

Каково число штрихов N на $l = 1$ см решетки? Какое количество m максимумов дает эта дифракционная решетка? Каков максимальный угол φ_{\max} отклонения лучей, соответствующих последнему максимуму?

Ответ: $d = 4,95 \cdot 10^{-6}$ м, $\frac{N}{l} = 2,02 \cdot 10^3$ см⁻¹, $m = 13$, $\varphi_{\max} = 65^\circ$.

7. Докажите, что разрешающая способность дифракционной решетки не может превысить значения l / λ , где l – длина решетки, λ – длина волны света.

8. Определите максимальную способность (для линии с $\lambda = 590$ нм) двух дифракционных решеток, имеющих одинаковую длину $l = 3$ мм, но разные периоды $d_1 = 3$ мкм и $d_2 = 6$ мкм.

Ответ: $R_1 = 5 \cdot 10^3$, $R_2 = 5 \cdot 10^3$.

9. На диафрагму с круглым отверстием радиусом $r = 1$ мм падает нормально параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,05$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран. Определить максимальное расстояние b_{\max} от центра отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины еще будет наблюдаться темное пятно.

Ответ: $b_{\max} = 1$ м.

10. Свет от монохроматического источника ($\lambda = 600$ нм) падает на диафрагму с диаметром отверстия $d = 6$ мм. За диафрагмой на расстоянии $l = 3$ м от нее находится экран. Какое число k зон Френеля укладывается в отверстие диафрагмы? Каким будет центр дифракционной картины на экране: темным или светлым?

Ответ: $k = 5$, центр дифракционной картины будет светлым.

Занятие № 4

Тема: **Распространение света в веществе. Дисперсия и поглощение света**

Краткая теория

Дисперсия света – зависимость фазовой скорости света в среде от его частоты.

Так как $v = c/n$ (где c – скорость распространения света в вакууме, n – показатель преломления среды), то показатель преломления среды так же зависит от частоты ν (длины волны λ). Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму (рис. 4.1).

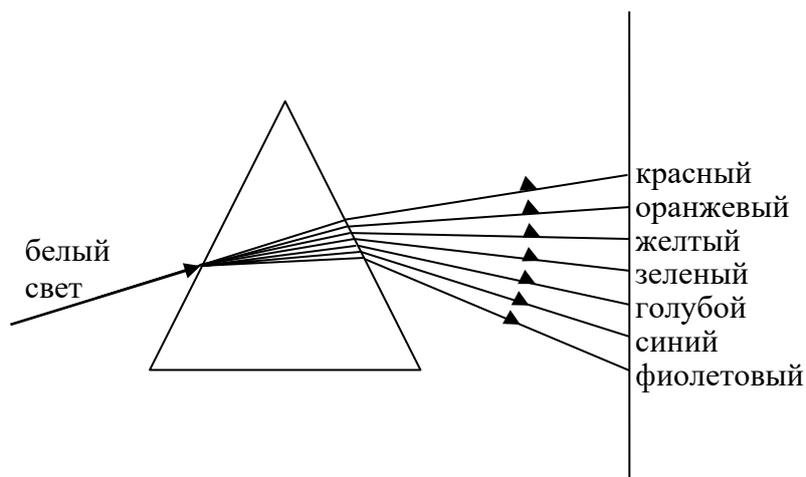


Рис. 4.1

Нормальная дисперсия – когда n увеличивается с уменьшением λ (увеличением ν).

$$\frac{dn}{d\nu} > 0 \quad \left(\frac{dn}{d\lambda} < 0 \right).$$

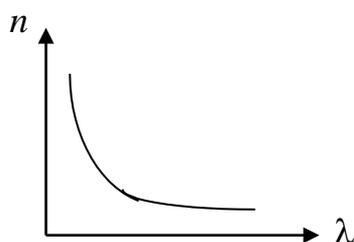


Рис. 4.2

Аномальная дисперсия – когда n уменьшается с уменьшением λ (увеличением ν). Она наблюдается вблизи полос поглощения вещества.

$$\frac{dn}{d\nu} < 0 \quad \left(\frac{dn}{d\lambda} > 0 \right).$$

Количественной характеристикой дисперсии света является физическая величина

$$D_\nu = \frac{dn}{d\nu} \quad (\text{или} \quad D_\lambda = \frac{dn}{d\lambda}),$$

называемая *дисперсией показателя преломления* (показывает, как быстро изменяется n с длиной волны λ).

Согласно классической электронной теории *дисперсия света* – результат взаимодействия электромагнитных волн с заряженными частицами вещества, совершающими вынужденные колебания в переменном электромагнитном поле волны.

Показатель преломления зависит от частоты ω внешнего поля

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2)},$$

где n_0 – концентрация электронов, e – заряд электрона, ϵ_0 – электрическая постоянная, m – масса электрона, ω_0 – собственная частота колебаний электронов среды ($\omega_0 = \text{const}$), ω – частота падающего на вещество света.

Поглощение света – явление уменьшения энергии световой волны при ее распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии.

Интенсивность света при прохождении однородного вещества уменьшается по экспоненциальному закону. Это:

Закон Бугера-Ламберта

$$I = I_0 e^{-kx},$$

где I_0 и I – интенсивности плоской волны монохроматического света на входе и выходе слоя поглощающего вещества толщиной x , k – натуральный показатель поглощения.

Рассеяние света – процесс преобразования света веществом, сопровождающийся изменением направления распространения света и появлением несобственного свечения вещества.

Закон Рэлея: интенсивность рассеянного света обратно пропорциональна четвертой степени длины волны возбуждающего света.

$$I \sim \frac{1}{\lambda^4}.$$

В результате рассеяния света интенсивность в направлении распространения убывает быстрее, чем в случае одного лишь поглощения. Поэтому

$$I = I_0 - (k - k')x,$$

где коэффициент k' обусловлен рассеянием.

Излучение Вавилова-Черенкова – излучение света заряженными частицами, возникающее при движении в среде с постоянной скоростью V , превышающей фазовую скорость v света в этой среде, т.е. при условии

$$V > v = \frac{c}{n},$$

где n – показатель преломления. Наблюдается для всех прозрачных жидкостей, газов и твердых тел.

Излучение распространяется лишь по тем направлениям, которые составляют острый угол θ с траекторией частицы

$$\cos\theta = \frac{v}{V} = \frac{c}{nV}.$$

Эффект Доплера в акустике объясняется тем, что частота колебаний, воспринимаемых приемником, определяется скоростями движения источников колебаний и приемника относительно среды, в которой происходит распространение звуковых волн. Эффект Доплера наблюдается так же при движении друг относительно друга источника и приемника электромагнитных волн

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + (v/c) \cos\theta},$$

где v_0 и v – соответственно частоты световых волн, излучаемых источников и воспринимаемых приемником, v – скорость источника света относительно приемника, θ – угол между вектором скорости \vec{v} и направлением наблюдения, c – скорость распространения света в вакууме.

Продольный эффект Доплера наблюдается при движении приемника вдоль линии, соединяющей его с источником ($\theta \neq 0$)

$$v = v_0 \frac{\sqrt{1 - v/c}}{\sqrt{1 + v/c}}.$$

При малых относительных скоростях v ($v \ll c$) пренебрегая членами второго порядка малости

$$v = v_0 (1 - v/c).$$

Поперечный эффект Доплера наблюдается при движении приемника перпендикулярно линии, соединяющей его с источником ($\theta = \pi/2$). Этот эффект является *релятивистским эффектом*. Он связан с замедлением

течения времени движущегося наблюдателя и проявляется при скоростях v , сравнимых со скоростью света c .

$$v = v_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}.$$

Примеры решения задач

Задача 4.1 Показатель преломления воздуха при нормальных условиях ($T_1 = 273,15$ К, $p_1 = 1,013 \cdot 10^5$ Па) для желтой линии натрия ($\lambda = 589,3$ нм) вдали от линий поглощения $n_1 = 1,0002918$. Определить показатель преломления n_2 воздуха при температуре $T_2 = 300$ К и давлении $p_2 = 1,5$ МПа.

Решение

$$\begin{array}{l} \lambda = 589,3 \text{ нм} = 589,3 \cdot 10^{-9} \text{ м} \\ T_1 = 273,15 \text{ К} \\ p_1 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} \\ n_1 = 1,0002918 \\ T_2 = 300 \text{ К} \\ p_2 = 1,5 \text{ МПа} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Па} \\ E - ? \end{array}$$

Показатель преломления

$$n^2 = 1 + \frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (1)$$

Уравнение состояния идеального газа для двух его состояний:

$$p_1 = n_{01} k T, \quad p_2 = n_{02} k T,$$

где k – постоянная Больцмана.

Тогда

$$\frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}. \quad (2)$$

Согласно уравнению (1)

$$\begin{aligned} n_1^2 &= 1 + \frac{n_{01} e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \\ n_2^2 &= 1 + \frac{n_{02} e^2}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}, \end{aligned}$$

откуда, учитывая (2), находим

$$\frac{n_1^2 - 1}{n_2^2 - 1} = \frac{n_{01}}{n_{02}} = \frac{p_1 T_2}{p_2 T_1}. \quad (3)$$

Решив уравнение (3) относительно n_2 , получим

$$n_2 = \sqrt{\frac{(n_1^2 - 1)p_2 T_1}{p_1 T_2} + 1},$$

$$n_2 = \sqrt{\frac{(1,0002918^2 - 1) \cdot 1,5 \cdot 10^6 \cdot 273,15}{1,013 \cdot 10^5 \cdot 300} + 1} = 1,0039270.$$

Ответ: $n_2 = 1,0039270$.

Задача 4.2. Две пластинки одинаковой толщины, но сделанные из разного материала, пропускают соответственно $1/2$ и $1/4$ падающего потока световой волны. Пренебрегая отражением света, определите отношение коэффициентов поглощения этих пластинок.

Решение

$I_1 = \frac{1}{2} I_0$ $I_2 = \frac{1}{4} I_0$ $x_1 = x_2$ <hr style="border: 0.5px solid black;"/> $k_2 / k_1 = ?$	<p>Так как толщины обеих пластинок одинаковы ($x_1 = x_2 = x$), закон Бугера-Ламберта для них</p> $I_1 = I_0 e^{-k_1 x},$ $I_2 = I_0 e^{-k_2 x}.$
--	--

Поделив первое уравнение на второе, получим

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-k_1 x}}{e^{-k_2 x}},$$

так как $\frac{I_1}{I_2} = \frac{4}{2}$, то произведя элементарные преобразования, получим

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{\ln 4}{\ln 2} = 2.$$

Ответ: $\frac{k_2}{k_1} = 2$.

Задача 4.3. Определить минимальную ускоряющую разность потенциалов U_{\min} , которую должен пройти электрон, чтобы в среде с показателем преломления $n = 1,5$ возникло черенковское излучение.

Решение

$m = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг	Направление излучения характеризуется углом θ	$\cos\theta = \frac{c}{nv}$
$e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл		
$n = 1,5$		
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с		
$U_{\min} - ?$	откуда находим	$v = \frac{c}{n \cos\theta}$

Скорость минимальна при $\theta = 90^\circ$, т.е. $\cos\theta = 1$.

$$v_{\min} = c/n,$$

$$E_{\text{кин}} = |e| U_{\min}, \quad (4)$$

$$E_{\text{кин}} = mc^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{\min}^2}{c^2}}} - 1 \right) = mc^2 \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right)$$

Подставив последнее выражение в (4), получим

$$U_{\min} = \frac{mc^2}{|e|} \left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} - 1 \right)$$

$$U_{\min} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 3^2 \cdot 10^{16}}{1,6 \cdot 10^{-19}} \left(\frac{1,5}{\sqrt{1,5^2 - 1}} - 1 \right) = 175 \text{ кВ.}$$

Ответ: 175 кВ.

Задачи для самостоятельного решения