгенса-Френеля?
- 3. В чем заключается принцип построения зон Френеля? Чему равен радиус т-й внешней границы зоны Френеля?
  - 4. Что такое зонные пластинки? Каков принцип их действия?
  - 5. Какие типы дифракции Вы знаете? Когда они наблюдаются?
- 6. Почему дифракция Френеля не наблюдается на больших отверстиях и больших дисках?
- 7. Какой вид имеет дифракционная картина, получающаяся при дифракции на малом круглом отверстии, на малом диске? Что такое пятно Пуассона, для какого типа дифракции оно наблюдается?
- 8. Найдите направления на точки экрана в случае дифракции на щели, в которых интенсивность света равна нулю, интенсивность максимальна. Напишите условие дифракционного максимума и минимума.
- 9. Что такое дифракционная решетка? Что такое "постоянная (период) решетки"? Запишите условия главных максимумов, главных минимумов, дополнительных минимумов.
- 10. Почему дифракционная решетка может быть использована как спектральный прибор? Как с ее помощью можно измерить длины волн?

#### Задачи

- 1. Дифракция наблюдается на расстоянии 1 м от точечного источника монохроматического света ( $\lambda=0.5$  мкм). Посередине между источником света и экраном находится диафрагма с круглым отверстием. Определите радиус отверстия, при котором центр дифракционных колец на экране является наиболее темным. [r=0.5 мм].
- 2. Монохроматический свет нормально падает на дифракционную решетку. Определите угол дифракции, соответствующий максимуму четвертого порядка, если максимум третьего порядка отклонен на  $\phi_1 = 18^\circ$ .  $[\phi_2 = 24^\circ 20']$ .
- 3. На дифракционную решетку нормально падает монохроматический свет с длиной волны  $\lambda = 600$  нм. Определите наибольший порядок спектра, полученный с помощью этой решетки, если ее постоянная d=2 мкм.  $[m_{\max}=3]$ .

# ЛЕКЦИЯ 4. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН С ВЕЩЕСТВОМ

# 4.1. Дисперсия света

Дисперсией света называются явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины световой волны (или частоты). Эту зависимость можно охарактеризовать функцией

$$n = f(\lambda)$$
 или  $n = f(\omega)$ , (4.1)

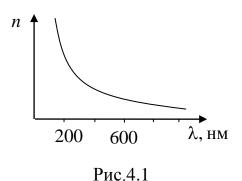
где  $\lambda$  – длина световой волны в вакууме,  $\omega$  – частота.

Дисперсией вещества называется производная n от  $\lambda$ :

$$D = \frac{dn}{d\lambda}. (4.2)$$

Дисперсия показывает, как быстро изменяется показатель преломления с длиной волны.

Для всех прозрачных веществ функция (4.1) имеет в видимой части спектра характер, показанный на рис. 4.1. С уменьшением длины волны  $\lambda$  показатель преломления n увеличивается со все возрастающей скоростью, так что дисперсия вещества отрицательна  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$  (или  $\frac{dn}{d\nu} > 0$ ) и растет по модулю с уменьшением длины волны  $\lambda$ . Такой ход зависимости n от  $\lambda$  называется *нормальной дисперсией*.



Если вещество поглощает часть лучей, то в области поглощения и вблизи нее ход дисперсии обнаруживает аномалию. Дисперсия называется аномальной, если показатель преломления n убывает с уменьшением длины световой волны  $\lambda$ . На таком участке дисперсия вещества оказывается положительной  $\frac{dn}{d\lambda} > 0$  ( или  $\frac{dn}{d\lambda} < 0$ ).

Среды, обладающие дисперсией, называются *диспергирующими*. В диспергирующих средах скорость световых волн зависит от длины волны  $\lambda$  или частоты.

Наиболее отчетливо дисперсия света проявляется при прохождении белого света через призму. Первые экспериментальные наблюдения дисперсии света принадлежат И. Ньютону (1672 г.). Вследствие дисперсии свет оказывается разложенным в спектр (рис. 4.2). Такой спектр называется призматическим.

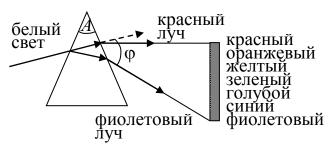


Рис.4.2

Рассмотрим дисперсию света в призме. В призме с преломляющим углом A и показателем преломления n после 2-х кратного преломления (на левой и правой гранях призмы) луч оказывается отклоненным от первоначального направления. Угол отклонения лучей призмой тем больше, чем больше преломляющий угол призмы. Если  $\phi$  — угол отклонения лучей призмой, A — преломляющий угол призмы, то они связаны соотношением

$$\varphi = A(n-1). \tag{4.3}$$

Из выражения (4.3) следует, что угол отклонения лучей призмой зависит от величины (n-1), а n- это функция длины волны, поэтому лучи разных длин волн после прохождения призмы окажутся отклоненными на разные углы, т.е. пучок белого света разлагается в спектр. Таким образом, с помощью призмы, так же как и с помощью дифракционной решетки, разлагая свет в спектр, можно определить его спектральный состав.

Следует обратить внимание на различия дифракционного и призматического спектров: составные цвета в них располагаются по-разному. В дифракционной решетке длина волны λ пропорциональна синусу угла отклонения φ, поэтому красные лучи, имеющие большую длину волны, чем фиолетовые, отклоняются дифракционной решеткой сильнее. Призма разлагает лучи в спектр по значениям показателя преломления, который для всех прозрачных веществ уменьшается с увеличением длины волны, поэтому красные лучи отклоняются призмой слабее, чем фиолетовые.

На явлении нормальной дисперсии основано действие призменных спектрографов, которые находят широкое применение в спектральном анализе.

## 4.2. Электронная теория дисперсии света (теория Лоренца)

Из электромагнитной теории Максвелла следует, что абсолютный показатель преломления среды определяется выражением

$$n = \sqrt{\varepsilon \mu} \,, \tag{4.4}$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $\mu$  — магнитная проницаемость. В оптической области спектра для всех веществ  $\mu$  = 1, поэтому

$$n = \sqrt{\varepsilon} \Rightarrow n^2 = \varepsilon. \tag{4.5}$$

Здесь в теории Максвелла выявляются некоторые противоречия: с одной стороны n — переменная величина (зависит от длины волны или частоты), с другой стороны она должна быть постоянной, согласно формуле (5). Кроме того, значения n, получаемые из этой формулы не согласуются с опытными данными. Трудности объяснения дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла устраняются электронной *теорией Лоренца*.

Согласно классической электронной теории Лоренца дисперсия света — это результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны. Предполагается, что электромагнитная волна «раскачивает» электроны в атомах, причем «раскачивает» тем сильнее, чем ближе частота волны к собственной частоте колебаний электронов, т.е. в случае резонанса.

Применим электронную теорию дисперсии для однородного диэлектрика, предположив формально, что для него выполняется соотношение (4.5), а дисперсия света является следствием зависимости показателя преломления n от частоты  $\omega$  световых волн.

По определению, диэлектрическая проницаемость вещества равна

$$\varepsilon = 1 + \varepsilon = 1 + \frac{P}{\varepsilon_0 E},\tag{4.6}$$

где æ — диэлектрическая восприимчивость среды;  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная; P — мгновенное значение поляризованности ( $P = \varepsilon_0 E$ );  $E = E_0 \cos \omega t$  — напряженность электрического поля световой волны.

Следовательно, диэлектрическая проницаемость вещества зависит от P. В данном случае имеет значение только электронная поляризация, т.е. вынужденное колебание электронов под действием электрической составляющей поля волны, так как для ориентационной поляризации молекул частота колебаний в световой волне очень высока ( $v \approx 10^{15} \, \Gamma \mathrm{g}$ ).

В первом приближении можно считать, что вынужденные колебания совершают только внешние, наиболее слабо связанные с ядром электроны – *оптические электроны*. Для простоты рассмотрим колебания только одного электрона, затуханием колебания за счет излучения пренебрежем.

Наведенный дипольный момент электрона, совершающего вынужденные колебания, равен

$$p = ex, (4.7)$$

где e — заряд электрона; x — смещение электрона под действием электрического поля световой волны.

Если концентрация атомов в диэлектрике равна  $n_0$ , то мгновенное значение поляризованности

$$P = n_0 p = n_0 ex. (4.8)$$

Тогда выражение (4.6) можно привести к виду

$$\varepsilon = n^2 = 1 + \frac{n_0 ex}{\varepsilon_0 E}. (4.9)$$

Следовательно, задача сводится к определению смещения x электрона под действием внешнего поля E. Поле световой волны изменяется по гармоническому закону:  $E = E_0 \cos \omega t$ .

Итак, можно считать, что при прохождении через вещество электромагнитной волны каждый электрон находится под действием силы

$$F = F_0 \cos \omega t = eE_0 \cos \omega t, \qquad (4.10)$$

где  $F_0 = eE_0$  — амплитудное значение силы, действующей на электрон со стороны поля волны.

Уравнение вынужденных колебаний оптического электрона (без учета сил сопротивления)

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \cos \omega t = \frac{eE_0}{m} \cos \omega t, \qquad (4.11)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  — собственная частота колебаний электрона; m — масса электрона.

Решив уравнение (4.11), найдем  $\varepsilon = n^2$  в зависимости от констант атома  $(e, m, \omega_0)$  и частоты  $\omega$  внешнего поля, т.е. решим задачу дисперсии.

Уравнения (4.11) имеет следующее решение:

$$x = A\cos\omega t, \tag{4.12}$$

где  $A = \frac{eE_0}{m\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)}$  — амплитуда колебаний электрона;  $\omega_0$  — собственная

частота колебаний электрона; ω – частота внешнего поля.

Подставляя (4.12) в уравнение (4.9) получим дисперсионную формулу:

$$n^{2} = 1 + \frac{n_{0}e}{\varepsilon_{0}E} \cdot \frac{eE_{0}\cos\omega t}{m(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})} = 1 + \frac{n_{0}e^{2}E_{0}\cos\omega t}{\varepsilon_{0}E_{0}\cos\omega t m(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})};$$

$$n^{2} = 1 + \frac{n_{0}e^{2}}{\varepsilon_{0}m(\omega_{0}^{2} - \omega^{2})}.$$

$$(4.13)$$

Из выражения (4.13) следует, что n зависит от частоты  $\omega$  внешнего поля, т.е. полученная зависимость подтверждает наличие дисперсии света.

Если принять во внимание, что в молекуле содержится  $f_i$  оптических электронов с собственной частотой колебаний  $\omega_{0i}$ , то дисперсионная формула принимает вид:

$$n^{2} = 1 + \frac{n_{0}e^{2}}{\varepsilon_{0}m} \sum_{i} \frac{f_{i}}{\omega_{0i}^{2} - \omega^{2}}.$$
 (4.14)

*Дисперсионные кривые*. Проанализируем дисперсионную формулу (4.13) для колебания одного оптического электрона.

1. В областях от  $\omega = 0$  до  $\omega \le \omega_0$ ,  $n^2 > 1$  и возрастает с увеличением  $\omega$  от 1 до  $+\infty$  (нормальная дисперсия).

- 2. В областях от  $\omega > \omega_0$  до  $\omega = \infty$ ,  $n^2 < 1$  и возрастает от  $-\infty$  до 1 (нормальная дисперсия).
  - 3. При  $\omega = \omega_0$ ,  $n^2 = \pm \infty$  (аномальная дисперсия). График зависимости  $n = f(\omega)$  имеет вид, изображенный на рис. 4.3

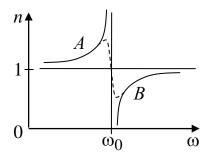


Рис. 4.3 Зависимость  $n = f(\omega)$  для одного оптического электрона

Область AB — область аномальной дисперсии (n убывает при возрастании  $\omega$ ). Вблизи собственной частоты  $\omega_0$  функция (13) терпит разрыв. Такое поведение функции обусловлено тем, что мы пренебрегли затуханием колебаний за счет излучения (так называемым трением излучения). Напомним, что при пренебрежении трением амплитуда вынужденных колебаний при резонансе обращается в бесконечность. Учет трения излучения приводит к зависимости  $n = f(\omega)$ , изображенной на рис 4.3 пунктирной линией.

Если считать, что в молекуле содержится несколько оптических электронов, причем  $f_1$  из них имеет собственную частоту  $\omega_{01}$ ,  $f_2$  – собственную частоту  $\omega_{02}$ , то вблизи каждой из частот наблюдается аномальная дисперсия. Зависимость  $n = f(\omega)$  изображена на рис. 4.4.

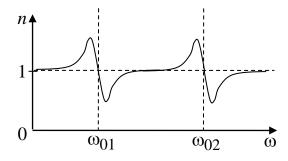


Рис. 4.4 Зависимость  $n=f(\omega)$  для  $f_i$  оптических электронов

# 4.3. Поглощение (абсорбция) света

При прохождении световой волны через вещество часть энергии волны затрачивается на возбуждение колебаний электронов. Частично эта энергия возвращается излучению в виде вторичных волн, порождаемых электронами;

частично же она переходит в энергию движения атомов, т.е. во внутреннюю энергию вещества. Поэтому интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается — свет поглощается в веществе. Вынужденные колебания электронов, а следовательно и поглощение света, становятся особенно интенсивными при резонансной частоте.

Таким образом, *поглощение света* — явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны во внутреннюю энергию вещества или энергию вторичного излучения, которое имеет другой спектральный состав.

В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество убывает по экспоненциальному закону. Поглощение света в веществе описывается законом Бугера (1698-1758г.г.)

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \tag{4.15}$$

где  $I_0$ — интенсивность света на входе в поглощающий слой; x — толщина слоя;  $\alpha$  — *показатель поглощения*, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества и не зависящий от интенсивности света.

Продифференцировав соотношение (4.15), получим

$$dI = -\alpha I_0 e^{-\alpha x} dx = -\alpha I dx. \tag{4.16}$$

Из этого выражения следует, что убыль интенсивности на пути dx пропорциональна длине этого пути и значению самой интенсивности. Коэффициентом пропорциональности служит показатель поглощения  $\alpha$ . Из формулы (4.16) вытекает также, что при  $x=\frac{1}{\alpha}$  интенсивность света I по сравнению с  $I_0$  уменьшается в e=2,72 раз:  $\frac{I_0}{I}=e$ . Таким образом, показатель поглощения есть величина, обратная толщине слоя, при прохождении которого интенсивность света убывает в e раз.

Теоретическое обоснование этому закону дал Ламберт, в связи с чем этот закон называется *законом Бугера-Ламберта* 

$$I = I_0 e^{-d_{\lambda} x},\tag{4.17}$$

где  $d_{\lambda}$  – монохроматический натуральный показатель поглощения.

Показатель поглощения зависит от длины волны (или частоты  $\omega$ ) и для различных веществ различен. В таблице 4.1 приведены характеристики спектров поглощения для различных веществ

Таблица 4.1. Спектры поглощения (зависимость  $d_\lambda$  от  $\lambda$ )

Вещества	Вид спектра	Пояснение
Изолированные	Линейчатый	Показатель поглощения $d_{\lambda}$ близок к
атомы (одноатом-	спектр	нулю. В узких спектральных
ные газы и пары	поглощения	областях ( $\lambda = 10^{-12} - 10^{-11} \text{ м}$ ) $d_{\lambda} \neq 0$
металлов при не-		и наблюдаются резкие максимумы –
высоком давле-		линейчатый спектр поглощения. Эти
нии)		линии соответствуют резонансным
		частотам колебаний электронов в
		атомах.
Молекулы (газы	Полосы	$d_{\lambda}$ отличен от нуля в широких
при высоких дав-	поглощения	областях длин волн (λ=
лениях, жидкости	(молекулярный	$10^{-10} - 10^{-7}$ м). Спектр опреде-
и твердые тела)	спектр	ляется колебаниями атомов в
	поглощения)	молекулах.
Диэлектрики	Сплошной спектр	$d_{\lambda}$ невелико и принимает значения
(свободные	поглощения	$\sim 10^{-3} - 10^{-5}$ см <sup>-1</sup> . Наблюдается се-
электроны		лективное поглощение в опре-
отсутствуют)		деленных интервалах длин волн,
		когда $d_{\lambda}$ резко возрастает и
		наблюдаются широкие полосы
		поглощения. Поглощение света
		обусловлено явлением резонанса
		при вынужденных колебаниях
		электронов в атомах и молекулах
		диэлектрика.
Металлы	Непрозрачны для	$d_{\lambda} \approx 10^3 - 10^5 \text{cm}^{-1}$ принимает боль-
	света	шие значения. В металлах из-за
		наличия свободных электронов
		возникают быстропеременные токи,
		сопровождающиеся выделением

джоулевого тепла. Поэтому энергия	
световой волны быстро умень-	
шается, превращаясь во внутреннюю	
энергию металла.	

На рис. 4.5. представлена типичная зависимость показателя поглощения от длины волны света  $\lambda$  и зависимость показателя преломления n от  $\lambda$  в области поглощения. Внутри полосы поглощения наблюдается аномальная дисперсия (n убывает с уменьшением  $\lambda$ ).

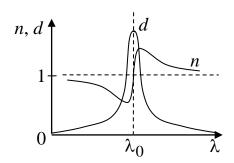


Рис. 4.5 Зависимости  $d(\lambda)$  и  $n(\lambda)$ 

Зависимостью показателя поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, если стекло слабо поглощает красные и оранжевые лучи и сильно поглощает зеленые и синие, то при освещении белым светом оно будет казаться красным. Если на такое стекло направить зеленый или синий свет, то из-за сильного поглощения света этих длин волн стекло будет казаться черным. Разнообразие пределов селективного (избирательного) поглощения у различных веществ объясняет разнообразие и богатство цветов и красок, наблюдаемых в окружающем мире.

Явление поглощения используется для изготовления *светофильтров*, которые в зависимости от химического состава пропускают свет только определенных длин волн, поглощая остальные. Изучение спектров поглощения является одним из основных методов количественного и качественного исследования вещества.

#### 4.4. Рассеяние света

С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атомах. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям. В случае однородной среды

вторичные волны, являясь когерентными, полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому перераспределения света по направлениям, т.е. рассеяния света не происходит. Вторичные волны не погашают друг друга в боковых направлениях только при распространении в неоднородной среде. Световые волны дифрагируют на неоднородностях среды и дают дифракционную картину, характеризующуюся равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на мелких неоднородностях называют рассеянием света.

Таким образом, *рассеяние света* — это процесс преобразования света веществом, сопровождающийся изменением направления распространения света и появлением несобственного свечения вещества.

Среды с явно выраженной оптической неоднородностью носят название *мутных сред*. Это среды, в которых взвешено множество очень мелких частиц инородных веществ – аэрозоли, облака, дым, туман, эмульсии и т.д. Механизм рассеяния обусловлен нарушением оптической однородности среды, при котором показатель преломления среды не постоянен, а изменяется от точки к точке. Такое рассеяние света называется эффектом Тиндаля. Например, узкий пучок солнечных лучей, проходя через запыленный воздух, рассеивается на пылинках и становится видимым.

Закон Рэлея. Если размеры частиц мутной среды малы по сравнению с длиной волны света (не более  $0,1\lambda$ ), интенсивность рассеянного света I оказывается пропорциональной четвертой степени частоты или обратно пропорциональной четвертой степени длины волны:

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4} \tag{4.18}$$

Чистые среды. Даже тщательно очищенные от посторонних примесей и загрязнений жидкости и газы в некоторой степени рассеивают свет. Механизм средах обусловлен рассеивания в чистых флуктуациями концентрации, возникающими в процессе хаотического плотности теплового движения молекул среды. Поэтому рассеяние света в чистых средах называется молекулярным. Молекулярным рассеиванием объясняется голубой цвет неба. Непрерывно возникающие в атмосфере, вследствие беспорядочного молекулярного движения, места сгущения и разряжения воздуха рассеивают солнечный свет. Согласно закону Рэлея, интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны, поэтому голубые и синие лучи рассеиваются сильнее, чем желтые и красные, обуславливая голубой цвет неба. По этой же причине свет, прошедший через значительную толщу атмосферы, оказывается обогащенным более длинными волнами (сине-фиолетовая часть спектра полностью рассеивается), и поэтому при закате и восходе Солнце кажется Флуктуация плотности И интенсивность рассеяния возрастают с увеличением температуры. Поэтому в ясный летний день цвет неба является более насыщенными по сравнению с таким же зимним днем.

Излучение Вавилова-Черенкова. В 1934 г. П.А. Черенков обнаружил особый вид свечения жидкостей под воздействием у-лучей радия. Вавилов высказал правильное предположение, что источником свечения быстрые электроны, создаваемые у-лучами. Это явление получило название эффекта Вавилова-Черенкова. Его полное теоретическое объяснение было дано И.Е. Таммом и И.М. Франком. Согласно электромагнитной теории заряд, движущийся равномерно, не излучает электромагнитных волн. Однако, при движении релятивистских заряженных частиц в среде с постоянной скоростью о, превышающей фазовую скорость света в этой среде, т.е. при условии  $\upsilon > \frac{c}{\iota}$ , возникает электромагнитное излучение, названное излучением Вавилова-Черенкова – излучение света заряженными частицами. Эффект Вавилова-Черенкова наблюдался экспериментально для электронов, протонов и мезонов, при движении их в жидких и твердых средах. В излучении преобладают короткие волны, поэтому оно имеет голубую окраску. Наиболее характерным свойством этого излучения является то, что оно распространяется не по всем направлениям, а лишь по тем, которые составляют острый угол с траекторией частицы

$$\cos\Theta = \frac{c}{nv}. (4.19)$$

Эффект Вавилова-Черенкова широко применяется в экспериментальной технике. На нем основаны электромагнитные методы для регистрации частиц высоких энергий и определения их свойств (направление движения, величина и знак заряда, энергия). В черенковских счетчиках частица регистрируется мгновенно: при движении заряженной частицы в среде со скоростью, превышающей фазовую скорость света в данной среде, возникает световая вспышка, преобразуемая с помощью фотоэлектронного умножителя в импульс тока. Так физиком Э. Сегре в 1955 г. был открыт антипротон (коротко живущая античастица).

### Контрольные вопросы

- 1. Что такое дисперсия света? Что показывает дисперсия света?
- 2. Что такое нормальная дисперсия, аномальная дисперсия?
- 3. Как связаны между собой преломляющий угол призмы и угол отклонения ею лучей?
- 4. В чем состоит различие дифракционного и призматического спектров?
- 5. Какие трудности возникают при объяснении дисперсии света с точки зрения электромагнитной теории Максвелла? Как объясняет дисперсию света классическая электронная теория Лоренца?
- 6. Какие электроны называются оптическими? Получите дисперсионную формулу для колебания одного оптического электрона, f электронов. Проанализируйте формулы, постройте график зависимости  $n(\omega)$ .
- 7. Что называется абсорбцией (поглощением) света? Запишите закон Бугера-Ламберта.
- 8. При каких условиях интенсивность света при прохождении его через вещество уменьшается в е раз?
- 9. Что такое спектр поглощения? Какой вид имеет спектр поглощения а) изолированных атомов, б) молекул, в) диэлектриков, г) металлов? Почему металлы сильно поглощают свет?
  - 10. Что такое светофильтры, как они работают?
- 11. Что такое рассеяние света? Каков механизм рассеяния света в мутных и прозрачных средах?

#### Задачи

- 1. На стеклянную призму с преломляющим углом  $A = 55^{\circ}$  падает луч света под углом  $\alpha_1 = 30^{\circ}$ . Определите угол отклонения  $\phi$  луча призмой, если показатель преломления n стекла равен 1,5. [ $\phi = 35^{\circ}40'$ ].
- максимальную 2. Определите скорость вынужденных колебаний свободного электрона  $(\omega_0 = 0),$ если точке его нахождения работающий на радиопередатчик, частоте 500 кГц, создает поле электромагнитного излучения  $E_0 = 10$  мВ/см. [55,9 км/с].
- 3. При прохождении света в некотором веществе пути x его интенсивность уменьшилась в 3 раза. Определите, во сколько раз уменьшится интенсивность света при прохождении им пути 2x. [в 9 раз].
  - 4. Почему трава зеленая?
  - 5. Почему небо голубое?

### ЛЕКЦИЯ 5. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

## 5.1. Естественный и поляризованный свет

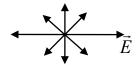
*Поляризацией* называется совокупность явлений волновой оптики, в которых проявляется поперечность световых волн.

Согласно теории Максвелла, световые волны поперечны: векторы напряженностей электрического  $\vec{E}$  и магнитного  $\vec{H}$  полей световой волны взаимно перпендикулярны и колеблются перпендикулярно вектору скорости  $\vec{v}$  распространения волны. Для описания закономерностей поляризации света достаточно знать поведение одного из этих векторов. Обычно все рассуждения ведутся относительно *светового вектора*  $\vec{E}$  — вектора напряженности электрического поля. Это обусловлено тем, что при действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая поля волны, действующая, на электроны в атомах вещества.

Свет – это суммарное электромагнитное излучение множества атомов. Атомы излучают световые волны независимо друг от друга, поэтому световая волна, излучаемая телом, характеризуется всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора. Плоскость, в которой колеблется вектор электрической напряженности, называют плоскостью поляризации.



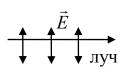
Eственный свет (или неполяризованный) — это свет со всевозможными равновероятными направлениями колебаний вектора  $\vec{E}$  (и, следовательно  $\vec{H}$ ).



 $\Pi$ лоскополяризованный свет — свет, в котором вектор  $\vec{E}$  колеблется только в одном направлении - перпендикулярном лучу (луч направлен к нам).



или



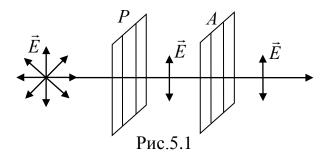
Эллиптически поляризованный свет — свет, в котором вектор  $\vec{E}$  изменяется со временем так, что его конец описывает эллипс, лежащий в плоскости, перпендикулярной лучу.

## 5.2. Получение плоскополяризованного света

Плоскополяризованный свет получают из естественного света с помощью устройств, называемых поляризаторами, которые пропускают колебания только определенного направления. Поляризатор пропускает колебания параллельные главной плоскости поляризатора и полностью задерживает колебания, перпендикулярные этой плоскости. Плоскость, в которой пропускаются колебания вектора  $\vec{E}$ , называется плоскостью пропускания (главной плоскостью) поляризатора. Некоторые кристаллы способны поглощать свет, причем поглощение света зависит от направления колебаний вектора  $\vec{E}$  электромагнитной волны. Так пластинка из кристалла турмалина толщиной 1 мм практически полностью поглощает луч одной поляризации и пропускает другой, т.е. является поляризатором.

Человеческий глаз не отличает поляризованный свет от естественного света, а необходимость установить, каким он является, возникает в оптике достаточно часто. Такая задача вполне разрешима, если воспользоваться *законом Малюса*. Для анализа плоскополяризованного света используют те же поляризаторы (P), называемые анализаторами (A). Рассмотрим возможные положения главных плоскостей поляризатора и анализатора:

а) главные плоскости P и A параллельны друг другу: плоскополяризованный свет полностью проходит через анализатор (рис. 5.1);



б) главные плоскости P и A перпендикулярны друг другу: свет через анализатор не проходит (рис. 5.2.);

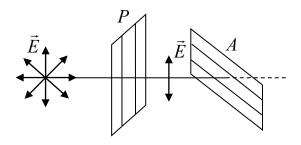


Рис. 5.2

в) главные плоскости P и A ориентированы произвольно (составляют угол  $\alpha$ ): анализатор пропускает составляющую  $E_{||} = E_0 \cos \alpha$ , где  $\vec{E}_0$  – амплитуда светового вектора луча, прошедшего сквозь поляризатор (рис.5.3);

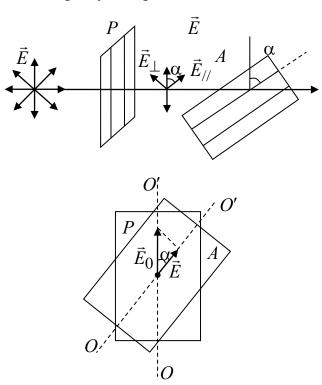


Рис. 5.3

Здесь  $\vec{E}_{\parallel}$  и  $\vec{E}_{\perp}$  – компонента вектора  $\vec{E}_{0}$ , параллельная и перпендикулярная главной плоскости анализатора, соответственно. Так как интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, то интенсивность света, прошедшего анализатор:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha. \tag{5.1}$$

Соотношение (1) называется *законом Малюса*: интенсивность света, прошедшего последовательно через поляризатор и анализатор, равна произведению интенсивности света, прошедшего через поляризатор, на квадрат косинуса угла между их главными плоскостями. Здесь  $I_0$  – интенсивность света, падающего на анализатор; I – интенсивность света, вышедшего из анализатора.

Рассмотрим прохождение естественного света через два поляризатора (поляризатор и анализатор). Интенсивность плоскополяризованного света, вышедшего из первого поляризатора:

$$I_0 = \frac{1}{2}I_{\text{ect}}.$$
 (5.2)

Интенсивность света, прошедшего через второй поляризатор (анализатор):

$$I = I_0 \cos^2 \alpha$$
 или  $I = \frac{1}{2} I_{\text{ect}} \cos^2 \alpha$ . (5.3)

Из формул (3) следует, что наибольшая интенсивность  $I = I_0$ , получается при  $\alpha = 0$  (  $\cos^2 \alpha = 1$  ), когда поляризаторы параллельны.

$$I_{\text{max}} = \frac{1}{2}I_{\text{ecr}}.$$
 (5.4)

Свет не проходит через анализатор, если  $\cos^2\alpha=0$  при  $\alpha=\frac{\pi}{2}$  (поляризаторы скрещены), т.е.:

$$I_{\min} = 0. \tag{5.5}$$

Из сказанного следует, что если необходимо определить поляризован ли свет, то нужно воспользоваться анализатором и, вращая его, следить за интенсивностью прошедшего света. Если интенсивность меняется, то свет

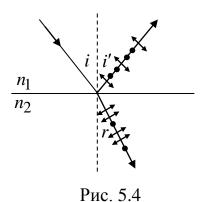
частично или полностью поляризован. Как уже упоминалось, можно определить степень поляризации:

$$P = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{\text{min}}},\tag{5.6}$$

где  $I_{\max}$  и  $I_{\min}$  — максимум и минимум интенсивности частично поляризованного света. Для естественного света  $I_{\min}=I_{\max}$  и P=0. Для плоскополяризованного света  $I_{\min}=0$  и P=1.

### 5.3. Поляризация света при отражении и преломлении света

Явление поляризация света наблюдается при отражении и преломлении света на границе прозрачных изотропных диэлектриков. Таким образом, поляризованный свет можно получить, используя явления отражения и преломления света. Опытным путем установлено, что если угол падения естественного света на границу раздела, например воздуха и воды, отличен от нуля, то отраженный и преломленный лучи частично поляризованы (рис. 5.4).



В отраженном луче преобладают колебания, перпендикулярные к плоскости падения луча (обозначены точками), а в преломленном луче – колебания, параллельные плоскости падения (обозначены стрелками).

Исследования, проведенные *Брюстером*, показали, что степень поляризации зависит от угла падения. Он установил, что если тангенс угла падения  $i_B$  равен относительному показателю преломления  $n_{21} = n_2/n_1$ , т.е.

$$tgi_B = n_{21},$$
 (5.7)

то отраженный свет будет полностью поляризованным, а преломленный достигает максимальной степени поляризации. Соотношение (5.7) называют

законом Брюстера, а угол  $i_B$  – углом Брюстера или углом полной поляризации.

При падении естественного света под углом Брюстера  $i_B$  отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны (рис. 5.5).

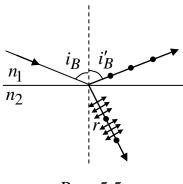


Рис. 5.5

Докажем это:

$$tgi_{B} = \frac{\sin i_{B}}{\cos i_{B}}$$

$$\frac{\sin i_{B}}{\sin r} = n_{21}$$

$$\Rightarrow \cos i_{B} = \sin r.$$

Следовательно,  $i_B=r$  , но  $i_B'=i_B$  по закону отражения, поэтому  $i_B'+r=\pi/2$  .

Степень поляризации преломленного света можно значительно повысить, если многократно преломлять его при условии падения света каждый раз на границу раздела под углом Брюстера. Например, для стекла степень поляризации преломленного луча повышается от 15 % до почти 100 % после преломления на 8-10 наложенных друг на друга стеклянных пластинок (стопы). Вышедший из стопы свет будет практически полностью поляризованным.

## 5.4. Поляризация при двойном лучепреломлении

Двойное лучепреломление — это способность анизотропных веществ расщеплять падающий световой луч на два луча, распространяющихся в разных направлениях с различной фазовой скоростью и поляризованных во взаимно перпендикулярных направлениях. Это явление было впервые обнаружено в 1669 г. датским ученым Э. Бартолином для исландского шпата (CaCO<sub>3</sub>). Прежде чем говорить об особенностях распространения света в оптически анизотропных средах введем некоторые определения:

*Анизотропия веществ* – зависимость физических свойств веществ от направления.

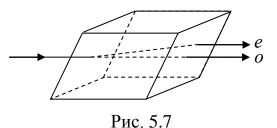
*Оптическая ось кристалла* — направление в оптически анизотропном кристалле, по которому свет распространяется не испытывая двойного лучепреломления.

*Одноосные и двуосные кристаллы* – кристаллы с одним или двумя направлениями, вдоль которых отсутствует двойное лучепреломление (т.е. имеют одну или две оптические оси).

Главная плоскость (главное сечение) кристалла — плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла.

Почти все прозрачные кристаллы оптически анизотропны, т.е. обладают способностью двойного лучепреломления. Исключением являются кристаллы кубической формы (каменная соль).

Рассмотрим исландский шпат (одноосный кристалл). При падении узкого светового пучка на достаточно толстый кристалл из него выходят два пространственно разделенных луча, параллельных друг другу и падающему лучу — обыкновенный (o) и необыкновенный (e) (рис. 5.7).



Обыкновенный луч является продолжением первичного луча, а второй – необыкновенный луч отклоняется.

Исследования обыкновенного и необыкновенного лучей показывают, что «o» и «e» — лучи полностью поляризованы во взаимно перпендикулярных направлениях: колебания вектора  $\vec{E}$  в o-луче происходят перпендикулярно главной плоскости кристалла, в e-луче — в главной плоскости (рис. 5.8.).

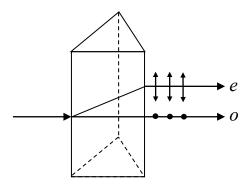


Рис.5.8

Неодинаковое преломление обыкновенного и необыкновенного лучей указывает на различие для них показателей преломлении. При любом направлении обыкновенного луча колебания светового вектора перпендикулярны оптической оси кристалла, поэтому обыкновенный луч распространяется в кристалле по всем направлениям с одинаковой скоростью  $v_o = \frac{c}{n_o}$ , где  $n_o$  — показатель преломления o-луча. Следовательно,

показатель преломления  $n_o$  для него есть величина постоянная.

Необыкновенные (e) лучи распространяются в кристалле по различным направлениям с разными скоростями  $\upsilon_e = \frac{c}{n_e}$  в (зависимости от угла между вектором  $\vec{E}$  и оптической осью). Следовательно, показатель преломления  $n_e$  необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча. Таким образом, *обыкновенный* луч подчиняется закону преломления, а для *необыкновенного* луча этот закон не выполняется. После выхода из кристалла, если не принимать во внимание поляризацию во взаимно перпендикулярных плоскостях, эти два луча ничем друг от друга не отличаются.

Для луча, распространяющегося вдоль оптической оси  $n_o = n_e$ ,  $\upsilon_o = \upsilon_e$ , т.е. вдоль оптической оси существует только одна скорость распространения света. Различие в  $\upsilon_e$  и  $\upsilon_o$  для всех направлений, кроме направления оптической оси, и обусловливает явление двойного лучепреломления света в одноосных кристаллах.

В качестве примера приведем показатели преломления для о- и е – лучей в различных веществах:

Исландский шпат  $n_o=1,658$   $n_e=1,486$  Кварц  $n_o=1,543$   $n_e=1,552$  Лед  $n_o=1,309$   $n_e=1,310$  Натриевая селитра  $n_o=1,585$   $n_e=1,337$ 

# Контрольные вопросы

- 1. Что называют естественным светом? Плоско поляризованным светом? Частично поляризованным? Эллиптически поляризованным светом?
- 2. Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
  - 3. Что такое степень поляризации?
- 4. Как практически отличить плоско поляризованный свет от естественного света? Сформулируйте закон Малюса.

- 5. Чем замечателен угол Брюстера? Сформулируйте закон Брюстера.
- 6. Покажите, что при выполнении закона Брюстера отраженный и преломленный лучи взаимно перпендикулярны.
- 7. Что такое анизотропия вещества, оптическая ось кристалла? Чем отличаются одноосные кристаллы от двухосных кристаллов?
  - 8. В чем заключается двойное лучепреломление? Чем оно обусловлено?
  - 9. Чем отличается обыкновенный луч от необыкновенного?
- 10. Какие поляризационные приборы вы знаете? В чём заключается принцип их действия?

#### Задачи

- 1. Каков угол между плоскостями анализатора и поляризатора, если интенсивность естественного света пропущенного через поляризатор и анализатор уменьшилась в 2 раза?
- 2. Найти показатель преломления стекла, если при отражении от него отраженный свет будет полностью поляризован при угле преломления  $30^{\circ}$ .
- 3. Под каким углом к горизонту должно находиться Солнце, чтобы свет, отраженный от поверхности озера, был полностью поляризован?

## ЛЕКЦИЯ 6. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

### 6.1. Тепловое излучение и его характеристики

Все тела в той или иной степени излучают электромагнитные волны. Например, сильно нагретые тела светятся, а при обычных температурах являются источниками только невидимого инфракрасного излучения.

Электромагнитное излучение, испускаемое веществом и возникающее за счет его внутренней энергии называется тепловым, или температурным, излучением. Оно зависит только от температуры и оптических свойств излучающего тела. Если расход энергии тела на тепловое излучение не восполняется за счет подвода к телу теплоты, то его температура постепенно понижается, а тепловое излучение уменьшается. Тепловое излучение свойственно всем телам при температуре выше 0 К.

Тепловое излучение — единственный вид излучения, которое является равновесным: расход энергии тела на тепловое излучение компенсируется за счет поглощения телом такого же количества энергии падающего на него излучения. Равновесное излучение устанавливается в адиабатически замкнутой системе (т.е. такой, которая не обменивается теплотой с внешней средой), все тела которой находятся при одной и той же температуре.

*Тепловое излучение* характеризуется сплошным спектром, положение максимума которого зависит от температуры. При высоких температурах излучаются короткие (видимые и ультрафиолетовые) электромагнитные волны, при низких – преимущественно длинные (инфракрасные).

Характеристики теплового излучения.

1. Спектральная плотность объемной плотности энергии излучения – спектральная характеристика равновесного излучения:

$$\rho(v,T) = \frac{d\omega}{\partial v},\tag{6.1}$$

где  $d\omega$  — энергия равновесного излучения с частотами от  $\nu$  до  $\nu + d\nu$ , заключенная в единице объема поля излучения.

Объемная плотность энергии этого поля:

$$\omega = \int_{0}^{\infty} \rho(v, T) dv.$$
 (6.2)

Равновесное излучение изотропно, т.е. все направления его распространения равновероятны. Энергия dW равновесного излучения в вакууме с частотами от v до v + dv, падающего за единицу времени на единицу площади поверхности каждого из тел термодинамически равновесной системы, равна:

$$dW = \frac{c}{4}\rho(v,T)dv, \qquad (6.3)$$

где c — скорость света в вакууме.

2. Энергетическая светимость (интегральная испускательная способность) тела — это физическая величина  $R_e$ , численно равная энергии электромагнитных волн всевозможных частот (или длин волн) от 0 до  $\infty$ , излучаемых за единицу времени с единицы площади поверхности тела

$$R_e = \frac{W}{St},\tag{6.4}$$

Единица измерения энергетической светимости  $R_e - \frac{Дж}{{_M}^2 \cdot c} = \frac{B_T}{{_M}}$ .

3. Спектральной плотностью энергетической светимости (испускательной способностью) тела называется физическая величина, численно равная отношению энергии dW, излучаемой за единицу времени с единицы площади поверхности тела посредством электромагнитных волн в узком интервале частот от v до v+dv (или длин волн в вакууме от  $\lambda$  до  $\lambda+d\lambda$ ) к ширине этого интервала:

$$R_{V,T} = \frac{dW}{dV}$$
 или  $R_{\lambda,T} = \frac{dW}{d\lambda}$ . (6.5)

Другими словами – это *мощность излучения* с единицы площади поверхности тела в интервале частот единичной ширины.

Единица измерения спектральной плотности энергетической светимости  $R_{\mathrm{V},T}-\frac{\mathrm{Д}\mathrm{ж}}{\mathrm{M}^2}$  .

Установим связь между  $R_{\nu,T}$  и  $R_{\lambda,T}$ . Так как скорость света в вакууме  $c=\lambda \nu$  , то длина волны  $\lambda=\frac{c}{\nu}$  и частота волны  $\nu=\frac{c}{\lambda}$  . Тогда:

$$R_{\nu,T} = \frac{dW}{d\nu} \Rightarrow dW = R_{\nu,T} d\nu$$

$$R_{\lambda,T} = \frac{dW}{d\lambda} \Rightarrow dW = R_{\lambda,T} d\lambda$$

$$\Rightarrow R_{\nu,T} d\nu = R_{\lambda,T} d\lambda \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{\nu,T} = R_{\lambda,T} \frac{d\lambda}{\partial \nu} = R_{\lambda,T} \frac{\partial \left(\frac{c}{\nu}\right)}{\partial \nu} = R_{\lambda,T} \left(-\frac{c}{\nu^2}\right) \Rightarrow R_{\nu,T} = R_{\lambda,T} \left(-\frac{\lambda^2}{c}\right) \quad (6.6)$$

Знак «—» показывает, что с возрастанием частоты  $\nu$  длина волны  $\lambda$  убывает. Значения  $R_{\nu,T}$  и  $R_{\lambda,T}$  зависят от частоты (длины) волны, температуры, химического состава тела и состояния его поверхности.

Энергетическая светимость тела  $R_e$  связана с  $R_{{
m V},T}$  и  $R_{{
m \lambda},T}$  соотношениями:

$$R_e = \int_{0}^{\infty} R_{V,T} dV = \int_{0}^{\infty} R_{\lambda,T} d\lambda.$$
 (6.7)

Суммирование производится по всем частотам (длинам волн).

4. Поглощательная способность (монохроматический коэффициент поглощения) тела — это безразмерная величина  $A_{\mathbf{v},T}$ , показывающая, какая доля энергии электромагнитных волн с частотами от  $\mathbf{v}$  до  $\mathbf{v}+d\mathbf{v}$ , падающих на поверхность тела, поглощается им:

$$A_{V,T} = \frac{dW_{\Pi \cap \Gamma \Pi}}{dW_{\Pi \cap \Pi}} \le 1. \tag{6.8}$$

Значение  $A_{\mathbf{V},T}$  зависит от частоты, температуры, химического состава тела и состояния его поверхности.

## 6.2. Черное и серое тело

Абсолютно черным телом (АЧТ) называется тело, которое полностью поглощает все падающее на него излучение независимо от направления падающего излучения, его спектрального состава и поляризации, ничего не отражая и не пропуская. Иными словами, АЧТ — это тело, способное поглощать энергию электромагнитных волн любой частоты при любой температуре. Спектральная поглощательная способность АЧТ для всех

частот и температур равна единице ( $A_{v,T}^{q} \equiv 1$ ). Моделью АЧТ может служить почти замкнутая полость с небольшим отверстием (рис. 6.1).

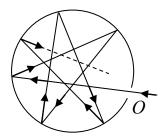


Рис. 6.1

Свет, падающий внутрь полости через отверстие *O*, претерпевает многократные отражения от стенок. При этом энергия падающего света практически полностью поглощается стенками полости независимо от их материала. *Черных тел* в природе нет, но сажа, черный бархат, платиновая чернь, в определенном интервале частот по своим свойствам близки к черным телам.

Наряду с понятием *черного тела* используют понятие *серого тела* – тела, поглощательная способность которого меньше единицы, но одинакова для всех частот и зависит только от температуры:  $A_{v,T}^c = A_{cep} = const < 1$ .

## 6.3. Закон Кирхгофа

Между испускательной способностью  $R_{v,T}$  и поглощательной способностью  $A_{v,T}$  любого непрозрачного тела имеется количественная связь, которую установил Кирхгоф, опираясь на второй закон термодинамики и анализируя условия равновесного излучения в изолированной системе тел. Отношение испускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от природы тела и равно испускательной способности АЧТ при тех же значениях температуры и частоты (закон Кирхгофа):

$$\frac{R_{v,T}}{A_{v,T}} = r_{v,T},\tag{6.9}$$

где  $r_{{
m V},T}$  — универсальная функция Кирхгофа — испускательная способность черного тела. (Учли, что для АЧТ  $A_{{
m V},T}\equiv 1$ , поэтому из закона Кирхгофа (6.9) следует, что  $R_{{
m V},T}=r_{{
m V},T}$ ).

Выводы из закона Кирхгофа:

- 1. Испускательная способность любого тела в любой области спектра всегда меньше испускательной способности черного тела (при тех же значениях температуры T и частоты  $\nu$ ).
- 2. Если тело при данной температуре T не поглощает электромагнитные волны в интервале от  $\nu$  до  $\nu+d\nu$  ( $A_{\nu,T}\equiv 0$ ), то оно их в этом интервале частот при температуре T не излучает, так как  $\nu,T=A_{\nu,T}\cdot r_{\nu,T}=0$ .

Таким образом, тело, которое сильнее поглощает, сильнее и излучает, следовательно, темные места в раскаленных предметах светятся ярче, если сравнение происходит при одинаковой температуре. На рис. 6.2 изображена холодная (а) и раскаленная фарфоровая тарелка (б), с нанесенным на нее темным рисунком:



Рис. 6.2

Используя закон Кирхгофа, выражение для э*нергетической* светимости тела можно записать в виде

$$R_e = \int_{0}^{\infty} R_{V,T} dv = \int_{0}^{\infty} A_{V,T} r_{V,T} dv.$$
 (6.10)

Энергетическая светимость серого тела

$$R_e^{\rm c} = A_{\rm cep} \int_0^\infty r_{\rm v,T} d\rm v = A_{\rm cep} R_e, \qquad (6.11)$$

где  $R_e$  – энергетическая светимость черного тела:

$$R_e = \int_0^\infty r_{\nu,T} d\nu = \int_0^\infty r_{\lambda,T} d\lambda.$$
 (6.12)

Закон Кирхгофа описывает только тепловое излучение. Излучение, которое не подчиняется закону Кирхгофа, тепловым не является.

## 6.4. Законы Стефана-Больцмана и Вина

Важной задачей теории теплового излучения является нахождение явной зависимости энергетической светимости  $R_e$  черного тела от частоты и температуры. Й. Стефан и Л. Больцман установили такую зависимость, но не получили ответа относительно спектрального состава излучения черного тела.

Закон Стефана-Больцмана: энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его термодинамической температуры

$$R_{\rho} = \sigma T^4, \tag{6.13}$$

где  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{K}^4}$  – постоянная Стефана – Больцмана.

Немецкий физик B.Вин установил зависимость длины волны  $\lambda_{\max}$ , соответствующей максимуму функции  $r_{\lambda,T}$  от температуры T, но также не получил явного вида функции  $r_{\lambda,T}$ .

Закон смещения Вина: длина волны  $\lambda_{max}$ , соответствующая максимуму испускательной способности АЧТ, обратно пропорциональна его термодинамической температуре

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},\tag{6.14}$$

где  $b = 2.9 \cdot 10^{-3}$  м·К – постоянная Вина.

Энергия излучения АЧТ распределена неравномерно по его спектру. АЧТ почти не излучает в области очень *малых* и очень *больших* частот. По мере повышения температуры тела максимум функции  $r_{\lambda,T}$  *смещается* в сторону меньших длин волн (или тах функции  $r_{\upsilon,T}$  смещается в область больших частот) (рис. 6.3).

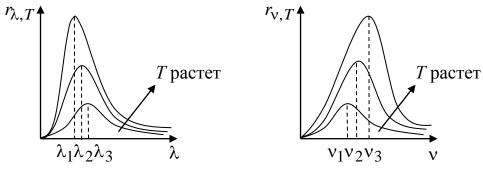


Рис. 6.3

Закон Вина называют *законом смещения* Вина, потому что он показывает смещение максимума функции  $r_{\lambda,T}$  по мере возрастания температуры в область коротких длин волн. Закон Вина объясняет, почему при понижении температуры нагретых тел в их спектре все сильнее преобладает длинноволновое излучение (например: переход белого каления в красное при остывании металла).

# 6.5. Формула Рэлея-Джинса

Все попытки теоретического обоснования в рамках классической физики экспериментально найденного вида функции Кирхгофа  $r_{v,T} = f(v,T)$  оказались безуспешными. Д.Рэлей и Д.Джинс применили к тепловому излучению методы статистической физики, воспользовавшись законом равномерного распределения энергии по степеням свободы, и получили формулу для испускательной способности АЧТ – формулу Рэлея-Джинса

$$r_{\mathbf{v},T} = \frac{2\pi \mathbf{v}^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi \mathbf{v}^2}{c^2} kT, \qquad (6.15)$$

где k — постоянная Больцмана;  $\langle \epsilon \rangle = kT$  — средняя энергия осциллятора с собственной частотой  $\nu$ .

Опыт показал, что область применения формулы Рэлея-Джинса ограничена:

- 1. Выражение (6.15) согласуется с экспериментальными данными только в области достаточно *малых* частот и больших температур.
- 2. В области *больших* частот формула (6.15) резко расходится с экспериментом и с законом смещения Вина.
- 3. Попытка получить закон Стефана-Больцмана из формулы Рэлея-Джинса приводит к абсурду. Действительно, вычисленная с использованием

выражения (6.15) энергетическая светимость черного тела при любой температуре и объемная плотность энергии равновесного излучения  $\omega$  бесконечно велики:

$$R_e = \int_{0}^{\infty} r_{V,T} dv = \int_{0}^{\infty} \frac{2\pi v^2}{c^2} kT dv = \frac{2\pi}{c^2} kT \int_{0}^{\infty} v^2 dv = \infty,$$
 (6.16)

в то время как по закону Стефана-Больцмана (6.13) энергетическая светимость черного тела пропорциональна четвертой степени температуры:  $R_e = \sigma T^4$ . Этот результат, к которому пришла классическая физика в задаче о спектральном распределении равновесного излучения, получил образное название «ультрафиолетовой катастрофы». Таким образом, в рамках классической физики не удалось объяснить законы распределения энергии в спектре черного тела.

## 6.6. Формула Планка

Правильное выражение для экспериментальной функции Кирхгофа удалось получить немецкому физику М.Планку в 1900 г. путем введения квантовой гипотезы, совершенно чуждой классической физике: излучение и поглощение света происходит не непрерывно, а дискретно, т.е. определенными порциями (квантами), энергия которых пропорциональна частоте у:

$$\varepsilon = h v = h \frac{c}{\lambda},\tag{6.17}$$

где  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  Дж · с – постоянная Планка.

В качестве теоретической модели АЧТ Планк взял наиболее простую модель излучающей системы в виде бесконечной системы гармонических осцилляторов со всевозможными собственными частотами v. Планк предположил, что распределение осцилляторов по всевозможным дискретным состояниям подчиняется распределению Больцмана

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{hv}{\frac{hv}{kT} - 1},\tag{6.18}$$

тогда испускательная способность (спектральная плотность энергетической светимости) черного тела

$$r_{v,T} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \langle \varepsilon \rangle = \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{hv}{e^{kT} - 1}.$$
 (6.19)

Таким образом, Планк вывел для универсальной функции Кирхгофа формулу

$$r_{V,T} = \frac{2\pi h v^3}{c^2} \frac{1}{\frac{hv}{kT} - 1},$$
(6.20)

которая, как оказалось, блестяще согласуется с экспериментальными данными по распределению энергии в спектрах излучения АЧТ во всем интервале частот и температур. На рис. 6.4 изображено сравнение теорий Рэлея-Джинса и Вина с теорией Планка.

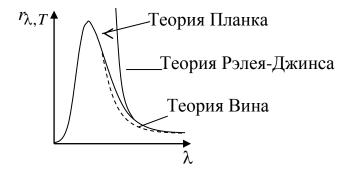


Рис. 6.4

#### 6.7. Вывод частных формул и законов из формулы Планка

Формула Планка не только хорошо согласуется с экспериментальными данными, но и содержит частные законы теплового излучения, а также позволяет вычислить постоянные в законах теплового излучения. Покажем это. В области малых частот, т.е. при hv << kT (энергия кванта много меньше энергии теплового движения), разложим экспоненциальную функцию в ряд,

ограничившись двумя первыми членами:  $e^{\frac{h \upsilon}{kT}} \approx 1 + \frac{h \upsilon}{kT}$ . Очевидно, что  $e^{\frac{h \upsilon}{kT}} - 1 \approx \frac{h \upsilon}{kT}$ . Подставим это выражение в формулу Планка (6.20) и найдем, что

$$r_{V,T} = \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{hv}{\frac{hv}{kT}} = \frac{2\pi v^2}{c^2} kT$$
,

т.е. формула Планка совпадает с формулой Рэлея-Джинса

При hv >> kT (энергия кванта много больше энергии теплового движения), из формулы Планка получается формула Вина

$$r_{v,T} = \frac{2\pi v^3}{c^2} \frac{1}{\frac{hv}{kT} - 1} = \frac{2\pi v^3}{c^2} e^{-\frac{hv}{kT}}.$$

Из формулы Планка можно получить закон Стефана-Больцмана  $R_{\rho} = \sigma T^4$ . Согласно (6.12) и (6.20)

$$R_e = \int_0^\infty r_{v,T} dv = \int_0^\infty \frac{2\pi v^2}{c^2} \frac{hv}{e^{kT} - 1} dv.$$

Введем безразмерную переменную

$$x = \frac{hv}{kT}$$
;  $dx = \frac{hdv}{kT}$ ;  $dv = \frac{dx \cdot kT}{h} = \frac{kT}{h}dx$ .

Тогда формула (6.12) преобразуется к виду

$$R_e = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} T^4 \int_{0}^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \sigma T^4,$$

где постоянная о:

$$\sigma = \frac{2\pi k^4}{c^2 h^3} \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3}, \text{ T.K. } \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}.$$

Таким образом, формула  $\Pi$ ланка позволяет получить закон Cтефана-Eольцмана. Подстановка числовых значений k, c и h дает для постоянной Cтефана-Eольцмана значение, хорошо согласующееся c экспериментальными данными.

Вывод: *формула Планка* — полное решение основной задачи теплового излучения. Ее решение стало возможным лишь благодаря квантовой гипотезе Планка.

## 6.8. Оптическая пирометрия

Оптической пирометрией называется совокупность оптических методов измерения высоких температур, основанных на законах теплового излучения. Приборы, применяемые для этого, называются пирометрами. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают радиационную, цветовую и яркостную температуры. В таблице 6.1 представлены характеристики этих температур.

## Радиационная, световая и яркостная температура.

Таблица 6.1

Температура	Определение	Определяющие	Пояснения
Радиационная ( <i>T</i> <sub>p</sub> )	Температура черного тела, при которой его энергетическая светимость $R_e$ равна энергетической светимости $R_{\rm T}$ исследуемого тела	формулы $R_e = \sigma T^4$ $R_T = \sigma T^4$ $T_p = \sqrt[4]{R_e/\sigma}$	Радиационная температура тела $T_{\rm p}$ всегда меньше его истинной температуры $T$ . $R_T^{\rm c} = A_T R_e = A_T \sigma T^4 = \sigma T_{\rm p}^4$
Цветовая ( $T_{\rm ц}$ )	Температура черного тела, при которой распределение энергии в спектре излучения исследуемого тела такое же, как в спектре черного тела при той же температуре	$T_{\text{II}} \frac{b}{\lambda_{\text{max}}}$	Для серых тел цветовая температура совпадает с истинной
Яркостная $(T_{\mathfrak{A}})$	Температура черного тела, при которой для	$r_{\lambda,T_{\mathfrak{R}}}=R_{\lambda,T}$	Истинная температура всегда выше

определенной длины	яркостной
волны его спектраль-	
ная плотность энер-	
гетической светимос-	
ти равна спектраль-	
ной плотности энер-	
гетической светимос-	
ти исследуемого тела	

### Контрольные вопросы

- 1. Какое излучение называется тепловым, каковы его свойства?
- 2. Каковы основные характеристики теплового излучения, их единицы измерения, от чего зависят их значения и как они связаны между собой?
- 3. Чем отличается серое тело от черного? Какие тела по своим свойствам близки к черным телам?
  - 4. Сформулируйте законы теплового излучения.
- 5. В чем заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
- 6. Куда сместится максимум спектральной плотности энергетической светимости  $r_{\lambda,T}$  черного тела с повышением температуры?
- 7. Почему закон Вина называется «законом смещения Вина»? Какова область его применения?
  - 8. Запишите формулу Рэлея-Джинса. Какова область ее применения?
  - 9. Что такое «ультрафиолетовая катастрофа»?
- 10. В чем состоит квантовая гипотеза Планка? Запишите формулу Планка. В чем ее ценность? При каких условиях из формулы Планка получается закон Стефана-Больцмана и формула Рэлея-Джинса?

#### Задачи

- 1. Определите, во сколько раз необходимо уменьшить термодинамическую температуру черного тела, чтобы его энергетическая светимость  $R_e$  ослабилась в 16 раз. [2].
- 2. Температура абсолютно черного тела понизилась с 1000 до 850 К. Определить, как и на сколько при этом изменилась длина волны, отвечающая максимуму распределения энергии. [0,51 мкм].
- 3. Максимум энергии излучения абсолютно черного тела приходится на длину волны 450 нм. Определите температуру и энергетическую светимость тела.

# ЛЕКЦИЯ 7. ВНЕШНИЙ ФОТОЭФФЕКТ И ЕГО ЗАКОНЫ

## 7.1. Виды фотоэффекта

Квантовой оптикой называется раздел оптики, занимающийся изучением явлений, в которых проявляются квантовые свойства света. К таким явлениям относятся: тепловое излучение, фотоэлектрический эффект, эффект Комптона, фотохимические процессы и др.

Фотоэффект в газах состоит в ионизации атомов и молекул газа под действием света и называется фотоионизацией.

В конденсированных телах (твердых и жидких) различают внешний и внутренний фотоэффекты.

Внешним фотоэффектом называется испускание электронов веществом под действием света. Электроны, вылетающие из вещества при внешнем фотоэффекте, называются фотоэлектронами, а электрический ток, образуемый ими при упорядоченном движении во внешнем электрическом поле, называется фототоком.

Внутренним фотоэффектом называется происходящее под действием света перераспределение электронов по энергетическим состояниям в твердых и жидких полупроводниках и диэлектриках. Под действием электромагнитного излучения электроны внутри полупроводника или диэлектрика переходят из связанного состояния в свободное состояние без вылета наружу. В результате изменяется концентрация носителей тока в среде, что приводит к возникновению фотопроводимости или вентильного фотоэффекта.

*Фотопроводимостью* называется увеличение электрической проводимости вещества под действием света.

Вентильным фотоэффектом называется возникновение под действием света ЭДС (фото-ЭДС) в системе, состоящей из контактирующих полупроводника и металла или двух разнородных полупроводников (например, в p-n переходе).

# 7.2. Законы фотоэффекта

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта были выполнены русским физиком А.Г.Столетовым. На рис. 7.1 показана схема установки для изучения внешнего фотоэффекта в металлах. Свет падает через кварцевое окошко Д на поверхность катода из исследуемого металла. Два электрода: катод К и анод А подключены к батарее так, что с помощью потенциометра R можно менять значение и знак подаваемого напряжения. Ток, возникающий

при освещении катода монохроматическим светом, измеряется гальванометром. Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности:

- 1. Наиболее эффективное воздействие оказывает ультрафиолетовый свет.
  - 2. Под действием света вещество теряет только отрицательные заряды.
- 3. Сила тока, возникающая под действием света прямо пропорциональна его интенсивности.

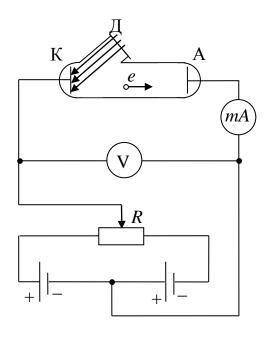


Рис. 7.1

На установке Столетова можно исследовать вольт-амперную характеристику фотоэффекта — зависимость фототока I от напряжения U между электродами. (рис. 7.2).

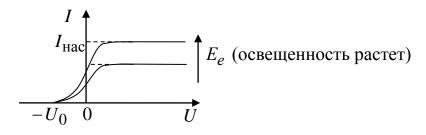


Рис. 7.2

Существование фототока при U=0 и отрицательных значениях от 0 до  $-U_0$  свидетельствует о том, что фотоэлектроны выходят из катода, имея начальную скорость и кинетическую энергию, т.е. достигают анода и при U=0. Чтобы фототок стал равен 0, необходимо приложить задерживающее

напряжение  $U_0$ . Максимальная скорость фотоэлектронов  $\upsilon_{\max}$  связана с задерживающим напряжением  $U_0$  соотношением

$$\frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = eU_0, \tag{7.1}$$

где e и m — заряд и масса электрона. Таким образом, измерив  $U_0$ , можно определить максимальную скорость  $\upsilon_{\max}$  и кинетическую энергию фотоэлектронов.

Фототок увеличивается с ростом U лишь до определенного значения — фототока насыщения  $I_{\rm Hac}$ . При фототоке насыщения все электроны, вылетающие из катода под действием света, достигают анода. Если n — это число электронов, испускаемых катодом за 1 с, то ток насыщения  $I_{\rm Hac}$  = en.

Опытным путем установлены три закона внешнего фотоэффекта.

 $1.\ 3$ акон Столетова: при неизменном спектральном составе света, падающего на фотокатод, фототок насыщения  $I_{\rm Hac}$  пропорционален энергетической освещенности катода  $E_e$ 

$$I_{\text{Hac}} \sim E_e. \tag{7.2}$$

Или: при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света  $n \sim E_{\rho}$ :

- 2. Для данного фотокатода максимальная начальная скорость фотоэлектронов зависит от частоты света и не зависит от его интенсивности.
- 3. Для каждого фотокатода (вещества) существует красная граница внешнего фотоэффекта, т.е. минимальная частота света  $v_0$ , при которой еще возможен внешний фотоэффект; эта частота  $v_0$  зависит от материала вещества и состояния его поверхности.

Второй и третий закон внешнего фотоэффекта не удается объяснить на основе классической электромагнитной теории света. Согласно этой теории вырывание электронов проводимости из металла является результатом их «раскачивания» в электромагнитном поле волны, которое должно усиливаться при увеличении интенсивности света и пропорциональной ей энергетической освещенности фотокатода (т.е. с увеличением интенсивности света, электроны получат большую кинетическую энергию). Однако этот вывод противоречит *второму* закону фотоэффекта.

Согласно волновой теории, энергия, передаваемая электронам пропорциональна интенсивности света. Следовательно, свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен выбивать электроны из металла, т.е. красной границы фотоэффекта не должно быть, а это противоречит третьему закону фотоэффекта. Таким образом, волновая теория при объяснении законов фотоэффекта зашла в тупик.

## 7.3. Квантовая теория внешнего фотоэффекта

Лишь квантовая теория света позволила успешно объяснить законы внешнего фотоэффекта. Развивая идеи М. Планка о квантовании энергии атомов – квантовых осцилляторов, А. Эйнштейн в 1905 году высказал гипотезу о том, что свет не только излучается, но так же распространяется в пространстве и поглощается веществом в виде отдельных дискретных фотонов. квантов электромагнитного излучения Bce фотоны монохроматического света частоты  $\nu$  имеют одинаковую энергию  $\varepsilon = h\nu$ , где h – постоянная Планка, и движутся в пространстве со скоростью света c в вакууме. При внешнем фотоэффекте электрон проводимости металла, поглощая фотон, получает его энергию hv. Для выхода из металла электрон должен совершить работу выхода  $A_{\text{вых}}$ .

Закон сохранения энергии при фотоэффекте. Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода  $A_{\rm вых}$  из металла и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону максимальной кинетической энергии

$$h\nu = A_{\rm BHX} + \frac{m\nu_{\rm max}^2}{2}. (7.3)$$

Это уравнение получило название – уравнение Эйнштейна. Проанализируем его.

- 1. По Эйнштейну, каждый фотон поглощается только одним электроном, поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света.
- 2. Из уравнения Эйнштейна следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего света и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни работа выхода  $A_{\rm Bыx}$ , ни частота  $\nu$  от интенсивности света не зависят

$$eU_0 = \frac{mv_{\text{max}}^2}{2} = hv - A_{\text{BMX}}.$$

3. Для данного металла работа выхода  $A_{\rm Bыx}={\rm const.}$  С уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается, поэтому при частоте  $v=v_0$ , соответствующей *красной границе* фотоэффекта, кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится. Тогда из уравнения Эйнштейна (7.3) при частоте  $v=v_0$  следует, что красная граница фотоэффекта зависит только от работы выхода электрона из металла

$$v_0 = \frac{A_{\text{BbIX}}}{h}.\tag{7.4}$$

- 4.  $\Phi$ отоэффект безынерциален, т.е. испускание фотоэлектронов происходит сразу, как только на фотокатод падает излучение с частотой  $v \ge v_0$ . Это свойство внешнего фотоэффекта явилось еще одним подтверждением квантового характера взаимодействия света с веществом. Заметим, что согласно классическим волновым представлениям требуется довольно значительное время для того, чтобы электромагнитная волна заданной интенсивности могла передать электрону энергию, достаточную для совершения им работы выхода.
- 5. При очень больших интенсивностях света, достижимых с помощью *пазеров*, наблюдается *многофотонный* или нелинейный фотоэффект, при котором электрон может одновременно получить энергию не одного, а N- фотонов. *Уравнение Эйнштейна* для многофотонного фотоэффекта примет следующий вид

$$Nhv = A + \frac{mv_{\text{max}}^2}{2}. (7.5)$$

*Красная граница N* — фотонного фотоэффекта  $(v_0) \cdot N = \frac{A}{Nh}$  смещается в сторону более длинных волн (меньших частот), т.е. законы фотоэффекта нарушаются.

## 7.4. Масса и импульс фотона. Давление света.

Согласно квантовой теории свет представляет собой поток особых частиц –  $\phi$ отонов, которые обладают энергией  $\varepsilon = h \nu$ , где h – постоянная Планка;  $\nu$  – частота света. Эта формула связывает корпускулярные свойства фотона – энергию  $\varepsilon$  с волновой характеристикой – частотой  $\nu$ . Световые частицы обладают также  $\mu$ 

*Массу* фотона можно определить из закона взаимосвязи между энергией и массой:

$$E = mc^2 \Rightarrow m = \frac{E}{c^2},\tag{7.6}$$

где c — скорость света в вакууме. Для фотона  $E=\varepsilon=h \nu$  , тогда масса фотона  $m_f=\frac{h \nu}{c^2}$  .

Фотоны движутся со скоростью света, они не существуют в состоянии покоя. Их масса покоя равна нулю  $m_0 = 0$ . Действительно, если свет остановить, то он прекратит свое существование. Это значит, что фотоны будут поглощены атомами или молекулами вещества, а энергия фотонов превратится в другие виды энергии. Так при поглощении света веществом, энергия фотонов переходит к электронам, в результате чего они могут покинуть вещество, т.е. происходит фотоэффект.

Фотон обладает импульсом

$$p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c^2} c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \tag{7.7}$$

учли что  $\frac{c}{v} = \lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны в вакууме;  $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$  Дж · с —

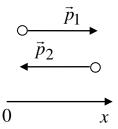
постоянная Планка;  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{c}}$  – скорость света в вакууме.

Так как волновое число  $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda}$ , то  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  и для импульса фотона можно записать выражение

$$p_f = \frac{h}{2\pi} k = \hbar k \,, \tag{7.8}$$

где  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$  — постоянная Планка «с чертой».

Экспериментальным доказательством наличия у фотонов импульса является световое давление. Свет производит давление на отражающие или поглощающие его тела. В квантовой оптике давление света истолковывается как результат передачи этим телам импульса фотонов при отражении и поглощении света. При столкновении с поверхностью тела каждый фотон передает ей свой импульс.



Пусть перпендикулярно к поверхности падает свет, и на единицу площади в единицу времени падает N фотонов. Часть из них поглотиться поверхностью и передаст ей импульс (импульс поглощенного фотона):  $p_1 = \frac{h v}{c}$ . Другая часть фотонов зеркально отразится и полетит в противоположном направлении с импульсом —  $p_2$ . Импульс  $p_2$ , переданный стенке отраженным фотоном:

$$p_2 = p_1 - (-p_1) = 2p_1 = \frac{2h\nu}{c}.$$
 (7.9)

*Давление света* равно импульсу, который передают за 1 секунду все N фотонов, падающих на единицу площади тела. Если обозначить через R – коэффициент отражения света, то число отраженных фотонов: NR, а число поглощенных фотонов: N(1-R). Следовательно,  $\partial$  авление света

$$P = RN \frac{2h\nu}{c} + (1 - R)N \frac{h\nu}{c} =$$

$$= RN \frac{2h\nu}{c} + N \frac{h\nu}{c} - RN \frac{h\nu}{c} = \frac{RNh\nu}{c} + \frac{Nh\nu}{c} \Longrightarrow$$

$$P = \frac{Nh\nu}{c} (R+1), \tag{7.10}$$

где  $Nh\nu=E_e$  — энергия всех фотонов, падающих на единицу площади (1 м²) поверхности в единицу времени, т.е. *интенсивность волны* или энергетическая освещенность. Мы учли, что  $\frac{I}{c}=\frac{E_e}{c}=\left<\omega\right>$  — средняя объемная плотность энергии падающего света. Тогда получим, что давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность тела:

$$P = \frac{Nh\nu}{c} (R+1) = \frac{E_e}{c} (R+1) = \langle \omega \rangle (R+1), \qquad (7.11)$$

где  $< \omega > -$  средняя объемная плотность энергии излучения; R – коэффициент отражения света.

Волновая теория объяснила давление света на поверхность металла следующим образом: если электромагнитная волна падает на металл, то под действием электрического поля волны с напряженностью  $\vec{E}$  электроны будут двигаться со скоростью  $\vec{v}$  в направлении противоположном  $\vec{E}$ . И магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$  действует на движущиеся электроны с силой Лоренца (определяется по правилу левой руки) в направлении, перпендикулярном поверхности металла. Следовательно, волна оказывает на поверхность металла давление.

## 7.5. Эффект Комптона

Особенно ярко квантовые свойства света проявляются в эффекте Комптона. Американский физик А. Комптон (1892-1962 гг.), исследуя рассеяние монохроматического рентгеновского излучения веществами с легкими атомами (бор, парафин) обнаружил, что в составе рассеянного излучения, наряду с излучением первоначальной длины волны  $\lambda$ , наблюдается длинноволновое излучение  $\lambda'$ .

Эффект Комптона — упругое рассеяние коротковолнового электромагнитного излучения (рентгеновского и  $\gamma$ -излучения) на свободных или слабосвязанных электронах вещества, сопровождающееся длинноволновым излучением  $\lambda'$ . Другими словами, эффектом Комптона называется изменение длины волны рентгеновского излучения при его рассеивании веществом, содержащим легкие атомы.

Разность  $\Delta \lambda = \lambda' - \lambda$  не зависит от длины волны  $\lambda$  падающего света и от природы рассеивающего вещества, а зависит только от угла  $\vartheta$  между направлением рассеянного и первичного излучения. Величина, определяемая выражением

$$\Delta \lambda = 2\lambda_{\rm C} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} = \lambda_{\rm C} (1 - \cos \vartheta) \tag{7.12}$$

получила название *комптоновский сдвиг*, где  $\lambda'$  — длина волны рассеянного излучения;  $\lambda$  — длина волны падающего излучения;  $\lambda_{\rm C} = \frac{h}{mc} = 2,43$  пм — комптоновская длина волны электрона; h — постоянная Планка; m — масса электрона; c — скорость света в вакууме.

Рассмотрим как интерпретируют эффект Комптона волновая и квантовая теории.

Волновая теория. Эффект Комптона необъясним на основе волновой теории света, согласно которой, механизм рассеяния объясняется «раскачкой» электронов электромагнитным полем падающей волны. В таком случае частота рассеянного излучения должна совпадать с частотой излучения падающего.

Квантовая теория. Согласно квантовой теории, эффект Комптона – результат упругого столкновения рентгеновских фотонов со свободными электронами вещества. В процессе столкновения фотон предает электрону часть своей энергии и импульса в соответствии с законами их сохранения с изменением направления движения (рассеивается) (рис. 7.3). Уменьшение энергии фотона означает увеличение длины волны рассеянного излучения

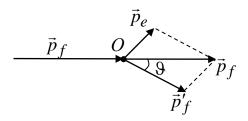


Рис. 7.3

 $ec{p}_f$  — импульс налетающего фотона;  $ec{p}_e$  — импульс электрона отдачи;  $ec{p}_f'$  — импульс рассеянного фотона.

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц: покоящегося свободного электрона и налетающего фотона с энергией  $\varepsilon = h \nu$  и импульсом  $p = \frac{h \nu}{c}$ . Если первоначально электрон покоился, то из *закона сохранения энергии* следует, что

$$W_0 + \varepsilon = W + \varepsilon', \tag{7.13}$$

где  $W_0 = mc^2$  — энергия электрона до столкновения;  $\varepsilon = h\nu$  — энергия фотона до столкновения;  $W = \sqrt{p_e^2c^2 + m^2c^4}$  — энергия электрона после столкновения (релятивистская формула);  $\varepsilon' = h\nu'$  — энергия рассеянного фотона.

Согласно закона сохранения импульса

$$\vec{p}_f = \vec{p}_e + \vec{p}',$$
 (7.14)

где  $p_f = \frac{h \nu}{c}$  — импульс налетающего фотона;  $\vec{p}' = \frac{h \nu'}{c}$  — импульс рассеянного фотона.

Запишем уравнение (7.13) в виде

$$mc^2 + hv = \sqrt{p_e^2 \cdot c^2 + m^2 c^4} + hv'.$$
 (7.15)

Из треугольника  $O\vec{p}_{e}\vec{p}_{f}$  следует

$$p_e^2 = |\vec{p}_f|^2 + |\vec{p}'|^2 - 2|p_f||p'|\cos\theta$$

или

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu}{c}\frac{h\nu'}{c}\cos\vartheta. \tag{7.16}$$

Решая уравнения (7.15) и (7.16) совместно, получим

$$mc^2 + hv - hv' = \sqrt{\left(\frac{h^2v^2}{c^2} + \frac{h^2v'^2}{c^2} - \frac{2h^2vv'}{c^2}\cos 9\right) \cdot c^2 + m^2c^4};$$

$$m^{2}c^{4} + 2mc^{2}h(v - v') + h^{2}(v - v')^{2} = \frac{h^{2}v^{2}c^{2}}{c^{2}} + \frac{h^{2}v'^{2}c^{2}}{c^{2}} - \frac{2h^{2}vv'c^{2}}{c^{2}}\cos\theta + m^{2}c^{4};$$
  

$$2mc^{2}h(v - v') + h^{2}(v - v')^{2} = h^{2}v^{2} + h^{2}v'^{2} - 2h^{2}vv'\cos\theta;$$

$$2mc^{2}h(v-v')+h^{2}v^{2}-2h^{2}vv'+h^{2}v'^{2}=h^{2}v^{2}+h^{2}v'^{2}-2h^{2}vv'\cos\vartheta;$$

$$2mc^2h(v-v')-2h^2vv'=-2h^2vv'\cos\vartheta;$$

$$mc^2h(v-v')=h^2vv'(1-\cos 9).$$

Учтем, что  $v = \frac{c}{\lambda}$ ;  $v' = \frac{c}{\lambda'}$ ;  $\lambda = \frac{c}{v}$ ;  $\lambda' = \frac{c}{v'}$ ;  $\Delta \lambda = \lambda - \lambda'$ , следовательно,

$$v - v' = \frac{hvv'(1 - \cos \theta)}{mc^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{c}{\lambda} - \frac{c}{\lambda'} = \frac{h}{mc^2} \frac{c^2}{\lambda \lambda'} (1 - \cos \theta)$$

$$\frac{(\lambda' - \lambda)c}{\lambda \lambda'} = \frac{h}{m\lambda \lambda'} (1 - \cos \vartheta);$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta) \Longrightarrow$$

$$\Delta \lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \vartheta) = 2\lambda_c \sin^2 \frac{\vartheta}{2} - \phi opmyna \quad \textit{Комптоновского сдвига}.$$

Подстановка значений h, m и c в эту формулу дает копмтоновскую длину волны электрона  $\lambda_C = \frac{h}{mc} = 2,426\,\mathrm{nm}$  .

Отпичие эффекта Комптона от фотоэффекта состоит в том, что хотя оба явления обусловлены взаимодействием фотонов с электронами, но в первом случае фотон рассеивается, во втором — поглощается. Рассеяние происходит при взаимодействии фотона со свободным электроном, а фотоэффект — со связанными электронами.

### 7.6. Корпускулярно-волновая двойственность света

Явление, подтверждающие квантовые представления о природе света: излучение черного тела, фотоэффект, эффект Комптона.

Явления, подтверждающие волновую природу света: интерференция, дифракция, поляризация света.

Явления, объясняемые как волновой, так и квантовой теориями: давление и преломление света.

Основные уравнения, связывающие корпускулярные свойства электромагнитного излучения (энергия, импульс фотона) с волновыми свойствами (частота (длина) волны)):

$$\varepsilon = hv = \frac{hc}{\lambda}; \qquad p = \frac{hv}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$
 (7.17)

*Вывод*: Электромагнитное излучение обнаруживает единство корпускулярных и волновых свойств. Свет, обладая *одновременно* корпускулярными и волновыми свойствами, обнаруживает определенные закономерности в их проявлении:

1. Чем больше длина волны, тем *меньше* энергия  $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}$  и импульс фотона  $p = \frac{h}{\lambda}$ , тем труднее обнаружить квантовые свойства света.

*Например*: внешний фотоэффект происходит только при энергиях фотонов больших или равных работе выхода электрона из вещества (с этим связано существование «красной границы» фотоэффекта).

2. Чем меньше длина волны, тем больше энергия и импульс фотона, тем труднее обнаружить волновые свойства этого излучения.

*Например*: рентгеновские лучи дифрагируют только на кристаллической решетке твердого тела.

*Вывод*: Физики пришли к выводу, что двойственную природу света надо признать как факт. Свет – более сложное явление, чем просто волна или поток частиц. Электромагнитное излучение есть поток квантов, которым присущи волновые свойства. Волновые свойства кванта проявляются в том, что для него нельзя указать точно, в какую именно точку пространства он попадет. Можно говорить лишь о вероятности попадания каждого кванта в различные точки пространства.

## Контрольные вопросы

- 1. В чем заключается явление фотоэффекта и каковы его законы? Сформулируйте их.
- 2. Что такое вольт-амперная характеристика фотоэффекта, задерживающее напряжение, фототок насыщения?
  - 3. Что называется «красной границей» фотоэффекта?
  - 4. Запишите и сформулируйте уравнение Эйнштейна для фотоэффекта.
- 5. Что такое фотон, какова его энергия, масса, импульс, условия существования?
- 6. Выведите формулу давления света. Как объясняется явление светового давления с точки зрения классической волновой теории и квантовой теории?
- 7. Что представляет собой эффект Комптона, что такое комптоновский сдвиг?
- 8. В чем отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?
- 9. В каких явлениях проявляется волновая природа света, квантовая природа света? Какие уравнения связывают квантовые свойства

электромагнитного излучения и волновые свойства? В чем заключается двойственная природа света?

### Задачи.

- 1. Какую максимальную кинетическую энергию имеют вырванные из лития электроны при облучении металла светом частотой  $10^{15}$  Гц. Работа выхода электронов равна 2,4 эВ (1 Дж = 1,6·10<sup>-19</sup> эВ). [1,74 эВ].
- 2. С какой длиной волны следует направить свет на поверхность вещества, чтобы максимальная скорость вылетающих электронов была 2000 км/с? Красная граница фотоэффекта для данного вещества 690 нм.
- 3. Фотон с энергией 1,025 МэВ рассеялся на первоначально покоившемся свободном электроне. Определите угол рассеяния фотона, если длина волны рассеянного фотона оказалась равной комптоновской длине волны  $\lambda_C = 2,43$  пм.  $[60^\circ]$ .