8. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

Основные формулы и методические указания

Длина l тела, движущегося со скоростью υ относительно некоторой системы отчета, связанна с длиной l_0 тела, неподвижного в этой системе, соотношением

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}\,,$$

где $\beta = \frac{\upsilon}{c}$, $c = 3\cdot 10^8\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – скорость распространения света.

Промежуток времени $\Delta\tau$ в системе, движущейся со скоростью υ по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени $\Delta\tau_0$ в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,.$$

Зависимость массы m тела от скорости υ его движение задается уравнением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\,,$$

где m_0 – масса покоя этого тела.

Зависимость кинетической энергии тела от скорости υ его движения дает уравнение

$$W_\text{к} = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}-1\right).$$

Изменение массы системы на Δm соответствует изменению энергии системы на

$$\Delta W = \Delta mc^2.$$

Релятивистский импульс тела

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

1. Необходимо уяснить физический смысл релятивистского принципа относительности, согласно которому все инерциальные системы отсчета равноправны.

2. Релятивистские эффекты, такие как сокращения линейных размеров и замедление промежутка времени, вытекающие из преобразований Лоренца, будут регистрироваться как наблюдателем, находящимся в движущейся системе K' и наблюдающим за явлениями, происходящими в системе отсчета K и наблюдающим в системе отсчета K'.

3. Формулы релятивистской механики при малых скоростях движения тел $\upsilon << c$ переходят в обычные формулы классической механики.

Примеры решения задач

Задача 1. Во сколько раз увеличивается продолжительность существования нестабильной частицы по часам неподвижного наблюдателя, если она начинает двигаться со скоростью составляющей 99 % скорости света?

Решение. Промежуток времени $\Delta\tau$ в системе, движущейся со скоростью υ по отношению к наблюдателю, связан с промежутком времени $\Delta\tau_0$ в неподвижной для наблюдателя системе соотношением

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\tau_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad (8.1)$$

где $\beta = \frac{\upsilon}{c}$, по условию $\upsilon = 0{,}99c$, $\beta = 0{,}99$.

Из (8.1) получим

$$\frac{\Delta\tau}{\Delta\tau_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}99^2}} = 7{,}08.$$

Задача 2. Какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти протон, чтобы его продольные размеры стали меньше в 2 раза?

Решение. Потенциальная энергия протона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U, равна $W_п = eU$. Зависимость кинетической энергии протона от скорости его движения υ дается уравнением

$$W_{к} = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right),$$

где m_0 – масса покоя протона, $\beta = \frac{\upsilon}{c}$ – относительная скорость.

Работа, совершаемая полем при перемещении протона, равна приобретенной кинетической энергии, т.е.

$$eU = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right),$$

или

$$U = \frac{m_0 c^2}{e} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \qquad (8.2)$$

Продольные размеры протона $l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}$, откуда

$$\frac{l}{l_0} = \sqrt{1-\beta^2}. \qquad (8.3)$$

Подставляя (8.3) в (8.2) получим

$$U = \frac{m_0 c^2}{e} \left(\frac{l_0}{l} - 1 \right),$$

$$U = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} (2-1) = 940 \cdot 10^6 \text{ В}.$$

Задача 3. Найти удельный заряд электрона для скоростей: а) $\upsilon \ll c$; б) $\upsilon = 2 \cdot 10^8$ м/с; в) $\upsilon = 2{,}2 \cdot 10^8$ м/с; г) $\upsilon = 2{,}4 \cdot 10^8$ м/с; д) $\upsilon = 2{,}6 \cdot 10^8$ м/с; е) $\upsilon = 2{,}8 \cdot 10^8$ м/с. Составить таблицу и построить графики зависимостей m и $\frac{e}{m}$ от величины $\beta = \frac{\upsilon}{c}$ для указанных скоростей.

Решение. Зависимость массы электрона m от скорости его движения υ дается уравнением

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (8.4)$$

Удельный заряд электрона $\frac{e}{m}$ с учетом (1)

$$\frac{e}{m} = \frac{e\sqrt{1-\beta^2}}{m_0}. \qquad (8.5)$$

Вычисления по формулам (8.4) и (8.5) занесем в таблицу.

Таблица 8.1

υ, 10^8 м/с	$\upsilon >> c$	2	2,2	2,4	2,6	2,8
β	0	0,67	0,73	0,80	0,87	0,93
m, 10^{-31} кг	9,11	12,22	13,4	15,18	18,26	25,38
$\frac{e}{m}$, 10^{11} Кл/кг	1,76	1,31	1,19	1,05	0,876	0,631

Графики зависимостей m и $\frac{e}{m}$ от величины β представлены на рис. 8.1 и 8.2 соответственно.

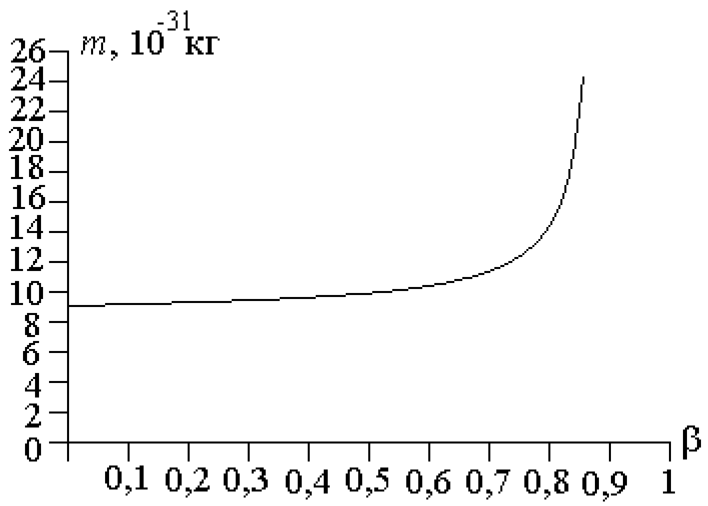

Рис. 8.1

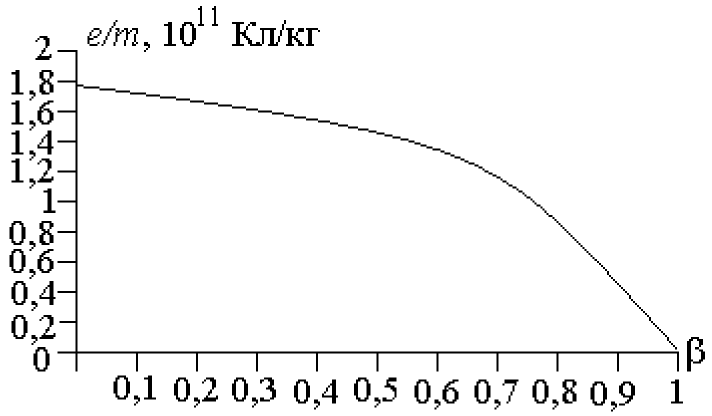

Рис. 8.2

Задача 4. При давлении ядра урана $^{235}_{92}U$ освобождается энергия W = 200 МэВ. Найти изменение массы Δm при делении ν = 1 моль урана.

Решение. Изменение массы определяется соотношением

$$\Delta m = \Delta W / c^2. \qquad (8.6)$$

При делении ν молей урана освобождается энергия

$$\Delta W = W \nu N_A , \qquad (8.7)$$

где N_A – число Авогадро.

Подставляя (8.7) в (8.6), получаем

$$\Delta m = \frac{W \nu N_A}{c^2},$$

$$\Delta m = \frac{2 \cdot 10^8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 0{,}214 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 0{,}214 \frac{\text{г}}{\text{моль}}.$$

Задачи для самостоятельного решения

8.1. Мезон, входящий в состав космических лучей, движется со скоростью, составляющей 95 % скорости света. Какой промежуток времени $\Delta\tau$ по часам неподвижного наблюдателя соответствует одной секунде «собственного времени» мезона?

Ответ: $\Delta\tau$ = 3,2 с.

8.2. На сколько увеличится масса α-частицы при ускорении ее от начальной скорости, равной нулю, до скорости, равной 0,9 скорости света?

Ответ: $\Delta m = 8{,}6 \cdot 10^{-27}$ кг.