

## Занятие № 1

Тема: Геометрическая оптика. Элементы фотометрии

### Краткая теория

В волновой оптике свет рассматривается как электромагнитные волны. Согласно теории Максвелла, в электромагнитной волне синхронно колеблются векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ , где  $\vec{E}$  – вектор напряженности электрического поля,  $\vec{H}$  – вектор напряженности магнитного поля. Так как векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  перпендикулярны направлению распространения волны и образуют с направлением распространения правовинтовую систему, то электромагнитные волны являются *поперечными* (рис. 1.1).

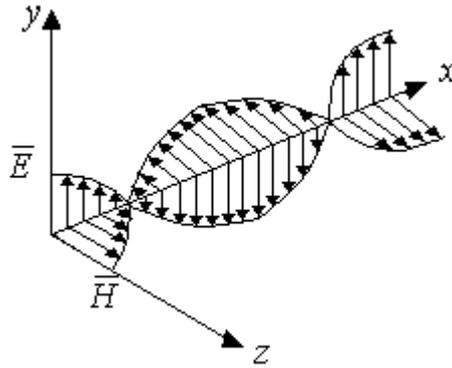


Рис. 1.1

Поскольку основные действия света (физиологические, фотоэлектрические и т.д.) вызываются колебаниями электрического (его называют также световым) вектора, то обычно рассматривают только колебания вектора напряженности электрического поля.

Из уравнений Максвелла следует, что изменение светового вектора описывается уравнением волны

$$E = E_m \cos(\omega t - kr + \alpha) = E_m \cos \left[ \omega \left( t - \frac{r}{v} \right) + \alpha \right],$$

где  $\omega$  – циклическая частота,  $\alpha$  – начальная фаза колебаний,  $r$  – расстояние вдоль направления распространения световой волны,  $k$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны,  $v$  – фазовая скорость распространения волны в данной среде

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{cv}{\nu c} = \lambda_0 \frac{v}{c} = \frac{\lambda_0}{n},$$

где  $\nu$  – частота падающего света,  $n$  – показатель преломления, характеризующий оптические свойства среды. Если  $n$  среды везде одинаков, то среда называется *оптически однородной*. Если световая волна имеет одну строго постоянную частоту, она называется *монохроматической*.

*Геометрическая оптика* – раздел физики в котором рассматривается взаимодействие света с телами, линейные размеры которых несоизмеримо больше длин волн видимого света. Поэтому при таком взаимодействии волновая природа света не проявляется. Законы распространения света рассматриваются на основе представления о световых лучах.

*Световые лучи* – нормальные к волновым поверхностям линии, вдоль которых распространяется поток световой энергии.

*Волновая поверхность* – поверхность одинаковой фазы. За направление светового луча принимают направление распространения света. Луч распространяется вдоль линии, перпендикулярной волновому фронту.

*Принцип Гюйгенса*. Каждая точка поверхности, которой достигла в данный момент волна, является точечным источником вторичных волн. Совокупность точек, до которых дошел процесс распространения волны, называется *волновым фронтом*.

В основе геометрической оптики лежат следующие законы:

*Закон прямолинейного распространения света*. Свет в оптически однородной среде распространяется прямолинейно.

*Закон отражения света*. Луч падающий, луч отраженный и перпендикуляр, восстановленный из точки падения к границе раздела сред, лежат в одной плоскости. Угол падения  $\alpha$  равен углу отражения  $\beta$  (рис. 1.2).

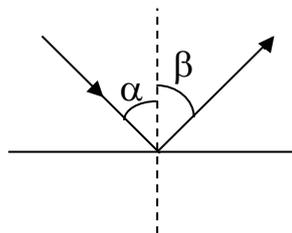


Рис. 1.2

*Закон преломления света*. Луч падающий, луч преломленный и перпендикуляр к поверхности раздела сред, восстановленный в точке

падения луча, лежат в одной плоскости (рис. 1.3). Отношение синуса угла падения  $\alpha$  к синусу угла преломления  $\gamma$  есть величина постоянная для данных сред, равная отношению абсолютных показателей преломления второй среды  $n_2$  к первой  $n_1$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

где  $n_{21}$  – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

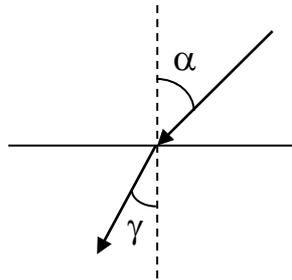


Рис. 1.3

Абсолютный показатель преломления  $n$  показывает, во сколько раз скорость света в среде меньше, чем в вакууме

$$n_1 = \frac{c}{v_1}, \quad n_2 = \frac{c}{v_2},$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $v_1$  и  $v_2$  – скорости света в соответствующих средах.

*Явление полного внутреннего отражения.* Если луч света падает из оптически более плотной среды с показателем преломления  $n_2$ , на границу раздела с оптически менее плотной средой с показателем преломления  $n_1$  ( $n_2 > n_1$ ), то при углах падения  $\alpha > \alpha_0$  наблюдается полное внутреннее отражение, когда луч полностью отражается от границы раздела сред (как от идеального зеркала) (рис. 1.4). Предельный угол полного внутреннего отражения  $\alpha_0$  находится из условия

$$n_2 \sin \alpha_0 = n_1 \sin 90^\circ, \quad \sin \alpha_0 = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}.$$

Если  $n_1 = 1$  (среда – воздух), то  $\sin \alpha_0 = \frac{1}{n_2}$ .

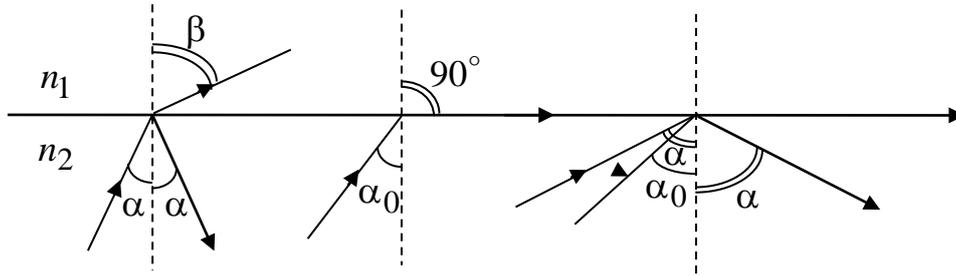


Рис. 1.4

*Плоским зеркалом* называется поверхность, при отражении от которой падающие на нее параллельные лучи остаются параллельными и после отражения.

Изображение точечного источника  $S$  в плоском зеркале строится так: надо выбрать любые два луча 1 и 2, падающие от источника на зеркало, построить отраженные лучи и провести продолжения этих лучей до их пересечения в точке  $S'$ . В этой точке на расстоянии  $OS' = OS$  от зеркала мы получим мнимое изображение источника  $S$  (рис. 1.5). На рисунке 3 – плоское зеркало.

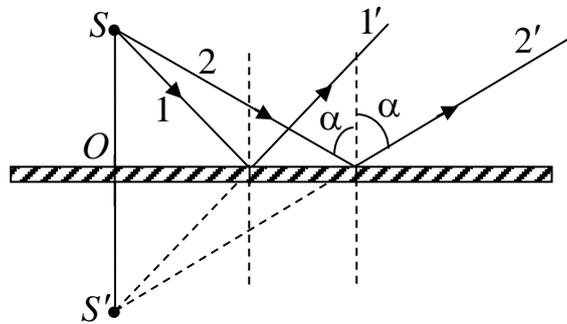


Рис. 1.5

Изображение предмета: плоское зеркало отражает свет, приходящий из точек  $A$  и  $B$ . Выбираем 2 произвольные пары отраженных лучей от точек  $A$  и  $B$  и продолжаем их до пересечения за зеркалом в точках  $A'$  и  $B'$ . Мы получим мнимое изображение  $A'B'$ . Его размеры такие же, как у предмета  $AB$  (рис. 1.6), где 3 – плоское зеркало.

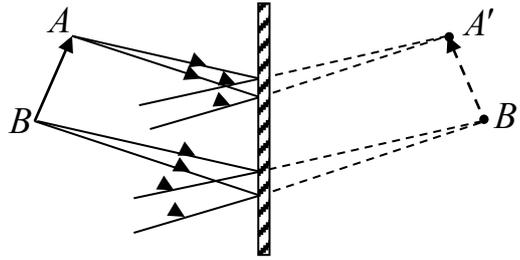


Рис. 1.6

## Линзы

Важнейшим элементом оптических приборов и систем (очки, телескопы и т.д.) является линза.

*Линзой* называется прозрачное тело, ограниченное двумя поверхностями (одна из них обычно сферическая, а вторая – сферическая или плоская). По своим оптическим свойствам линзы делятся на собирающие и рассеивающие.

*Тонкая линза* – линза, если ее толщина (расстояние между ограничивающими поверхностями) значительно меньше радиусов поверхностей, ограничивающих линзу.

*Главная оптическая ось линзы* – прямая  $O_1O_2$ , проходящая через центры кривизны поверхностей линзы (рис. 1.7).

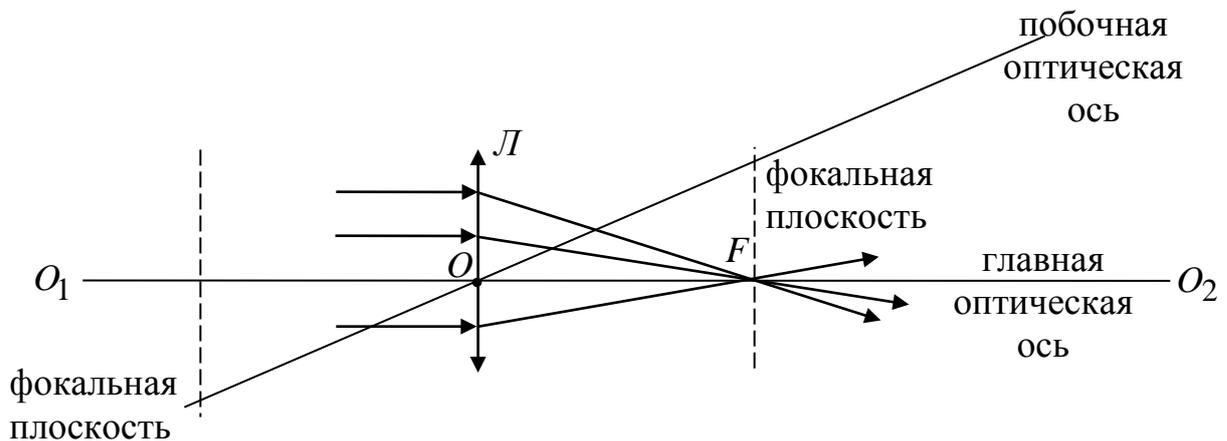


Рис. 1.7

*Оптический центр линзы* – точка  $O$ , лежащая в центре линзы на главной оптической оси.

*Побочная оптическая ось линзы* – любая прямая, проходящая через оптический центр линзы, кроме главной оптической оси. Лучи проходят сквозь точку  $O$  не преломляясь.

Линза называется *собирающей*, если она преломляет лучи, падающие на нее в направлении главной оптической оси (рис. 1.8а).

*Главный фокус линзы* – точка  $F$ , в которой пересекаются после преломления в собирающей линзе лучи, падающие на линзу параллельно главной оптической оси. *Фокусное расстояние  $F$*  – расстояние от оптического центра линзы до главного фокуса. *Фокальная плоскость* – плоскость, проходящая через главный фокус перпендикулярно главной оптической оси.

Линза называется *рассеивающей*, если она преломляет лучи, падающие на нее, в направлении от главной оптической оси (рис. 1.8,б).

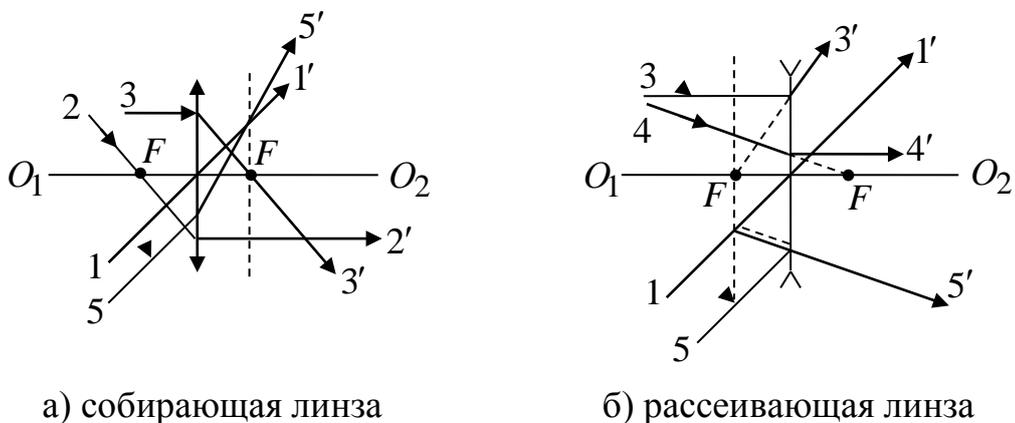


Рис. 1.8

При построении изображений в тонких линзах необходимо пользоваться следующими свойствами лучей:

1) световой луч, проходящий через оптический центр линзы, не преломляется (луч 1-1' на рис. 1.8а,б);

2) световой луч, проходящий через главный фокус собирающей линзы, выходит из нее параллельно главной оптической оси (луч 2-2' на рис. 1.8а);

3) световой луч, параллельный главной оптической оси собирающей линзы, после преломления пересекает эту ось в главном фокусе за линзой (для рассеивающей линзы луч пересекает ось своим мнимым продолжением в главном фокусе перед линзой) (луч 3-3' на рис. 1.8а,б);

4) световой луч, направленный на главный фокус за рассеивающей линзой, выходит из нее параллельно главной оптической оси (луч 4-4' на рис. 1.8б);

5) световой луч, параллельный побочной оси, пересекается с ней в фокальной плоскости. Точка пересечения лучей называется *побочным фокусом*.

Для построения изображения точки необходимо построить ход любых двух характерных лучей, проходящих через эту точку. Построение изображения любого предмета сводится к построению изображений отдельных его точек. Для получения изображения прямой достаточно построить изображение двух ее точек.

*Формула тонкой линзы*

$$\frac{1}{d} \pm \frac{1}{f} = \pm \frac{1}{F},$$

где  $d$  – расстояние от линзы до предмета,  $f$  – расстояние от линзы до изображения предмета,  $F$  – фокусное расстояние ( $F > 0$  для собирающей линзы,  $F < 0$  для рассеивающей линзы).

Мнимому изображению в линзах соответствует отрицательное значение  $f$ .

Отношение

$$D = \frac{1}{F}$$

есть *оптическая сила линзы* ( $D > 0$  для собирающей линзы,  $D < 0$  для рассеивающей линзы).

Единица измерения  $D$  – диоптрия ( $1 \text{ дптр} = 1 \text{ м}^{-1}$ ).

*Линейное увеличение*

$$\Gamma = \frac{H}{h} = \frac{f}{d},$$

где  $H$  – линейный размер изображения,  $h$  – линейный размер предмета.

Для собирающей линзы в зависимости от значения  $d$  реализуются следующие изображения:

1)  $d > 2F$  – изображение действительное, перевернутое, уменьшенное ( $\Gamma < 1$ );

2)  $d = 2F$  – изображение действительное, перевернутое, в натуральную величину ( $\Gamma = 1$ );

3)  $F < d < 2F$  – изображение действительное, перевернутое, увеличенное ( $\Gamma > 1$ );

4)  $d < F$  – изображение мнимое, прямое, увеличенное ( $\Gamma > 1$ ).

Для рассеивающей линзы для всех случаев изображение мнимое, прямое, уменьшенное ( $\Gamma < 1$ ).

## Элементы фотометрии

*Фотометрия* – раздел оптики, занимающийся вопросами измерения интенсивности света и его источников. В фотометрии используются следующие величины:

1. Энергетические величины:

*Поток излучения*  $\Phi_e$  равен отношению энергии  $W$  излучения ко времени  $t$ , за которое излучение произошло

$$\Phi_e = \frac{W}{t}.$$

Единица измерения ватт (Вт).

*Энергетическая светимость* – отношение потока излучения, испускаемого поверхностью, к площади сечения  $S$ , сквозь которое этот поток проходит

$$R_e = \frac{\Phi_e}{S}.$$

Единица измерения Вт/м<sup>2</sup>.

*Энергетическая сила света* – отношение потока излучения источника к телесному углу  $\Omega$ , в пределах которого это излучение распространяется

$$I_e = \frac{\Phi_e}{\Omega}.$$

Единица измерения Вт/ср.

Ср – стерадиан, единица измерения телесного угла.

*Телесный угол* – часть пространства, ограниченная некоторой конической поверхностью.

2. Световые величины:

*Световой поток*  $\Phi$  – мощность оптического излучения по вызываемому им световому ощущению.

Единица измерения люмен (лм).

*Светимость* определяется соотношением

$$R = \frac{\Phi}{S}.$$

где  $S$  – площадь поверхности, сквозь которую проходит световой поток.

Единица измерения  $\text{лм}/\text{м}^2$ .

*Освещенность* – отношение светового потока  $\Phi$ , падающего на поверхность, к площади  $S$  этой поверхности

$$E = \frac{\Phi}{S}.$$

Единица измерения люкс (лк).

*Сила света* задается отношением

$$I = \frac{\Phi}{\Omega},$$

где  $\Omega$  – телесный угол, внутри которого распространяется световой поток.

Единица измерения кандела (кд).

*Яркость*  $B_\varphi$  светящейся поверхности в некотором направлении  $\varphi$  есть величина, равная отношению силы света  $I$  в этом направлении к площади  $S$  проекции светящейся поверхности на плоскость, перпендикулярную данному направлению

$$B_\varphi = \frac{I}{S \cos \varphi}.$$

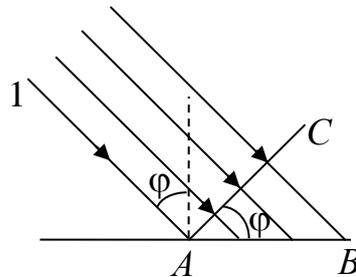


Рис. 1.9

На рис. 1.9 луч 1 падает на площадку  $AB$  под углом  $\varphi$ . Площадка  $AC$  перпендикулярна лучу 1.

Единица измерения –  $\text{кд}/\text{м}^2$ .

*Световая эффективность* (светоотдача)

$$L = \frac{\Phi}{P},$$

где  $P$  – мощность источника света.

### Примеры решения задач

**Задача 1.1.** На дне озера глубиной  $H = 100$  см находится точечный источник света  $S$ . Найти радиус светового пятна на поверхности воды, если показатель преломления воды  $n = 1,3$ .

#### Решение

$$H = 100 \text{ см} = 1 \text{ м}$$

$$n = 1,3$$

$$R = ?$$

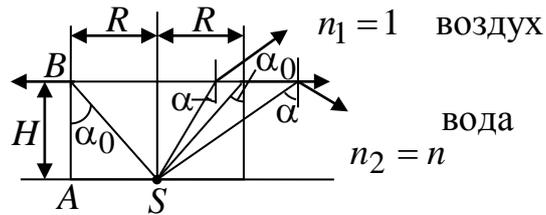


Рис. 1.10

Если лучи падают на границу раздела вода-воздух под углом  $\alpha < \alpha_0$ , то они выходят в атмосферу. Если  $\alpha > \alpha_0$ , то луч света испытывает полное внутреннее отражение и возвращается в воду. На поверхности воды будет освещена площадка радиуса  $R$ , равная площади основания конуса с вершиной в точке  $S$  и боковой поверхностью, образованной лучами, падающими на поверхность озера под углом  $\alpha_0$ . Для этих лучей

$$\sin \alpha_0 = \frac{1}{n}.$$

Рассмотрим  $\triangle ABS$  :

$$\sin \alpha_0 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + H^2}},$$

следовательно,  $\frac{1}{n} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + H^2}}$ , откуда  $R = \frac{H}{\sqrt{n^2 - 1}} = 1,2$  м.

Ответ:  $R = 1,2$  м.

**Задача 1.2.** На каком расстоянии  $d$  от собирающей линзы надо поместить предмет, чтобы расстояние  $l$  между ним и его действительным изображением было минимальным?  $F = 10$  см.

#### Решение

$$F = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$l = \min$$

$$d - ?$$

Расстояние между предметом и изображением

$$l = d + f ,$$

откуда

$$f = l - d . \quad (1)$$

По формуле линзы

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} .$$

Учитывая (1)

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{l - d} = \frac{1}{F} . \quad (2)$$

Из (2) найдем  $d$

$$d^2 - dl + FL = 0 ,$$

$$d = 0,5l \pm \sqrt{0,25l^2 - Fl} , \quad (3)$$

так как  $d, l, F$  – действительные числа, то

$$0,25l^2 - Fl \geq 0 .$$

Когда расстояние  $l$  будет минимальным?

Поскольку изображение по условию действительное, то  $F > 0$  и  $l > 0$ .

При  $l = l_{\min}$

$$0,25l^2 - Fl = 0 ,$$

откуда

$$l = 4F . \quad (4)$$

Подставив (4) в (3), получим

$$d = 0,5 \cdot 4F \pm \sqrt{0,25 \cdot 16F^2 - F \cdot 4F} ,$$

$$d = 2F = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см} .$$

Ответ:  $d = 20 \text{ см} = 0,2 \text{ м}$ .

**Задача 1.3.** Высоко над горизонтальной поверхностью расположен точечный источник света с силой света  $I = 50$  кд. Между ним и поверхностью помещается собирающая линза с оптической силой  $D = 5$  дптр так, что источник света находится в ее фокусе. Найти освещенность  $E$  поверхности под линзой.

### Решение

$I = 50$ кд
$D = 5$ дптр
$d = F$
$E = ?$

Освещенность поверхности – это отношение светового потока, падающего на нее, к освещаемой площади

$$E = \frac{\Phi}{S}. \quad (1)$$

Так как источник находится в фокусе линзы ( $d = F$ , где  $F = 1/D$ ), то лучи после линзы пойдут параллельно ее главной оптической оси, образуя светящийся цилиндр (рис. 1.11).

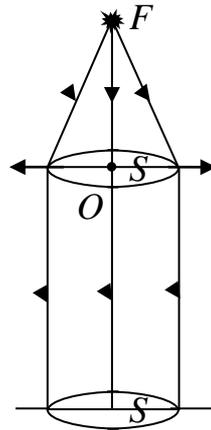


Рис. 1.11

Согласно сказанному

$$d = \frac{1}{D},$$

кроме того  $\Phi = I\Omega$ , где

$$\Omega = \frac{S}{d^2} = SD^2 \text{ и } \Phi = ISD^2. \quad (2)$$

Подставив (2) в (1), получим

$$E = \frac{ISD^2}{S} = ID^2 = 50 \cdot 5^2 = 1250 \text{ лк.}$$

Ответ:  $E = 1250$  лк.

### Задачи для самостоятельного решения

1. На плоскопараллельную стеклянную пластину ( $n = 1,5$ ) толщиной  $d = 5$  см падает под углом  $\alpha = 30^\circ$  луч света. Определите боковое смещение луча, прошедшего сквозь эту пластинку.

Ответ:  $x = 9,7$  мм.

2. Расстояние  $a$  от предмета до вогнутого сферического зеркала с  $R = 20$  см равно 15 см. Чему равно увеличение зеркала  $r$ ?

Ответ:  $r = 2$ .

3. Двояковыпуклая линза с  $n = 1,5$  имеет одинаковые радиусы кривизны поверхностей, равные 10 см. Изображение предмета с помощью этой линзы оказывается в 5 раз больше предмета. Определить расстояние от предмета до изображения.

Ответ:  $(a + b) = 0,72$  м.

4. На какую высоту над чертежной доской необходимо повесить лампочку мощностью  $P = 300$  Вт, чтобы освещенность доски под лампочкой была равна  $E = 60$  лк. Наклон доски составляет  $30^\circ$ , а светоотдача лампочки 15 лм/Вт. Полный световой поток, испускаемый точечным источником света,  $\Phi_0 = 4\pi I$ .

Ответ:  $h = 2,27$  м.

5. Докажите, что в том случае, когда яркость источника не зависит от направления, светимость  $R$  и яркость  $B$  связаны соотношением  $R = \pi B$ .

6. Величина прямого изображения предмета вдвое больше самого предмета. Расстояние между предметом и изображением равно 20 см. Найти фокусное расстояние линзы. Сделать построение.

Ответ:  $F = 0,4$  м.

7. С какого наибольшего расстояния  $r$  можно заметить ночью огонек сигареты, сила света которой  $I = 2 \cdot 10^{-3}$  кд, а минимальный световой поток, воспринимаемый глазом,  $\Phi = 1 \cdot 10^{-13}$  лм. Диаметр суженного в темноте зрачка  $D = 7$  мм?

Ответ:  $r = 877$  м.

8. Высота солнца увеличилась с  $\varphi_1 = 30^\circ$  до  $\varphi_2 = 45^\circ$ . Во сколько раз изменилась освещенность земной поверхности?