

1.8. Над колодцем глубиной $h = 10$ м бросают вертикально вверх камень с начальной скоростью $v_{\text{нач}} = 14$ м/с. Через какое время камень достигает дна колодца?

Ответ: 3,4 с.

1.10. Материальная точка движется по окружности радиуса 4 м. Зависимость пути от времени задана уравнением $S = Ct^3$, где $C = 0,02$ м/с³. Найти ускорение и его тангенциальную и нормальную составляющие в момент, когда скорость точки равна $v_1 = 6$ м/с.

Ответ: $a_1 \approx 9,08$ м/с², $a_{\tau_1} = 1,2$ м/с², $a_{n_1} = 9$ м/с².

1.11. По наклонной доске пустили катиться снизу вверх маленький шарик. На расстоянии $l = 30$ см шарик побывал дважды: через $t_1 = 1$ с и через $t_2 = 2$ с после начала движения. Определить начальную скорость шарика v_0 и ускорение a , считая движение равнопеременным.

Ответ: $v_0 = 0,45$ м/с, $a = 0,3$ м/с².

2. КИНЕМАТИКА ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Основные формулы и методические указания

При вращательном движении в общем случае угловая скорость:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Движение по окружности:

$$\Delta\varphi = \frac{l}{R}, \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}, \quad v = \omega R, \quad a_n = \omega^2 R, \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \omega', \quad a_\tau = \varepsilon R.$$

В случае равномерного вращательного движения

$$\omega = \text{const}, \quad \omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T},$$

где T – период обращения, ν – частота обращения (число оборотов в единицу времени).

Примеры решения задач

Задача 1. Путь, пройденный материальной точкой при ее равномерном движении по окружности изменяется с течением времени по закону $S = 6,28t$. Найти частоту оборотов точки ν , если радиус окружности $R = 10$ см.

Решение. При равномерном движении материальной точки по окружности

$$S = \nu t,$$

по условию $S = 6,28t$ м, значит $6,28$ – это модуль линейной скорости точки: $\nu = 6,28$ м/с. Тогда угловая скорость определяется из соотношения

$$\nu = \omega R, \quad \omega = \frac{\omega}{R}, \quad \text{но } \omega = 2\pi\nu,$$

значит,

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\nu}{2\pi R} = 10 \text{ с}^{-1}.$$

Задача 2. Вентилятор вращается с частотой $n = 900$ об/мин. После включения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N = 70$ оборотов. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки.

Решение. $n = 900$ об/мин = 15 об/с.

Уравнение движения в скалярном виде:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}, \quad (2.1)$$

$$\omega = \omega_0 - \varepsilon t. \quad (2.2)$$

Учитывая

$$\varphi = 2\pi N, \quad (2.3)$$

$$\omega = 0, \quad \omega_0 = 2\pi n, \quad (2.4)$$

из уравнения (2.2) находим

$$t = \frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{2\pi n}{\varepsilon}. \quad (2.5)$$

Подставим это в уравнение движения (2.1):

$$2\pi N = \frac{(2\pi n)^2}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon(2\pi n)^2}{2\varepsilon^2} = \frac{(2\pi n)^2}{2\varepsilon}.$$

Находим из этого уравнения ε :

$$\varepsilon = \frac{\pi n^2}{N}.$$

Подставляем значение ε в уравнение (2.5):

$$t = \frac{2\pi n \cdot N}{\pi n^2} = \frac{2N}{n} = 10 \text{ с.}$$

Задачи для самостоятельного решения

2.1. Найти угловые скорости: 1) суточного вращения Земли; 2) часовой стрелки на часах; 3) минутной стрелки на часах; 4) искусственного спутника Земли, вращающегося по круговой орбите с периодом обращения $T = 88$ мин; 5) линейную скорость движения этого искусственного спутника, если известно, что его орбита расположена на расстоянии 200 км от поверхности Земли.

Ответ: 1) $7,26 \cdot 10^{-5}$ рад/с, 2) $14,5 \cdot 10^{-5}$ рад/с, 3) $1,74 \cdot 10^{-3}$ рад/с,
4) $1,19 \cdot 10^{-3}$ рад/с, 5) 7,8 км/с.

2.2. Ось с двумя дисками, расположенными на расстоянии $l = 0,5$ м друг от друга, вращается с угловой скоростью, соответствующей частоте $\nu = 1600$ об/мин. Пуля, летящая вдоль оси, пробивает оба диска, при этом отверстие от пули во втором диске смещено относительно отверстия в первом диске на угол $\varphi = 12^\circ$. Найти скорость пули.

Ответ: $\nu = 400$ м/с.

2.3. Маховое колесо спустя $t = 1$ мин после начала вращения приобретает скорость, соответствующую $\nu = 720$ об/мин. Найти угловое