

Лабораторная работа № 4  
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ МОЛЯРНЫХ ТЕПЛОЕМКОСТЕЙ ГАЗА  
МЕТОДОМ АДИАБАТИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ

Цель работы

Изучение тепловых процессов в идеальном газе, ознакомление с методом Клемана-Дезорма и экспериментальное определение отношения молярных теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме.

Состояние некоторой массы газа определяется тремя термодинамическими параметрами: давлением  $p$ , объемом  $V$  и температурой  $T$ . Уравнение, устанавливающее связь между этими параметрами, называется уравнением состояния. Для идеальных газов таким уравнением является *уравнение Клапейрона-Менделеева*:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (4.1)$$

где  $m$  – масса газа;  $\mu$  – молярная масса,  $R = 8,31$  Дж/моль·К – универсальная газовая постоянная.

Любое изменение состояния термодинамической системы, связанное с уменьшением или увеличением хотя бы одного из параметров  $p$ ,  $V$ ,  $T$ , называется термодинамическим процессом.

*Изопроцессы* – это процессы, протекающие при одном постоянном параметре:

- изобарический – при  $p = \text{const}$ ;
- изохорический – при  $V = \text{const}$ ;
- изотермический – при  $T = \text{const}$ .

*Адиабатический процесс* совершается без теплообмена с окружающей средой, поэтому для его осуществления систему теплоизолируют или ведут процесс так быстро, чтобы теплообмен не успел произойти. При адиабатическом процессе изменяются все три параметра  $p$ ,  $V$ ,  $T$ .

При адиабатическом сжатии идеального газа температура его повышается, а при расширении понижается. На рис. 4.2 в системе координат  $p$  и  $V$  изображены изотерма ( $pV = \text{const}$ ) и адиабата ( $pV^\gamma = \text{const}$ ). Из рисунка видно, что адиабата проходит круче изотермы. Объясняется это тем, что при адиабатическом сжатии увеличение давления газа происходит не только из–

за уменьшения его объема, как при изотермическом сжатии, но и за счет повышения температуры.

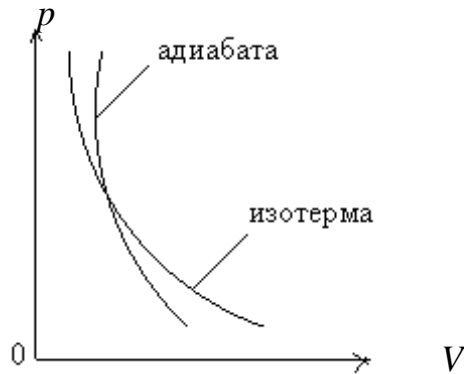


Рис. 4.2

*Теплоемкостью* вещества (тела) называется величина, равная количеству теплоты, необходимому для нагревания его на один Кельвин. Она зависит от массы тела, его химического состава и вида процесса теплоты. Теплоемкость одного моля вещества называется молярной теплоемкостью  $C_{\mu}$ .

Согласно *первому началу термодинамики* количество теплоты  $dQ$ , сообщенное системе, расходуется на увеличение внутренней энергии  $dU$  системы и совершение системой работы  $dA$  против внешних сил

$$dQ = dU + dA. \quad (4.2)$$

Используя первое начало термодинамики (4.2) и уравнение Клапейрона-Менделеева (4.1), можно вывести уравнение, описывающее адиабатический процесс, - уравнение Пуассона

$$pV^{\gamma} = \text{const},$$

или в других параметрах:

$$TV^{\gamma-1} = \text{const},$$

$$T^{\gamma} p^{1-\gamma} = \text{const}.$$

В этих уравнениях  $\gamma$  - показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v},$$

где  $C_V$  и  $C_p$  – молярные теплоемкости при постоянном объеме и давлении соответственно.

Для идеального газа расчет теплоемкостей  $C_p$  и  $C_V$  можно провести теоретически. При нагревании газа при постоянном объеме (изохорический процесс) работа газа  $dA = pdV$  равна нулю, поэтому молярная теплоемкость

$$C_V = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} = \frac{d}{dT} \left( \frac{i}{2} R dT \right) = \frac{i}{2} R, \quad (4.3)$$

где  $i$  – число степеней свободы – количество независимых координат, с помощью которых однозначно можно задать положение молекулы; индекс  $V$  означает изохорический процесс.

При изобарном нагревании ( $p = \text{const}$ ) количества теплоты, подведенное к газу, расходуется на увеличение внутренней энергии и на совершение работы расширения газа  $dA = pdV = \frac{m}{\mu} R dT$ . Теплоемкость моля газа при этом равна

$$C_p = \frac{dQ}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dA}{dT} = C_V + R = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R, \quad (4.4)$$

т.е.

$$C_p = C_V + R. \quad (4.5)$$

Уравнение (4.5) называется уравнением Майера. Следовательно, *разность молярных теплоемкостей  $C_p - C_V = R$  численно равна работе расширения одного моля идеального газа при нагревании его на один Кельвин при постоянном давлении.* В этом заключается физический смысл универсальной газовой постоянной  $R$ .

Для идеальных газов отношение  $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$  зависит только от числа степеней свободы молекул газа, которое, в свою очередь, определяется структурой молекулы, т.е. количеством атомов, из которых состоит молекула. Одноатомная молекула имеет 3 степени свободы (инертные газы). Если молекула состоит из двух атомов, то число степеней свободы складывается из числа степеней свободы поступательного движения ( $i_{\text{пост}} = 3$ ) центра масс и вращательного ( $i_{\text{вр}} = 2$ ) движения системы вокруг

двух осей, перпендикулярных к оси молекулы, т.е. равно 5. Для трех- и многоатомных молекул  $i = 6$  (три поступательные и три вращательные степени свободы).

В данной работе коэффициент  $\gamma$  для воздуха определяется опытным путем.

Если при помощи насоса в сосуд накачать некоторое количество воздуха, то давление и температура воздуха внутри сосуда повысятся. Вследствие теплообмена воздуха с окружающей средой через некоторое время температура воздуха, находящегося в сосуде, сравняется с температурой  $T_0$  внешней среды.

Давление, установившееся в сосуде, равно  $p_1 = p_0 + p'$ , где  $p_0$  – атмосферное давление,  $p'$  – добавочное давление. Таким образом, воздух внутри сосуда характеризуется параметрами  $(p_0 + p')$ ,  $V_0$ ,  $T_0$ , а уравнение состояния имеет вид

$$(p_0 + p')V_0 = mRT_0/\mu \quad (4.6)$$

Если на короткое время ( $\sim 3c$ ) открыть тумблер «АТМОСФЕРА», то воздух в сосуде будет расширяться. Этот процесс расширения можно рассматривать как подключение к сосуду дополнительного объема  $V'$ . Давление в сосуде станет равным атмосферному  $P_0$ , температура понизится до  $T_1$ , а объем будет равен  $V_0 + V'$ . Следовательно, в конце процесса уравнение состояния будет иметь вид

$$(V_0 + V')p_0 = mRT_1/\mu \quad (4.7)$$

Разделив выражение (4.7) на выражение (4.6), получим

$$\frac{(V_0 + V')p_0}{(p_0 + p')V_0} = \frac{T_1}{T_0}. \quad (4.8)$$

Расширение происходит без теплообмена с внешней средой, т.е. процесс является адиабатическим, поэтому для начального и конечного состояний системы справедливо соотношение

$$(p_0 + p')V_0^\gamma = p_0(V_0 + V')^\gamma \quad (4.9)$$

Охладившийся при расширении воздух через некоторое время, вследствие теплообмена с внешней средой, нагреется до комнатной температуры  $T_0$  (изохорический процесс). Давление возрастет до некоторой величины  $p_2 = p_0 + p''$ , где  $p''$  – новое добавочное давление. Для воздуха массой  $m'$ , оставшегося в сосуде, уравнение состояния в начале нагрева

$$V_0 p_0 = \frac{m'}{\mu} RT_1, \quad (4.10)$$

а в конце нагрева до комнатной температуры  $T_0$

$$V_0(p_0 + p'') = \frac{m'}{\mu} RT_0. \quad (4.11)$$

Разделив (4.10) на (4.11), получим

$$\frac{p_0}{(p_0 + p'')} = \frac{T_1}{T_0}. \quad (4.12)$$

Правые части выражений (4.8) и (4.12) одинаковы, следовательно, левые части также равны

$$\frac{(V_0 + V')p_0}{(p_0 + p')V_0} = \frac{p_0}{(p_0 + p'')} \quad \text{или} \quad \frac{(p_0 + p'')}{(p_0 + p')} = \frac{V_0}{(V_0 + V')}. \quad (4.13)$$

Возведя левую и правую часть (4.13) в степень  $\gamma$ , запишем

$$\frac{(p_0 + p'')^\gamma}{(p_0 + p')^\gamma} = \frac{V_0^\gamma}{(V_0 + V')^\gamma}. \quad (4.14)$$

Заменим правую часть (4.14) с учетом (4.9)

$$\left( \frac{p_0 + p''}{p_0 + p'} \right)^\gamma = \frac{p_0}{p_0 + p'};$$

откуда

$$\left( \frac{1 + \frac{p''}{p_0}}{1 + \frac{p'}{p_0}} \right)^\gamma = \frac{1}{1 + \frac{p'}{p_0}}. \quad (4.15)$$

Поскольку  $p' \ll p_0; p'' \ll p_0$ , то, ограничиваясь первым членом разложения в ряд бинома  $(1+x)^\gamma = 1 + \gamma x$  и пренебрегая членами второго порядка малости, получим для показателя адиабаты  $\gamma$ :

$$\frac{1 + \gamma \cdot p''/p_0}{1 + \gamma \cdot p'/p_0} = \frac{1}{1 + p'/p_0} = 1 - p'/p_0;$$

$$\Rightarrow \gamma \cdot p''/p_0 = -p'/p_0 + \gamma \cdot p'/p_0 \Rightarrow \frac{\gamma p' - \gamma p''}{p_0} = \frac{p'}{p_0}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{p'}{p' - p''}. \quad (4.16)$$

Таблица 4.1

№ опыта	$p'$ , кПа	$p''$ , кПа	$\gamma$
1	10,15	2,9	
2	9,33	2,64	
3	11,52	3,3	
4	8,74	2,55	
5	7,81	2,23	
Средние значения			

## Контрольные вопросы

1. Какие виды теплоемкости Вам известны?
  2. От чего зависит теплоемкость газов? Почему  $C_p > C_V$ ?
  3. Каков физический смысл универсальной газовой постоянной  $R$ ?
  4. Объясните изменение температуры газа в процессе опыта.
  5. Объясните, почему адиабата при расширении газа спадает круче, чем изотерма?
  6. Что называется числом степеней свободы? Как зависят от числа степеней свободы  $C_V$  и  $\gamma$ ? Зная  $\gamma$  (из опыта), рассчитайте число степеней свободы молекулы воздуха.
-