

Ответ: $\Delta\lambda_m = 0,24$ мкм.

19. При увеличении термодинамической температуры T абсолютно черного тела в два раза длина волны λ_m , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости $r_{\lambda \max}^\circ$, уменьшилась на $\Delta\lambda_m = 400$ нм. Определить начальную и конечную температуры T_1 и T_2 .

Ответ: $T_1 = 3625$ К, $T_2 = 7250$ К.

20. Поверхность тела нагрета до температуры $T = 1000$ К. Затем одна половина этой поверхности нагревается на $\Delta T_1 = 100$ К, другая охлаждается на $\Delta T_2 = 100$ К. Во сколько раз изменится энергетическая светимость R_ε поверхности этого тела?

Ответ: Увеличится в 1,06 раз.

Занятие № 7

Тема: Фотоны. Фотоэффект

Краткая теория

Свет представляет собой сложное явление, сочетающее в себе свойства электромагнитной волны и потока частиц. Световая частица называется фотоном. Фотон несет квант энергии, определяемый как

$$\varepsilon_\phi = h\nu = \hbar\omega = h \cdot \frac{c}{\lambda},$$

где ν – частота света, c – скорость света в вакууме, h – постоянная Планка ($h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с), $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, λ – длина волны, $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

Фотон – это частица, которая всегда и в любой среде движется со скоростью света c и имеет массу покоя, равную нулю. Масса фотона определяется из соотношения $\varepsilon_0 = m_\phi \cdot c^2$, т.е.

$$m_\phi = \frac{\varepsilon_0}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}.$$

Фотон обладает импульсом, определяемым как

$$p_\phi = m_\phi \cdot c = \frac{h}{\lambda} = \hbar k = \frac{\varepsilon_0}{c}.$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

Фотон летит в направлении распространения электромагнитной волны, поэтому направления вектора \vec{p}_Φ и волнового вектора \vec{k} совпадают, т.е.

$$\vec{p}_\Phi = \hbar\vec{k}.$$

Внешним фотоэффектом называется явление испускания электронов твердыми и жидкими телами под действием света. Закономерности фотоэффекта объясняются тем, что свет излучается и поглощается квантами. Часть кванта энергии $h\nu$, воспринимаемого электроном вещества, затрачивается на то, чтобы электрон мог покинуть тело. Эта часть энергии называется работой выхода $A_{\text{ВЫХ}}$, величина которой зависит от состава вещества.

Остаток энергии образует кинетическую энергию E_K электрона, покинувшего вещество.

Эти соотношения описывает *уравнение Эйнштейна*

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + E_K,$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность вещества, $A_{\text{ВЫХ}}$ – работа выхода электрона фотоэлектрона, $E_K = \frac{m_e v^2}{2}$ – кинетическая энергия фотоэлектрона.

Из уравнения Эйнштейна следует, что если работа выхода превышает энергию фотона, электроны не смогут покинуть вещество. Следовательно, для возникновения фотоэффекта необходимо выполнение условия $h\nu \geq A_{\text{ВЫХ}}$ или

$$\nu \geq \nu_0 = \frac{A_{\text{ВЫХ}}}{h}.$$

Соответственно, для длины волны получается условие:

$$\lambda \geq \lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}}.$$

Частота ν_0 или длина волны λ_0 называется *красной границей фотоэффекта*.

На основе фотоэффекта работают фотодиоды, в которых электрический ток представляет собой поток электронов, выбитых светом из катода и

летающих к аноду. Чтобы фототок стал равным нулю, между катодом и анодом необходимо приложить *задерживающее напряжение* $U_{\text{зад}}$, при котором ни один из фотоэлектронов, даже обладая при вылете из катода максимальной скоростью v_{max} , не сможет достигнуть анода. Следовательно:

$$\frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2} = eU_{\text{зад}},$$

где e – заряд электрона, m_e – масса электрона.

Примеры решения задач

Задача 7.1. Определите длину волны фотона, импульс которого равен импульсу электрона, прошедшего разность потенциалов $U = 9,8$ В.

Решение

$U = 9,8$ В $p_e = p_\phi$ $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл $\lambda - ?$	Пройдя разность потенциалов U , электрон приобретает энергию eU , т.е.
	$\frac{m_e v^2}{2} = eU \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}.$

Импульс электрона

$$p_e = m_e v = \sqrt{2m_e eU}. \quad (1)$$

Импульс фотона

$$p_\phi = \frac{h}{\lambda}. \quad (2)$$

Приравнявая (1) и (2), получим:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_e eU}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 9,8}} = 392 \text{ пм.}$$

Ответ: $\lambda = 392$ пм.

Задача 7.2. Фотоны с энергией $W_{\text{max}} = 4,9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A_{\text{вых}} = 4,5$ эВ. Найти максимальный импульс p_{max} , передаваемый поверхности металла в результате фотоэффекта.

Решение

$W_{\max} = 4,9 \text{ эВ}$	Импульс, передаваемый поверхности, равен сумме импульсов фотона, поглощаемого поверхностью, и вылетающего электрона, т.е.
$A_{\text{ВЫХ}} = 4,5 \text{ эВ}$	
$p_{\max} - ?$	

$$p_{\max} = p_{\phi} + p_e. \quad (1)$$

Импульс фотона

$$p_{\phi} = \frac{W_{\max}}{c}. \quad (2)$$

Импульс электрона $p_e = m_e v_{\max}$. Из уравнения Эйнштейна

$$h\nu = W_{\max} = A_{\text{ВЫХ}} + \frac{m_e v_{\max}^2}{2}$$

ВЫЧИСЛИМ

$$p_e = m_e \sqrt{\frac{2(W_{\max} - A_{\text{ВЫХ}})}{m_e}} = \sqrt{2m_e(W_{\max} - A_{\text{ВЫХ}})}. \quad (3)$$

Подставим (2) и (3) в (1) и получим

$$p_{\max} = \frac{W_{\max}}{c} + \sqrt{2m_e(W_{\max} - A_{\text{ВЫХ}})}.$$

Учтем, что $1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$.

$$\begin{aligned} p_{\max} &= \frac{4,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{3 \cdot 10^8} + \sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} (4,9 - 4,5) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = \\ &= 3,45 \cdot 10^{-25} \left(\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right). \end{aligned}$$

Ответ: $p_{\max} = 3,45 \cdot 10^{-25} \left(\text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$.

Задача 7.3. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275 \text{ нм}$. Найти работу выхода $A_{\text{ВЫХ}}$ электрона из металла, максимальную скорость v_{\max} электронов, вырванных из металла светом с длиной волны $\lambda = 180 \text{ нм}$, и максимальную энергию W_{\max} электронов.

Решение

$\lambda_0 = 275 \text{ нм}$	Длина волны λ_0 красной границы фотоэффекта определяется как
$\lambda = 180 \text{ нм}$	
$A_{\text{ВЫХ}} - ?$ $\nu_{\text{max}} - ?$ $W_{\text{max}} - ?$	

$$\lambda_0 = hc / A_{\text{ВЫХ}} \Rightarrow A_{\text{ВЫХ}} = hc / \lambda_0 \Rightarrow$$

$$A_{\text{ВЫХ}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{275 \cdot 10^{-9}} = 7,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 4,5 \text{ эВ.}$$

Из уравнения Эйнштейна:

$$\begin{aligned} W_{\text{max}} = h\nu - A_{\text{ВЫХ}} &= h \cdot \frac{c}{\lambda} - A_{\text{ВЫХ}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{180 \cdot 10^{-9}} - 7,2 \cdot 10^{-19} = \\ &= 3,8 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,4 \text{ эВ.} \end{aligned}$$

Максимальная скорость электрона будет равна

$$\nu_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2W_{\text{max}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,8 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} = 9,1 \cdot 10^5 \text{ м/с.}$$

Ответ: $A_{\text{ВЫХ}} = 4,5 \text{ эВ}$, $W_{\text{max}} = 2,4 \text{ эВ}$, $\nu_{\text{max}} = 9,1 \cdot 10^5 \text{ м/с}$.

Задача 7.4. Поток монохроматического излучения ($\lambda = 0,46 \text{ мкм}$) падает на металлическую пластину. Фототок полностью прекращается, когда задерживающая разность потенциалов достигает $0,7 \text{ В}$. Найти работу выхода $A_{\text{ВЫХ}}$ и красную границу фотоэффекта λ_0 .

Решение

$\lambda = 0,46 \text{ мкм}$	Значение задерживающей разности потенциалов $U_{\text{зад}}$ позволяет определить максимальную кинетическую энергию фотоэлектронов:
$U_{\text{зад}} = 0,7 \text{ В}$	
$A_{\text{ВЫХ}} - ?$ $\lambda_0 - ?$	

$$W_{\text{max}} = eU_{\text{зад}} \quad (1)$$

Работу выхода можно найти из уравнения Эйнштейна:

$$h\nu = A_{\text{ВЫХ}} + W_{\text{max}} \quad (2)$$

Объединив (1) и (2) и учитывая, что $v = \frac{c}{\lambda}$, получим

$$A_{\text{ВЫХ}} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - eU_{\text{зад}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,46 \cdot 10^{-6}} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,7 =$$

$$= 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2 \text{ эВ.}$$

Красная граница фотоэффекта определяется как:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{\text{ВЫХ}}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,2 \cdot 10^{-19}} = 0,62 \text{ мкм.}$$

Ответ: $A_{\text{ВЫХ}} = 2 \text{ эВ}$, $\lambda_0 = 0,62 \text{ мкм}$.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти энергию, массу и импульс фотона, если соответствующая длина волны $\lambda = 1,6 \text{ пм}$.

Ответ: $\varepsilon_{\text{ф}} = 1,24 \cdot 10^{-13} \text{ Дж}$, $m_{\text{ф}} = 1,38 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$, $p_{\text{ф}} = 4,1 \cdot 10^{-22} \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

2. Найти массу фотона: а) красных лучей света ($\lambda = 700 \text{ нм}$); б) рентгеновских лучей ($\lambda = 25 \text{ пм}$); в) гамма-лучей ($\lambda = 1,24 \text{ пм}$).

Ответ: а) $m = 3,2 \cdot 10^{-36} \text{ кг}$, б) $m = 8,8 \cdot 10^{-32} \text{ кг}$, в) $m = 1,8 \cdot 10^{-30} \text{ кг}$.

3. С какой скоростью v должен двигаться электрон, чтобы его импульс был равен импульсу фотона с длиной волны $\lambda = 520 \text{ нм}$?

Ответ: $v = 1,4 \text{ км/с}$.

4. Какую энергию должен иметь фотон, чтобы его масса была равна массе покоя электрона?

Ответ: $\varepsilon_{\text{ф}} = 0,51 \text{ МэВ}$.

5. Найти длину волны λ_0 света, соответствующую красной границе фотоэффекта, для лития, натрия, калия и цезия.

Ответ: $\lambda_{01} = 517 \text{ нм}$, $\lambda_{02} = 540 \text{ нм}$, $\lambda_{03} = 620 \text{ нм}$, $\lambda_{04} = 660 \text{ нм}$.

6. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275 \text{ нм}$. Найти минимальную энергию $\varepsilon_{\text{ф}}$ фотона, вызывающего фотоэффект.

Ответ: $\varepsilon_{\text{ф}} = 4,5 \text{ эВ}$.

7. Найти задерживающую разность потенциалов $U_{\text{зад}}$ для электронов, вырывааемых при освещении калия светом с длиной волны $\lambda = 330 \text{ нм}$.