

**Ответ:**  $T_2 = 754 \text{ К}$ ,  $A = 674 \text{ Дж}$ .

**13.10.** Водород при нормальных условиях имел объем  $V_1 = 100 \text{ м}^3$ . На сколько изменилась внутренняя энергия  $U$  газа при адиабатическом изменении его объема до  $V_2 = 150 \text{ м}^3$ ?

**Ответ:**  $\Delta U = -3,8 \text{ МДж}$ .

## 14. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЙ К.П.Д. ЦИКЛ КАРНО. ЭНТРОПИЯ

### Основные формулы и методические указания

Термодинамический к.п.д. ( $\eta$ ) характеризует степень использования теплоты при превращении ее в работу, или, совершенство цикла, по которому работает тепловой двигатель

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где  $Q_1$  – теплота, полученная рабочим веществом (газом) от нагревателя,  $Q_2$  – теплота, переданная рабочим веществом (газом) охладителю.

Термический к.п.д. обратимого цикла Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  – абсолютная температура нагревателя,  $T_2$  – абсолютная температура охладителя.

Приведенная теплота ( $Q/T$ ) для любых изотермических переходов между двумя адиабатами есть величина постоянная.

Изменение энтропии системы при ее переходе из состояния 1 в состояние 2

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \int_1^2 \frac{dU + \delta A}{T}.$$

Формула Больцмана

$$S = k \ln W,$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $W$  – термодинамическая вероятность состояния системы.

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Тепловая машина работает по циклу Карно. При изотермическом расширении двухатомного газа его объем увеличивается в 3 раза, а при последующем адиабатическом расширении – в 5 раз. Определить к.п.д. цикла. Какую работу совершает 1 кмоль газа за один цикл, если температура нагревателя 300 К.

**Решение.** К.п.д. цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_3}{T_1},$$

где  $T_1$  – температура нагревателя,  $T_3$  – температура холодильника.

При адиабатическом процессе 2-3 (рис. 14.1)

$$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1},$$

где  $\gamma$  – показатель степени адиабаты (для двухатомного газа  $\gamma = 1,4$ ). Тогда

$$T_3 = T_2 \left( \frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1} = T_2 n^{1-\gamma}.$$

Так как  $T_1 = T_2$ , то получаем

$$\eta = \frac{T_2 - T_2 n^{1-\gamma}}{T_2} = 1 - n^{1-\gamma},$$

где  $n^{1-\gamma} = 5^{1-1,4} = 0,525$ .

Следовательно,

$$\eta = 1 - 0,525 = 0,475; \eta = 47,5 \%$$

Работа в цикле Карно определяется разностью количества теплоты  $Q_1$ , полученного в процессе 1-2, и  $Q_2$ , отданного в процессе 3-4:

$$A = Q_1 - Q_2.$$

При изотермическом процессе

$$Q_1 = \nu k T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = \nu R T_1 \ln k ,$$

$$Q_2 = \nu k T_3 \ln \frac{V_4}{V_3} = -\nu R T_3 \ln k ,$$

так как  $\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1}$ . Знак минус показывает, что теплота отдается холодильнику.

Следовательно,

$$A = \nu R \ln k (T_1 - T_3) = \nu R \ln k \Delta T ,$$

где  $\Delta T = T_1 - T_3 = T_1 - T_1 n^{1-\gamma} = T_1 (1 - n^{1-\gamma}) = T_1 \eta = 300 \cdot 0,475 = 142,5$  К, тогда  $T_3 = 157,5$  К.

Подставив числовые значения, получаем:

$$A = 1,3 \text{ МДж.}$$

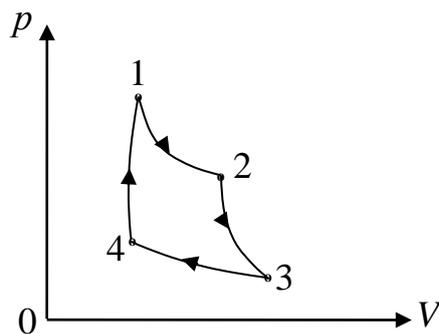


Рис. 14.1

**Задача 2.** Лед массой 2 кг, находящийся при температуре  $-13$  °С, нагрели до  $0$  °С и расплавили. Определить изменение энтропии.

**Решение.** Изменение энтропии

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T} ,$$

где  $dQ$  – количество теплоты, сообщенное телу;  $T$  – термодинамическая температура тела,  $S_1$  и  $S_2$  – соответственно значения энтропии в начальном и конечном состоянии системы. Общее изменение энтропии равно:

$$\Delta S = \sum_{i=1}^n \Delta S_i ,$$

где  $\Delta S_i$  – изменение энтропии, происходящее на отдельных этапах процесса.

Разделим этот процесс на два этапа. На первом – происходит нагревание льда от начальной температуры  $T_1 = 260$  К до температуры плавления льда  $T_2 = 273$  К

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$

Так как  $dQ_1 = mc_1 dT$ ,

$$\Delta S_1 = mc_1 \ln \frac{T_2}{T_1}.$$

На втором этапе имеет место плавление льда. В этом случае

$$\Delta Q_2 = m\lambda.$$

Тогда

$$\Delta S_2 = \frac{m\lambda}{T_2}.$$

Общее изменение энтропии

$$\begin{aligned} \Delta S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 = m \left( c_1 \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\lambda}{T_2} \right) = \\ &= 2 \left( 2,1 \cdot 10^3 \ln \frac{273}{260} + \frac{3,35 \cdot 10^5}{273} \right) = 2,66 \cdot 10^3 \text{ Дж/К}. \end{aligned}$$

**Задача 3.** При температуре 250 К и давлении  $1,013 \cdot 10^5$  Па двухатомный газ занимает объем 80 л. Как изменится энтропия газа, если давление увеличить вдвое, а температуру повысить до 300 К?

**Решение.** Изменение энтропии определяется:

$$S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \quad (14.1)$$

Изменение количества теплоты находим из первого закона термодинамики:

$$dQ = \frac{m}{\mu} C_V dT + p dV, \quad (14.2)$$

где  $C_V = \frac{5}{2} R$  для двухатомных газов.

Величины  $\frac{m}{\mu}$  и  $p$  найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона и объединенного газового закона:

$$\frac{m}{\mu} = \frac{p_1 V_1}{T_1 R}; \quad p = \frac{m R T}{\mu V} = \frac{p_1 V_1 T}{T_1 V}. \quad (14.3)$$

Подставляя, находим:

$$dQ = \frac{p_1 V_1}{T_1} \frac{5R}{2} dT + \frac{p_1 V_1 T}{T_1 V} dV = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left( \frac{5}{2} dT + T \frac{dV}{V} \right) \quad (14.4)$$

Подставляя (14.4) в (14.1), находим

$$\Delta S = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left( \frac{5}{2} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \right) = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left( \frac{5}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{V_2}{V_1} \right),$$

но  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}$ , тогда

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{p_1 V_1}{T_1} \left( \frac{5}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right) = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left( \frac{5}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} + \ln \frac{T_2}{T_1} - \ln \frac{p_2}{p_1} \right) = \\ &= \frac{p_1 V_1}{T_1} \left( \frac{7}{2} \ln \frac{T_2}{T_1} - \ln \frac{p_2}{p_1} \right) = -182 \text{ Дж/К}. \end{aligned}$$

### Задачи для самостоятельного решения

**14.1.** Совершая замкнутый цикл, газ получил от нагревателя теплоту  $Q_1 = 4$  кДж. Какую работу  $A$  совершил газ в результате цикла, если термический к.п.д. цикла  $\eta = 0,12$ .

**Ответ:**  $A = 400$  Дж.

**14.2.** Один моль идеального двухатомного газа, находящийся под давлением  $p_1 = 0,1$  МПа при температуре  $T_1 = 300$  К, нагревают при